

# 1 Medición y clasificación de ángulos

## Saberes previos

El transportador es un instrumento para medir y construir ángulos. Busca un transportador y descríbelo.

## Analiza

Observa la foto.



- ¿Qué figura forman las piernas de la gimnasta?

## Conoce

La figura que forman las piernas de la deportista es un ángulo.

En muchos deportes aparecen los ángulos. Observa algunos de ellos.



Un **ángulo** es una figura formada por dos rayos no colineales que tienen el mismo origen y los rayos se llaman **lados** del ángulo. Este origen es el **vértice** del ángulo. La unidad de medida de un ángulo es el grado y se simboliza con  $^\circ$ . La medida de un ángulo está comprendida entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ .

### Ejemplo 1

Los dos rayos de la Figura 3.1 tienen el mismo origen  $O$ , y forman el ángulo  $AOB$ .

Para nombrarlo, se puede escribir el signo  $\sphericalangle$  antes del nombre del ángulo ( $\sphericalangle AOB$ ). También se puede nombrar mediante una letra griega o un número.

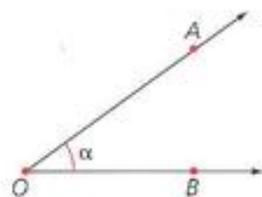


Figura 3.1

## 1.1 Clasificación de ángulos

La Tabla 3.1 muestra la clasificación de los ángulos según su medida.

Recto	Agudo	Obtuso
Mide $90^\circ$	Mide menos de $90^\circ$	Mide más de $90^\circ$ pero menos de $180^\circ$

Tabla 3.1

### Ejemplo 2

El transportador es un instrumento útil para medir ángulos. Este se utiliza como se muestra en la Figura 3.2.

$$m \sphericalangle AOB = 123^\circ$$

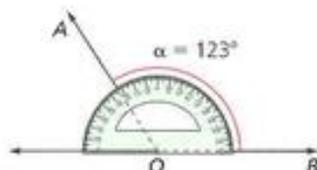


Figura 3.2

## 1.2 Ángulos complementarios y ángulos suplementarios

Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es  $90^\circ$ .

### Ejemplo 3

Estos son dos pares de ángulos complementarios. En el primer caso, como además del vértice comparten uno de sus lados.



Figura 3.3

$$40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

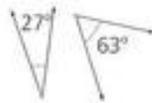


Figura 3.4

$$27^\circ + 63^\circ = 90^\circ$$

Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es  $180^\circ$ .

### Ejemplo 4

Estos dos pares de ángulos son suplementarios. En el primer caso, son consecutivos.



Figura 3.5

$$40^\circ + 140^\circ = 180^\circ$$

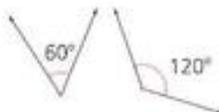


Figura 3.6

$$60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$$

Dos **ángulos** son **adyacentes** cuando están en el mismo plano, tienen un vértice común, pero no tienen puntos interiores comunes.

Ángulos adyacentes par lineal son aquellos que tienen el vértice y un rayo en común, al tiempo que sus otros dos lados son rayos opuestos. De allí resulta que los ángulos adyacentes par lineal sean a la vez **adyacentes** y **suplementarios**, ya que al sumar sus medidas completan  $180^\circ$  sin poseer ningún punto interior en común.

### Ejemplo 5

En la Figura 3.7 se observa, a la izquierda, un par de ángulos adyacentes, el ángulo  $\alpha$  y el ángulo  $\beta$ . En la figura de la derecha, los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ , aunque tienen el vértice y un lado comunes, no son adyacentes, por tener puntos interiores comunes.



Figura 3.7

### Ejemplo 6

Estos ángulos son adyacentes par lineal porque comparten el vértice, un lado y porque  $45^\circ + 135^\circ = 180^\circ$ .

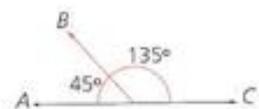


Figura 3.8

# 1 Medición y clasificación de ángulos

## 1.3 Ángulos congruentes

Dos ángulos son **congruentes** si tienen la misma medida.

### Ejemplo 7

Los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  tienen el mismo vértice, y los lados de uno de ellos son rayos opuestos a los del otro (Figura 3.9). Se dice que  $\alpha$  y  $\beta$  son **ángulos opuestos por el vértice**.

Si se mide cada uno de ellos, se comprueba que son congruentes.

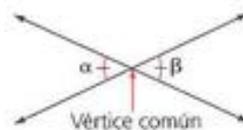


Figura 3.9

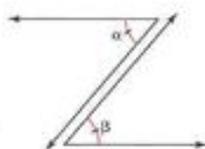


Figura 3.10

### Ejemplo 8

Los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  de la Figura 3.10 tienen los lados paralelos dos a dos y los dos son ángulos agudos.

Si se miden, se comprueba que son congruentes.

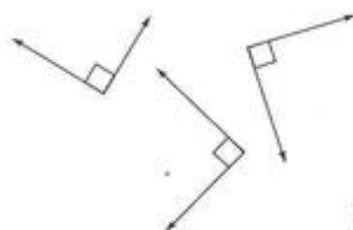


Figura 3.11

### Ejemplo 9

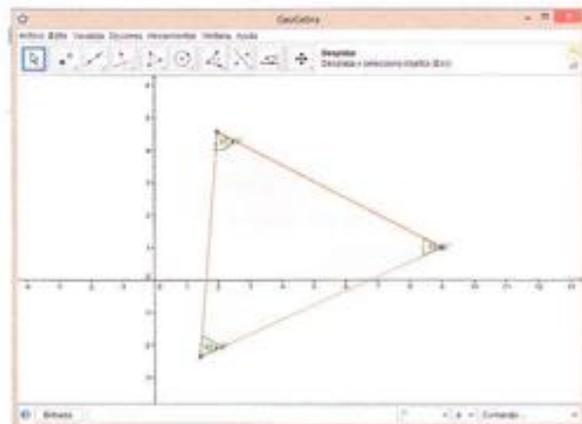
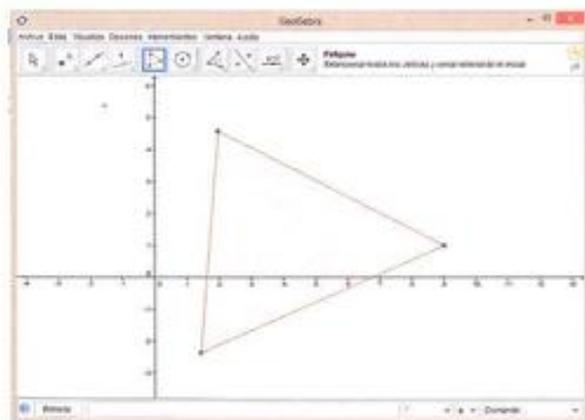
Todos los ángulos rectos como los de la Figura 3.11 son congruentes.

## Matemáticas

### Mide los ángulos interiores de un triángulo con GeoGebra

Abre GeoGebra y utiliza la herramienta elige **Polígono** y ubica tres puntos que no estén en la misma recta para determinar un triángulo. Cerciérate de cerrar el triángulo haciendo clic sobre el tercer y primer vértices.

Selecciona el botón y elige **Ángulo**. Para hallar la medida de un ángulo, haz clic sobre un vértice del triángulo, luego en el vértice del ángulo que se quiere medir y, por último, en el tercer vértice.



Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Observa la Figura 3.12 y contesta las preguntas.



Figura 3.12

- a. ¿Cuántos ángulos obtusos internos hay?
- b. ¿Cuántos ángulos agudos internos hay?

2 Estima la medida de cada ángulo, nómbralo y clasifícalo. Luego, mídelo y verifica tu estimación.



Figura 3.13



Figura 3.14

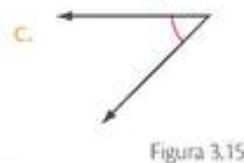


Figura 3.15

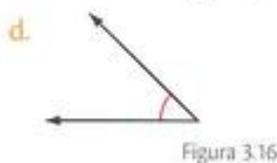


Figura 3.16

Ejercitación

3 Completa la Tabla 3.2 según la información dada.

Medida del ángulo	Medida del ángulo complementario	Medida del ángulo suplementario
64°		
	12°	
89°		
51°		
	36°	

Tabla 3.2

Razonamiento

4 Calcula la medida de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\delta$  de la Figura 3.17.

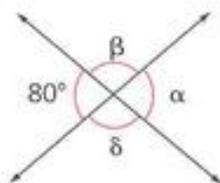


Figura 3.17

5 Calcula el valor de  $\alpha$  en las Figuras 3.18 a 3.21.

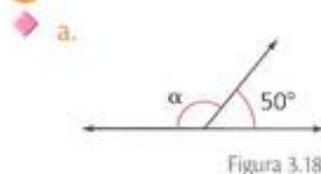


Figura 3.18

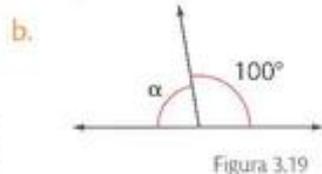


Figura 3.19

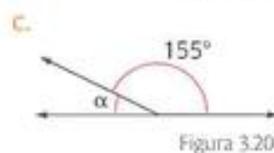


Figura 3.20

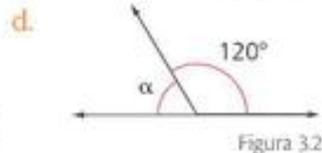


Figura 3.21

Comunicación

6 Analiza y responde. En el reloj análogo de la abuela son las 3:00 p. m. ¿Cuál es la medida del ángulo que describen las manecillas en ese instante?

Evaluación del aprendizaje

i Estima la medida de cada ángulo, nómbralo y clasifícalo. Luego, mídelo y verifica tu estimación.

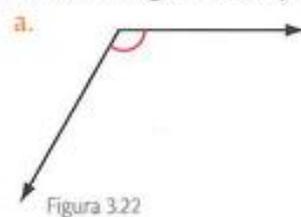


Figura 3.22

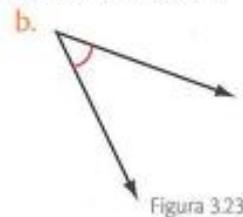


Figura 3.23

ii Rosa hace la siguiente afirmación:

★ "Si dos rectas paralelas son cortadas simultáneamente por una recta transversal, se forman ocho ángulos".

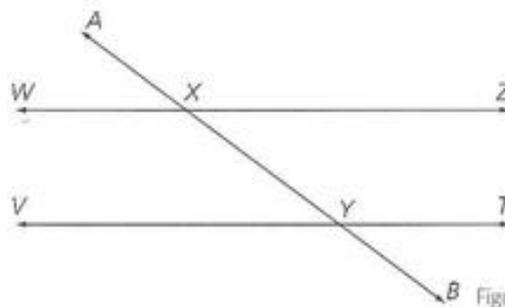


Figura 3.24

- a. ¿Identificas parejas de ángulos congruentes en la Figura 3.24? ¿Cuáles? Utiliza el transportador.
- b. ¿Encuentras parejas de ángulos congruentes que no son opuestos por el vértice? Explica.