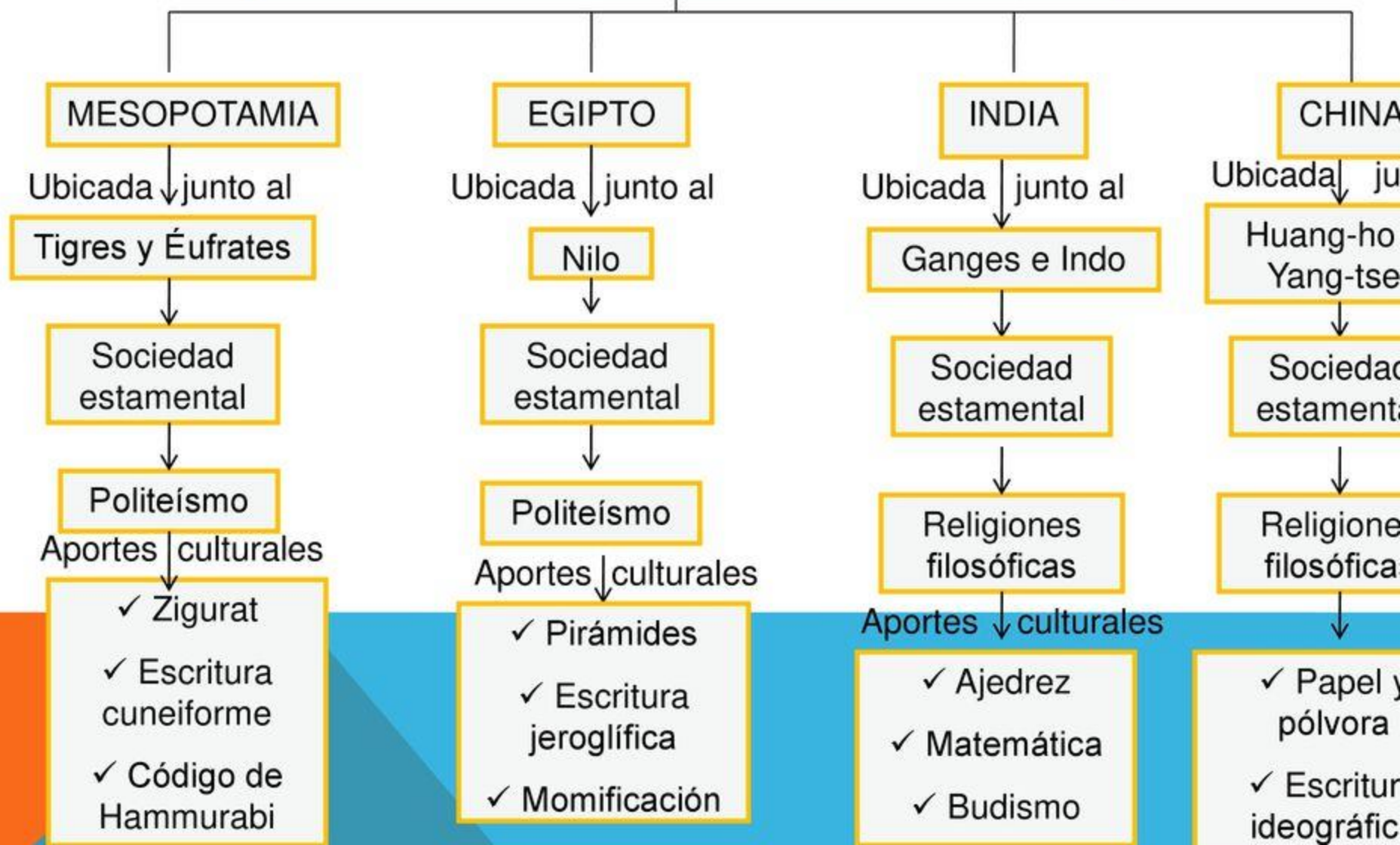


FUNCIONES :

UN POCO DE HISTORIA

- Comenzaremos por **MESOPOTAMIA**. En las matemáticas babilónicas encontramos tablas con los cuadrados, los cubos y los inversos de los números naturales. Estas tablas nos definen funciones que relacionan cada número natural con otro número natural, o cada natural con un número real, lo que implica que los babilonios conocían el concepto de función, bien de una manera específica y no de una forma abstracta como la conocemos hoy en día. En el antiguo Egipto, también aparecen ejemplos de usos de ejemplos de funciones particulares, pueden verse en el Papiro Rhind tablas de la descomposición de fracciones. En la antigua Grecia también manejaron casos particulares, pero es poco probable que comprendieran el concepto abstracto de función.

PRIMERAS CIVILIZACIONES



- La mayor parte de historiadores de matemáticas parecen estar de acuerdo en atribuir a Nicole Oresme (1323-1382) la primera aproximación al concepto de función, cuando describió las leyes de la naturaleza como relación de dependencia entre magnitudes.

Nicolás de Oresme

Nicolás de Oresme fue un monje y erudito perteneciente a la Escolástica tardía y probablemente el pensador más original del siglo XIV, por su actividad como economista, matemático, físico, astrónomo, filósofo, psicólogo, y musicólogo. Fue también un teólogo reconocido y obispo de Lisieux, además de traductor y consejero del rey Carlos V de Francia.

Se le considera uno de los principales artífices de la renovación científica medieval, previa a la revolución científica moderna.



- Galileo Galilei (1564-1642), en sus estudios sobre el movimiento pareció entender claramente lo que es una relación entre variables. Casi al mismo tiempo Descartes (1596-1650) introducía la geometría analítica, de forma que cualquier curva en el plano podía ser representada en términos de ecuaciones y viceversa.

GALILEO GALILEI (1564-1612)



Galileo Galilei Nace en Pisa, Italia, fue un astrónomo, filósofo, matemático que estuvo relacionado estrechamente con la revolución científica. Eminentemente hombre del Renacimiento, mostró interés por casi todas las ciencias y artes. Entre sus logros podemos encontrar:

- La mejora del telescopio.
- Observaciones astronómicas.
- La primera ley del movimiento.
- Apoyo para el copernicanismo.

Ha sido considerado como el «padre de la astronomía moderna», el «padre de la física moderna» y el «padre de la ciencia».

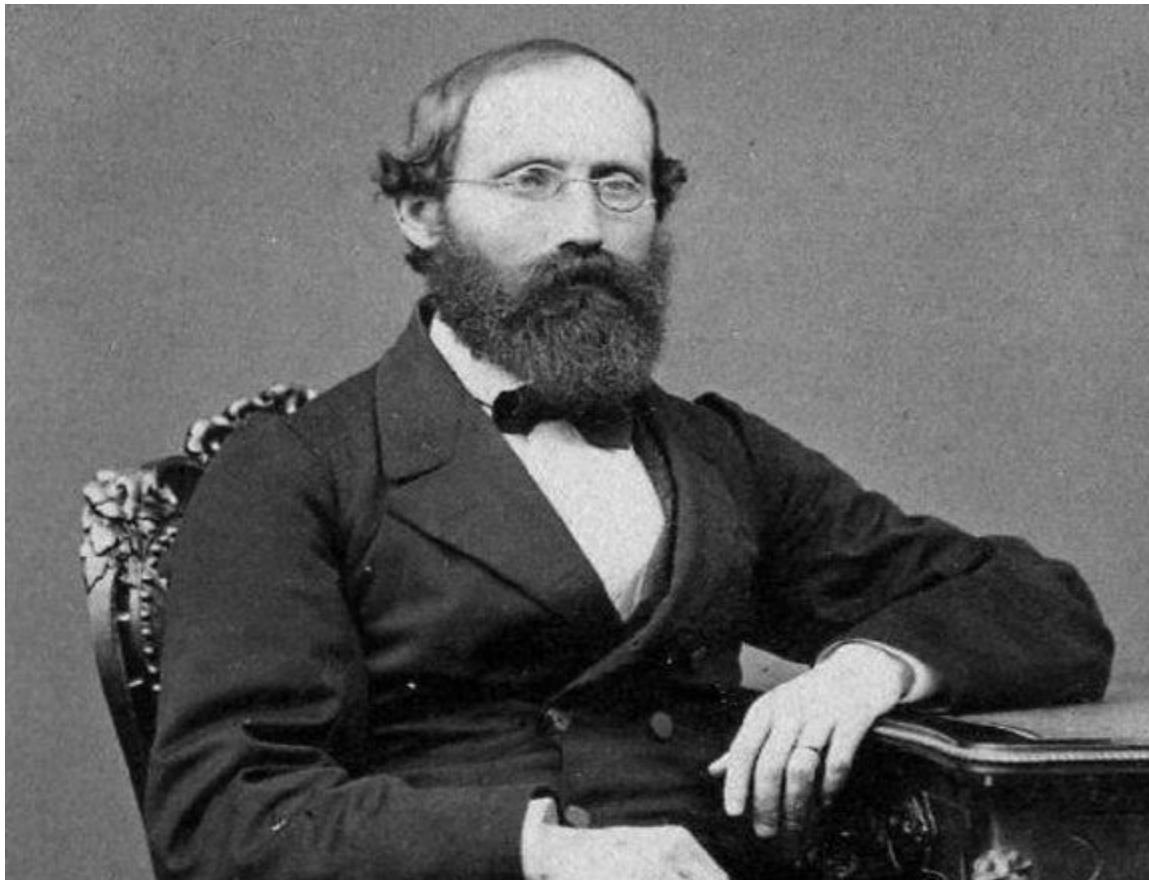
- A finales del siglo XVII aparece por primera vez el término función. Pero no fue hasta 1748 cuando el concepto de función saltó a la fama en matemáticas. Euler, uno de los grandes matemáticos publicó un libro llamado "Introducción al análisis infinito" en el que incluyó la siguiente definición de función: "es una expresión analítica compuesta de cualquier manera a partir de una cantidad variable y de números o cantidades constantes"

Leonhard Euler



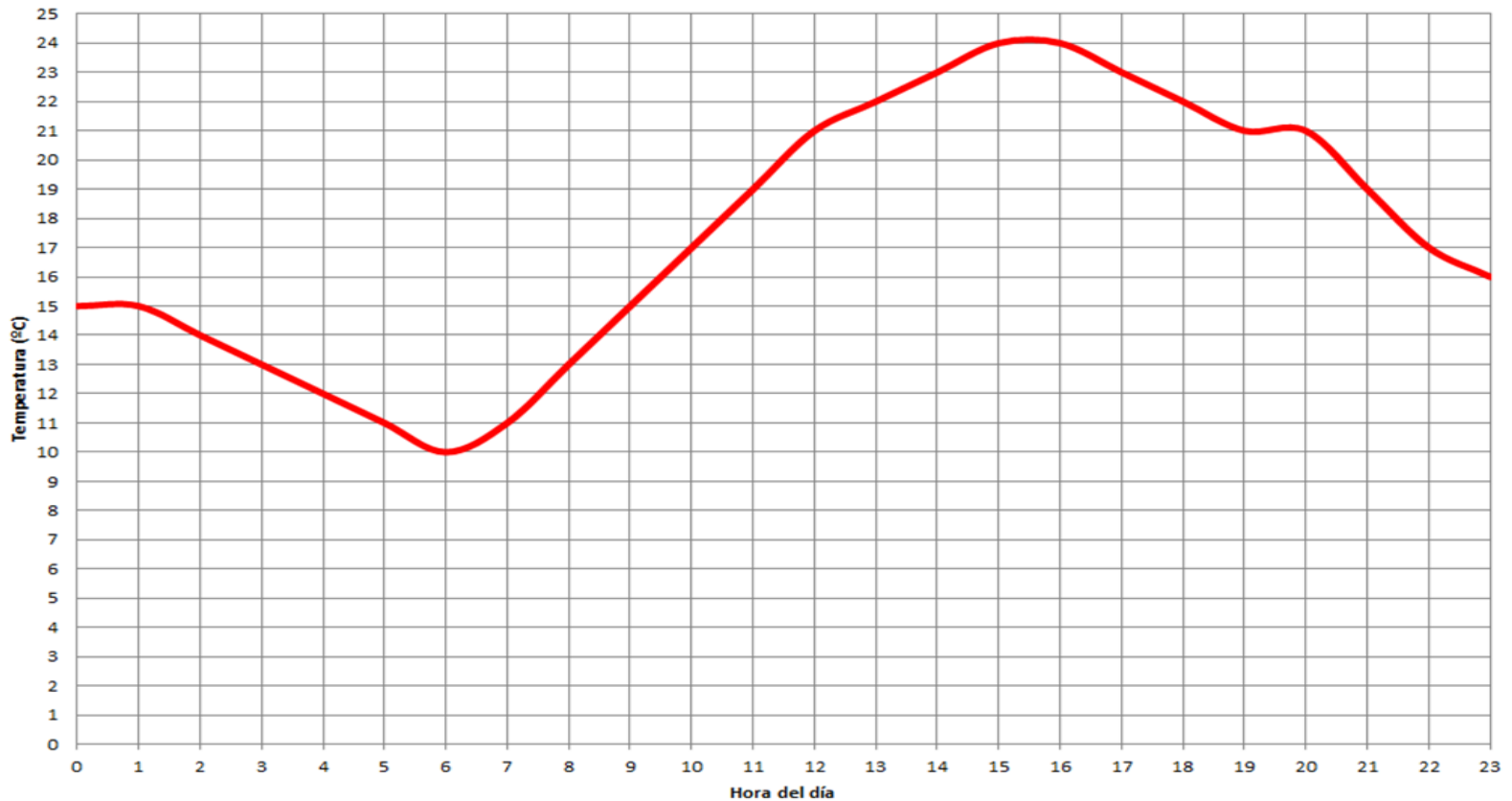
Euler le dio un giro a las matemáticas con descubrimientos y aportaciones en áreas muy diversas. Trabajó prácticamente en todas las áreas: la geometría, el cálculo infinitesimal, las funciones trigonométricas, el álgebra avanzada y la teoría de números. En la física, estudió la mecánica, hidrodinámica, elasticidad y propuso soluciones parciales a problemas gravitacionales, ópticos, y electromagnéticos, los cuáles influyeron en profundos pensadores como Riemann y James Clerk Maxwell, quien encontró en Euler alguien que dedicó su talento y su paciencia científica a establecer la redacción de las leyes de la rotación de los cuerpos sólidos.

- No fue hasta ya en el siglo XX, Edouard Goursat dió en 1923 la definición que conocemos hoy en día: Se dice que y es una función de x si a cada valor de x le corresponde un único valor de y , esta correspondencia se indica mediante la expresión $y=f(x)$.



DEFINICION DE FUNCION.

- Voy a empezar poniéndote un ejemplo. Ponte en el caso de que quieres consultar la temperatura que hará mañana en tu ciudad a las 5 de la tarde. En la web donde consultes el tiempo, te encontrarás una función similar a:



- De esta gráfica obtienes la información de la temperatura a cualquier hora del día. Así, a las 17 horas, (5 DE LA TARDE) habrá una temperatura de 23 °C. Lo sabes porque buscas el valor 17 en el eje de las x, subes hasta que corta con la gráfica y miras en el eje de las y su valor, que es de 23 °C.

Sin darte cuenta estás consultando la gráfica de una función y no sólo eso, también sabes interpretarla, porque realmente estás obteniendo un dato.

La temperatura y el tiempo son dos variables que están relacionadas. A esta relación se le llama función y en este caso, esa función está representada por una línea roja.

VARIABLES Y CARACTERÍSTICAS DE LAS FUNCIONES

- En nuestra función, tenemos relacionadas dos variables: la temperatura y el tiempo.
- Conforme pasa el tiempo, la temperatura puede subir o bajar, es decir, **la temperatura depende del paso del tiempo**, por lo que se le llama **variable dependiente**.
Matemáticamente, se le suele llamar **y** o
- **$f(x)$ (función que depende de x).**

- Por el contrario, el tiempo va a pasar sí o sí, sin depender de nada ni de nadie, por lo que se le llama **variable independiente**. Matemáticamente, **se le suele llamar x** .
- La función tienen una característica muy importante que se debe cumplir y es que **para cada valor de x le corresponde un único valor de y** . Si te fijas, en cada hora, **solamente hay un valor** de temperatura. A las 5 de la tarde no tengo 23 y 18 grados, por ejemplo. Solamente tengo 23 grados.
- Si hay alguna relación que para un valor de x , **le corresponda más de un valor de y** , eso ya no será un función.

CONCLUSION

- **POR TANTO, EN GENERAL UNA FUNCIÓN ES UNA RELACIÓN ENTRE DOS VARIABLES, UNA INDEPENDIENTE (X) y OTRA DEPENDIENTE (Y) y POR CADA VALOR DE X LE CORRESPONDE UN UNICO VALOR DE Y.**

- **Y vuelvo a repetir que a cada valor de x le corresponde UN ÚNICO VALOR DE y, esto es muy importante.**

FUNCION:

- En matemáticas, una función f es una relación entre un conjunto dado X (el dominio) y otro conjunto de elementos Y (el codominio) de forma que a cada elemento x del dominio le corresponde un único elemento del codominio $f(x)$. Se denota por:

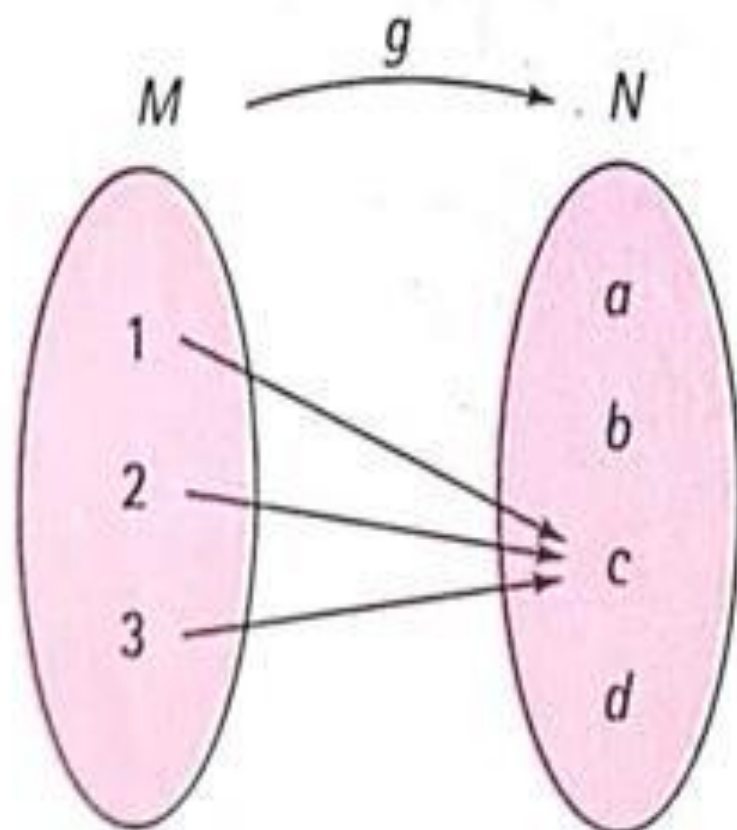
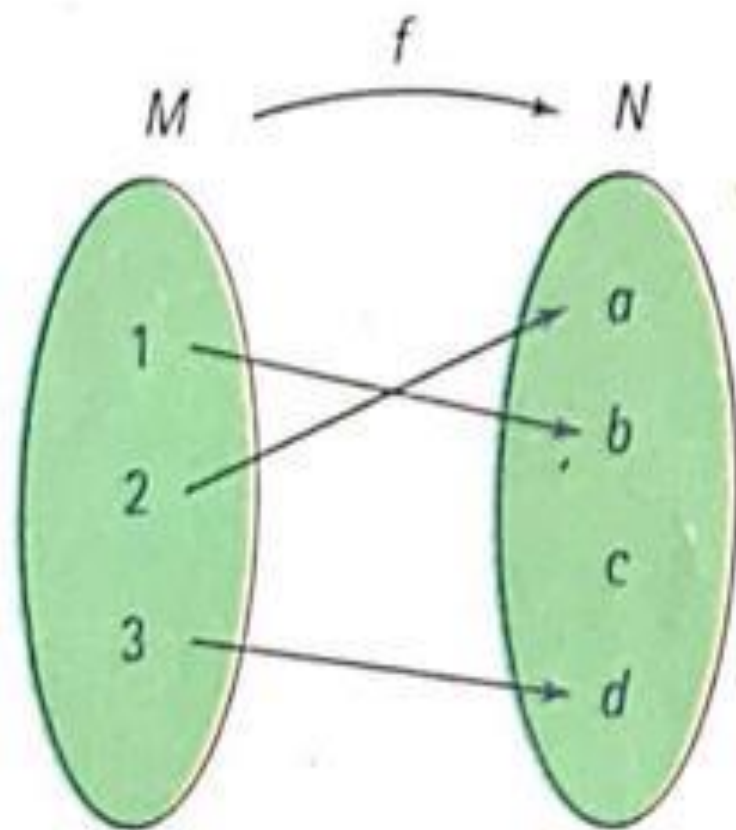
$$f: X \rightarrow Y$$

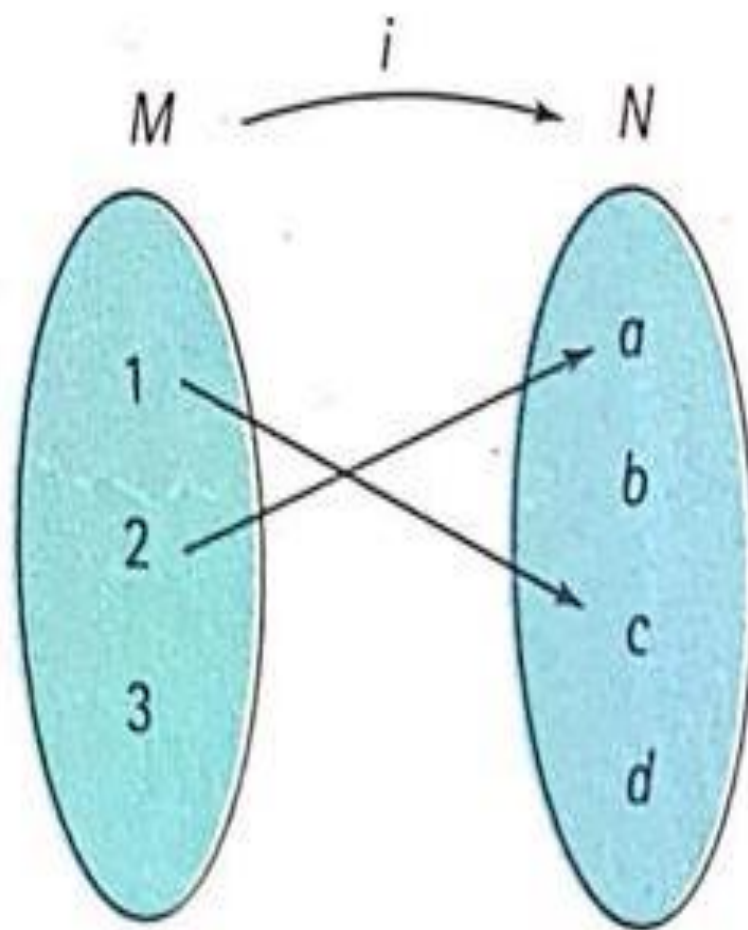
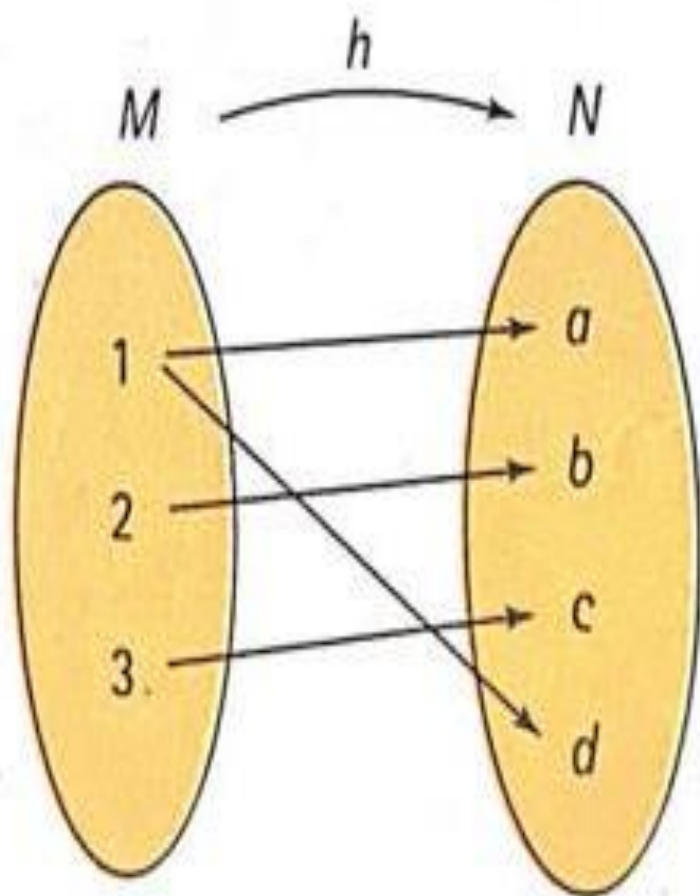
EJEMPLO:

- A continuación se han representado cuatro correspondencias entre los conjuntos

$$M = \{1, 2, 3\} \quad Y \quad N = \{a, b, c, d\}$$

Determinar cuáles de estas correspondencias son funciones y cuáles NO.



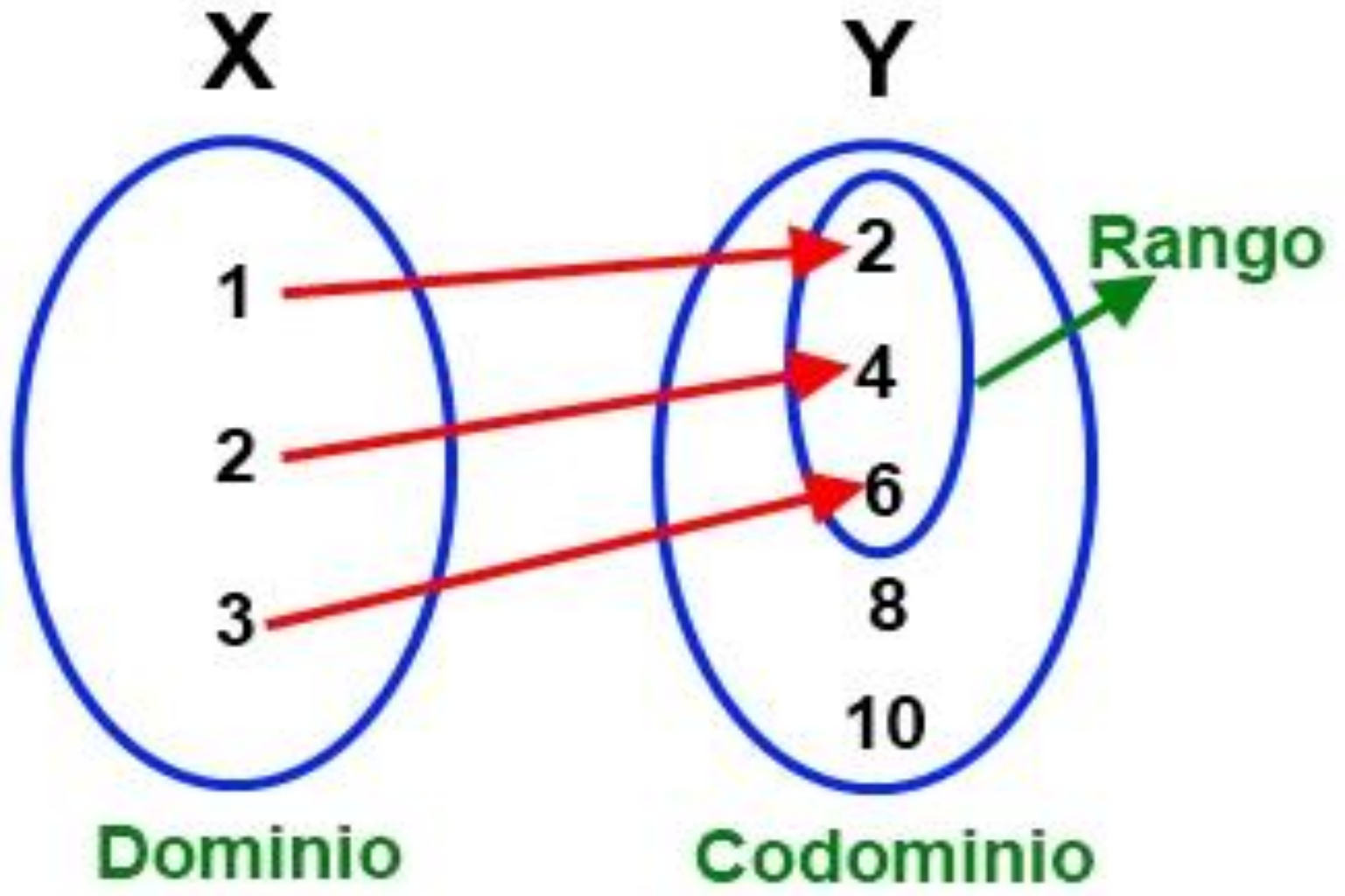


SOLUCION:

- f y g si son funciones por que en cada caso cada elemento de m está relacionado con un único elemento de N .
- h e i no son funciones, pues en la correspondencia h , 1 tiene dos imágenes, y en la correspondencia i , 3 no tiene imagen.

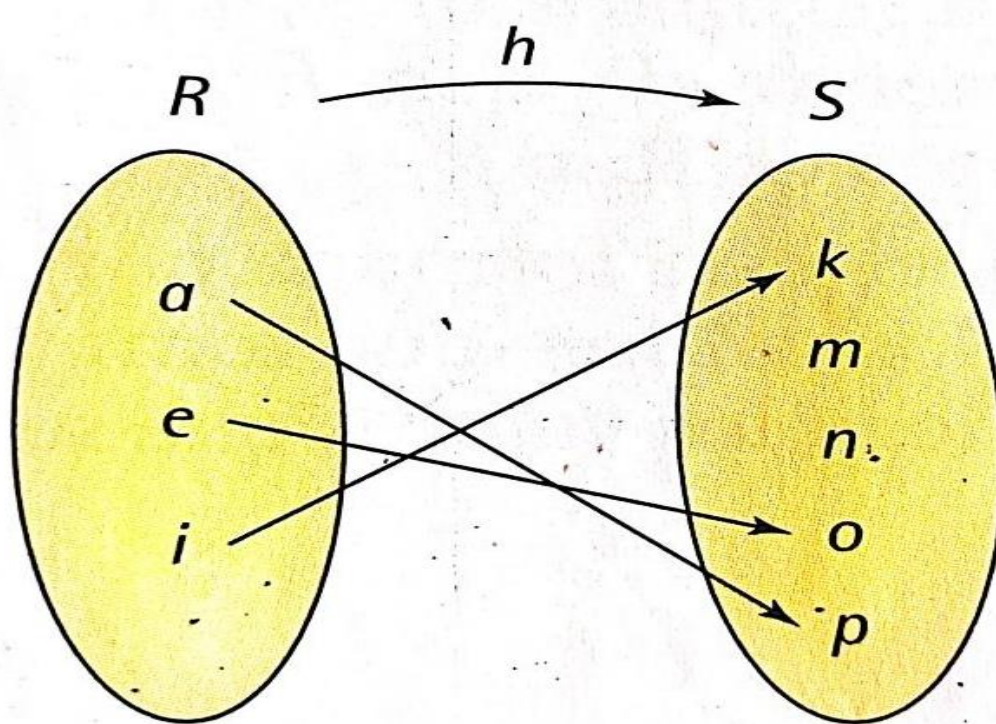
DOMINIO, CODOMINIO, RANGO Y GRAGO DE UNA FUNCION.

- Dada una función f establecida entre dos conjuntos, se identifican los siguientes elementos:
- **DOMINIO:**
Es el conjunto de salida o conjunto de pre imágenes. Se nota **Dom f**.
- **CODOMINIO:**
Es el conjunto de llegada.
- **RANGO:**
Es el subconjunto del codominio, formado por las imágenes de los elementos del dominio. Se nota **Ran f**.
- **GRAFO:**
Es el conjunto formado por todas las parejas ordenadas en Las cuales la primera componente es un elemento del dominio y la segunda componente es un elemento del rango. Esto es $\{ (x , y) / y = f (x) \}$.



EJEMPLO:

Determinar el dominio, codominio, rango y grafo de la función representada en el siguiente diagrama sagital.



SOLUCION

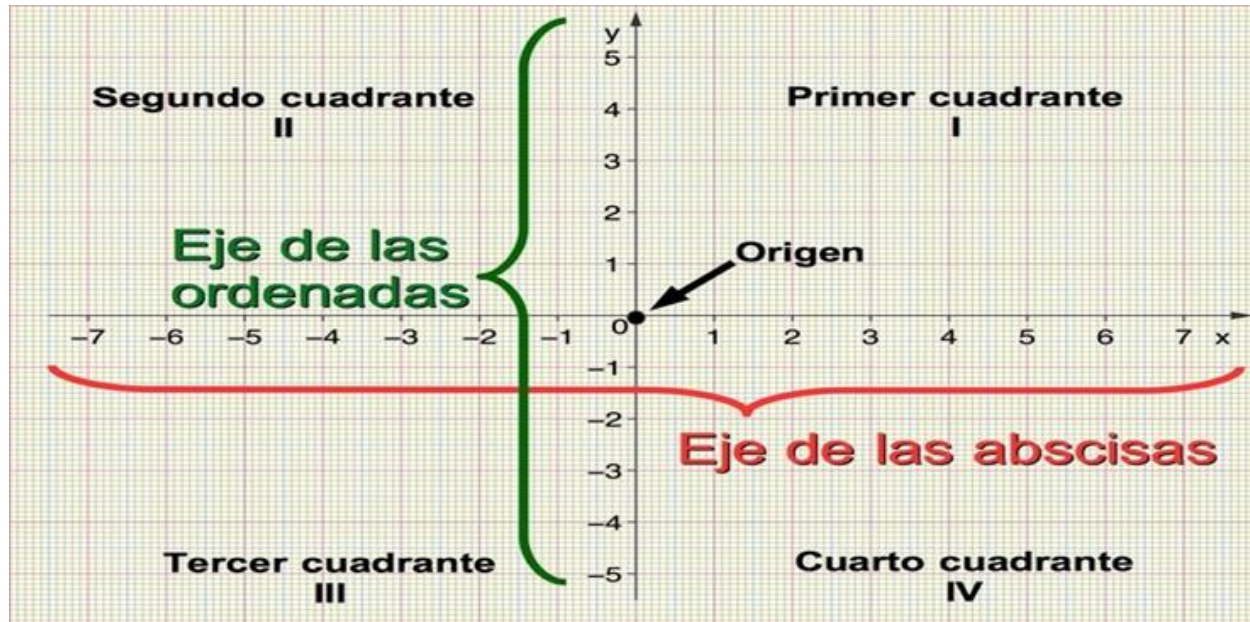
- $\text{Dom } h = \{ a, e, i \}$
- $\text{Codominio de } h = \{ k, m, n, o, p \}$
- $\text{Ran } h = \{ k, o, p \}$
- $\text{Grafo de } h = \{(a, p), (e, o), (i, k)\}$

FORMAS PARA REPRESENTAR UNA FUNCION

- Además del diagrama sagital, para representar una función se utilizan otras formas, tales:
- como el diagrama cartesiano.
- la fórmula o
- la tabla de valores.

1. DIAGRAMA CARTESIANO

- El eje horizontal representa el dominio y el eje vertical, el codominio. En este diagrama se representan las parejas ordenadas que pertenecen al grafo de la función.



2.LA FÓRMULA:

- Es la expresión algebraica de la función, en la cual los elementos de los conjuntos se simbolizan, de manera general, mediante variables.
- Las fórmulas de las funciones son de la forma $y = f(x)$, en la cual $f(x)$ es una expresión en términos de x ; x ES LA VARIABLE INDEPENDIENTE y representa los elementos de $\text{Dom } f$; y ES LA VARIABLE DEPENDIENTE y representa los elementos de $\text{Ran } f$.

EJEMPLOS:

$$Y = 2X; \quad Y = X + 3$$

3. LA TABLA DE VALORES

- Está formada por dos filas de casillas. En la fila superior se ubican los valores que toma la variable independiente
- y en la fila inferior se ubican los valores que se obtienen para la variable dependiente.

EJEMPLOS:

x	1	2	3	0	1	2	3
y	-3	-2	-1	0	1	2	3

Ejercicio 2

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

EJEMPLO GENERAL

- Dados los conjuntos $x = \{ 0, 1, 2, 3 \}$ Y
 $y = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \}$

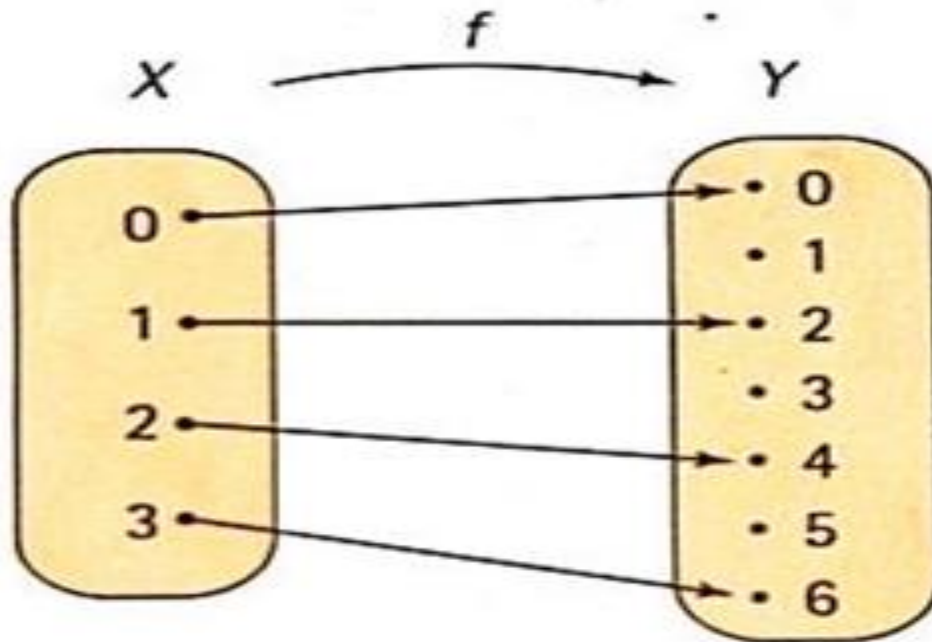
y la función $f : x \longrightarrow y$ tal que a cada elemento de x le asigna su doble en y .

presentar la función f mediante:

- a) Diagrama sagital .
- b) Diagrama cartesiano .
- c) Formula .
- d) Tabla de valores.

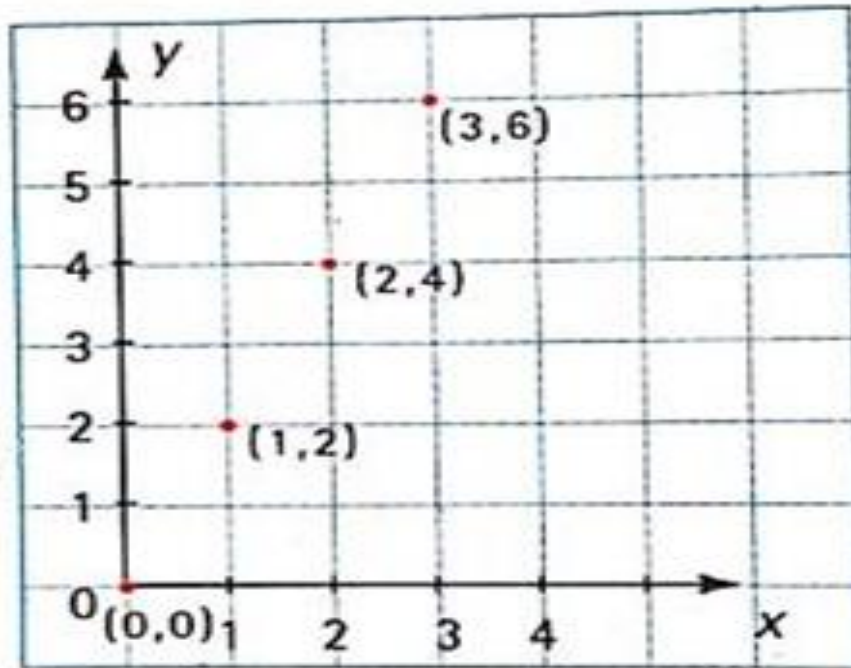
a) DIAGRAMA SAGITAL

a. El diagrama sagital



b) DIAGRAMA CARTESIANO

b. El diagrama cartesiano



c. FORMULA

c. La fórmula

$$y = 2x$$

d) TABLA DE VALORES

d. La tabla de valores

x	0	1	2	3
y	0	2	4	6