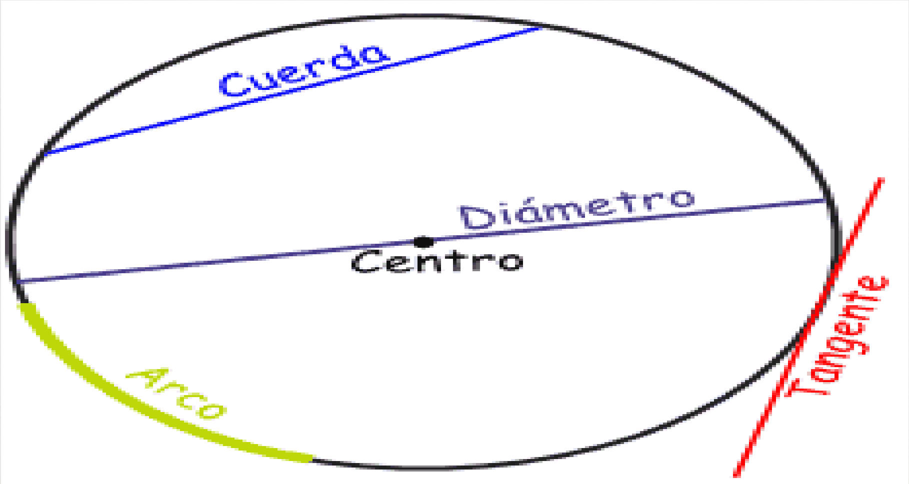
CIRCUNFERENCIA Y CIRCULO

- Definición
- En realidad **la definición** de circunferencia es "el conjunto de todos los puntos de un plano que están a una distancia fija de un centro".
- RADIO Y DIÁMETRO
- El **radio** es la distancia del centro al borde.
- El **diámetro** empieza en un punto de la circunferencia, pasa por el centro y termina en el otro lado.
- Así que el diámetro es el doble del radio:
- Diámetro = 2 × Radio

- El área del círculo es π por el cuadrado del radio, se escribe así:
- $A = \pi \times r^2$

LINEAS

- Líneas
- Una línea que va de un punto de la circunferencia a otro se llama **cuerda**.
- Si la línea pasa por el centro se llama **diámetro**.
- Si una línea "sólo toca" la circunferencia al pasar se llama **tangente**.
- Y una parte de una circunferencia se llama **arco**.

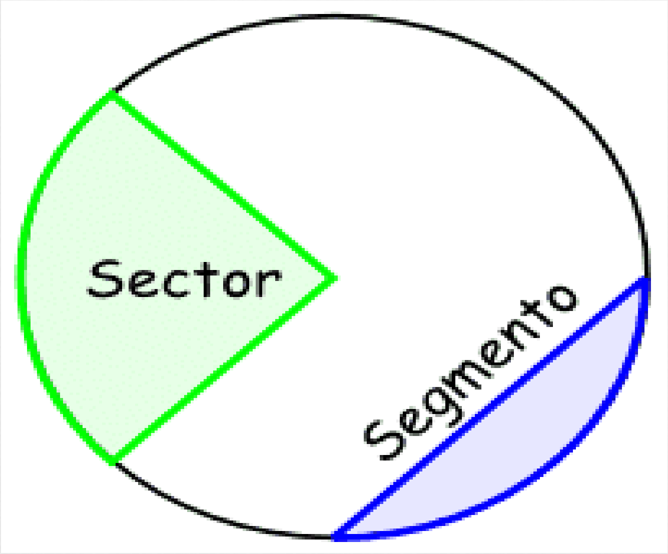


TROZOS

Hay dos tipos importantes de "trozos" de un círculo

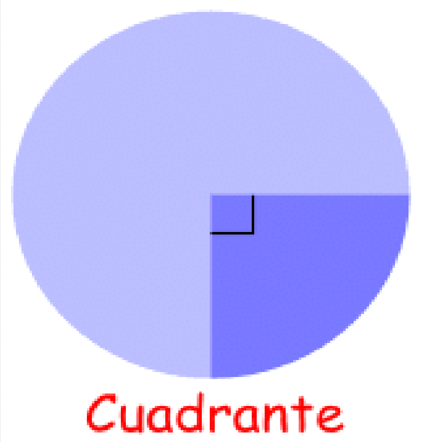
Un trozo "de pizza" se llama **SECTOR.**

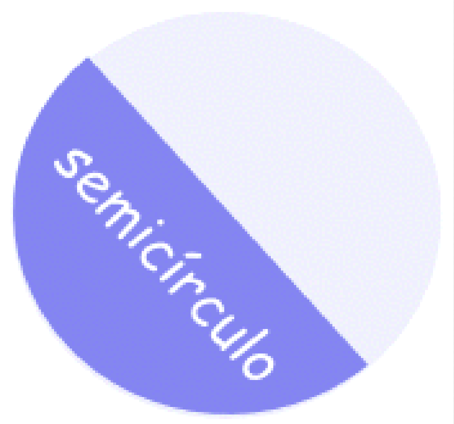
Y un trozo marcado por una cuerda se llama **SEGMENTO.**



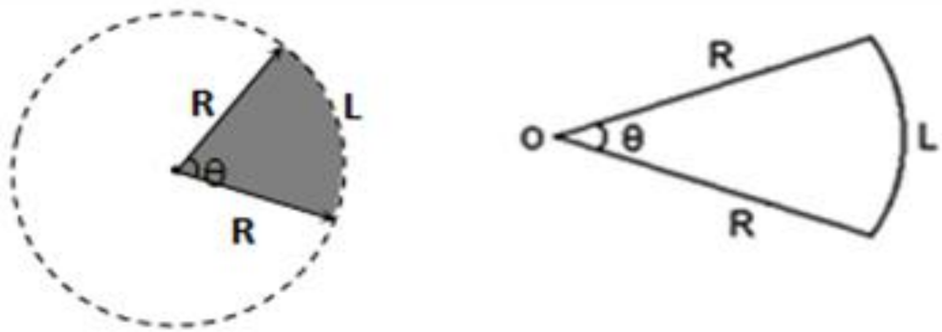
SECTORES COMUNES

- El cuadrante y el semicírculo son dos tipos especiales de sectores:
- Un cuarto de círculo se llama cuadrante.
- Medio círculo se llama semicírculo.





AREA SECTOR CIRCULAR

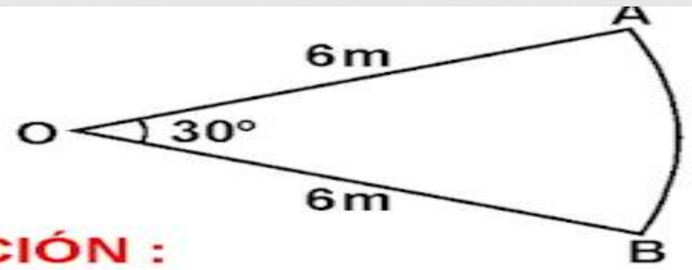


Fórmulas para hallar el Área del sector circular:

$$A = \frac{\theta . R^2}{2} \qquad A = \frac{L.R}{2} \qquad A = \frac{L^2}{2\theta}$$

L : Longitud de arco **L = θ . R**
R : Radio del círculo.
θ : Ángulo central (en radianes).
A : Área del sector circular.

EJEMPLO



RESOLUCIÓN :

Convertimos **30°** a radianes:

$$30° \times \frac{\pi \text{rad}}{180°} = \frac{\pi}{6}\text{rad}$$

El número de radianes es:

$$\frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

La longitud del radio es:

$$6\text{m} \Rightarrow r = 6$$

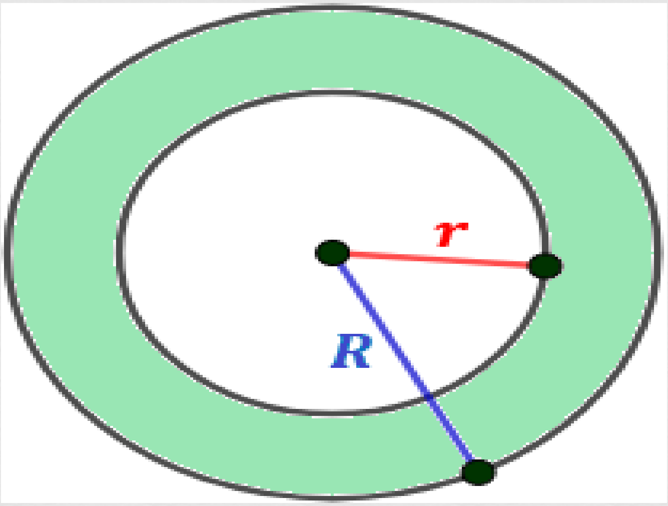
Aplicamos la fórmula:

$$A = \frac{r^2}{2} \times \theta \Rightarrow A = \frac{(6)^2}{2} \times \frac{\pi}{6} \Rightarrow A = 3\pi$$

El área del sector circular es: $3\pi m^2$

CORONA CIRCULAR

- Una **corona circular** es la figura geométrica delimitada por dos circunferencias con el mismo centro (concéntricas) y radios distintos (R>r):
- En la representación, R es el radio de la circunferencia **exterior** y r es el radio de la circunferencia **interior**.



AREA Y PERIMETRO

- El área de una corona circular es:

$$A = \pi \cdot \left(R^2 - r^2\right)$$

- El perímetro de una corona circular es:

$$P = 2 \cdot \pi \cdot \left(R + r\right)$$

EJEMPLO

- Una piscina con forma circular y perímetro 30π metros tiene una isla circular con un radio de 2 metros. Calcular la superficie de agua de la piscina.

- La superficie de agua de la piscina es el área de la corona circular. Tenemos el radio de la circunferencia interior (2 metros), pero no el de la exterior. Podemos calcularlo a partir de su perímetro:

$$30\pi = 2\pi R \quad \rightarrow$$

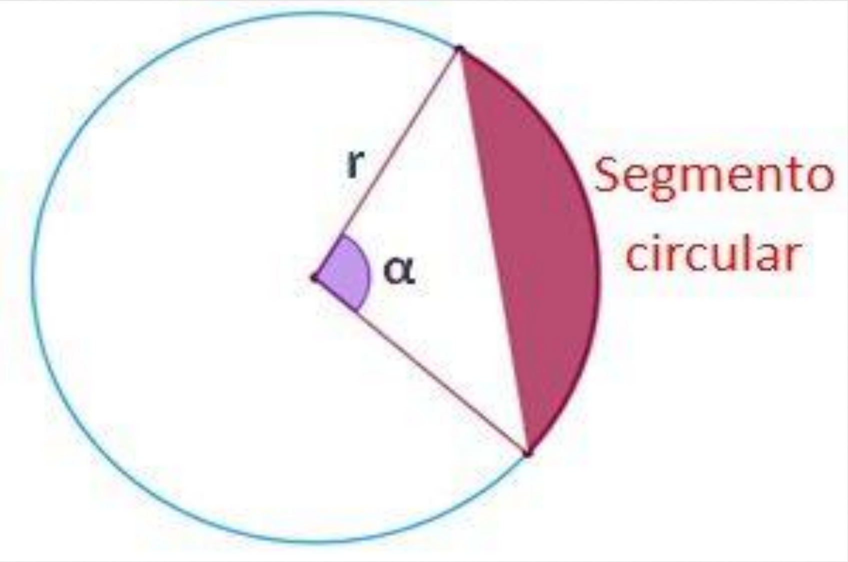
$$R = \frac{30\pi}{2\pi} = 15$$

Por tanto, la superficie de agua es

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot (R^2 - r^2) = \\ &= \pi \cdot (15^2 - 2^2) = \\ &= \pi \cdot (225 - 4) = \\ &= 221\pi \, m^2 \\ &\cong 694.292 \, m^2 \end{aligned}$$

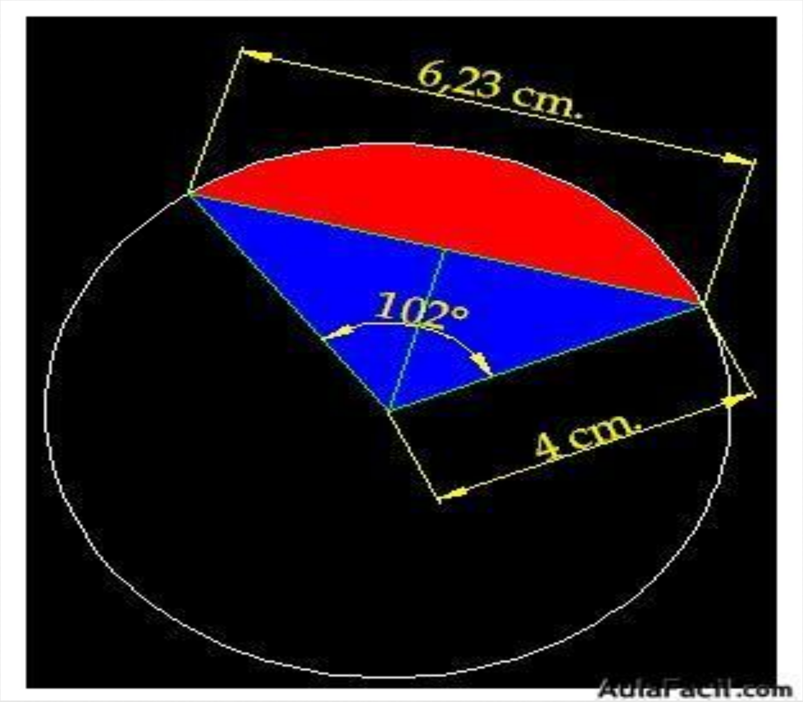
SEGMENTO CIRCULAR

- Segmento circular es la parte de círculo comprendida entre un arco de circunferencia y la cuerda que lo subtiende.



EJEMPLO

Calcula el área del segmento circular (en color rojo) de la figura que tienes a continuación cuyas medidas en centímetros son: 4 cm., de radio, 6,23 cm., la base del triángulo (en color azul) y 102º de ángulo del sector circular.



1) Área del sector circular:

$A = \theta\, r^2 / 2$

$$A = \frac{102° \cdot (4)^2}{2}$$

$$A = \frac{\frac{17\pi}{30} \quad (4)^2}{2}$$

A = 14,24CM

los grados se deben pasar radianes en términos de π.

- Para calcular la altura utilizo el teorema de Pitágoras. La altura es un cateto y la mitad de la base, (por ser un triángulo isósceles –dos lados iguales son radios) el otro cateto, y la hipotenusa que es igual al radio vale 4.
  Recuerda que la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.
- $$\text{altura}^2 + \left(\frac{6,23}{2}\right)^2 = 4^2$$

  $$\text{Luego: } \text{altura}^2 + 9,70 = 16$$

  $$\text{altura}^2 = 16 - 9,70 = 6,30$$

  $$\text{altura} = \sqrt{6,30} = 2,51\text{cm.}$$

Conozco la base del triángulo y la altura. Su área será:

$$\text{Área del triángulo de color azul}: \frac{6,23 \times 2,51}{2} = 7,82\ cm^2$$

3) Área del segmento circular:

$$14,24 - 7,82 = 6,42\ cm^2$$

si $180° = \pi$ *entonces*

$102° = x$

multiplicamos en X

$180° \cdot X = 102° \cdot \pi$

Despejamos X.

- $$X = \frac{102° \cdot \pi}{180°}$$

SE SIMPLIFICA Y QUEDA:

$$X = \frac{17\,\pi}{30}$$