



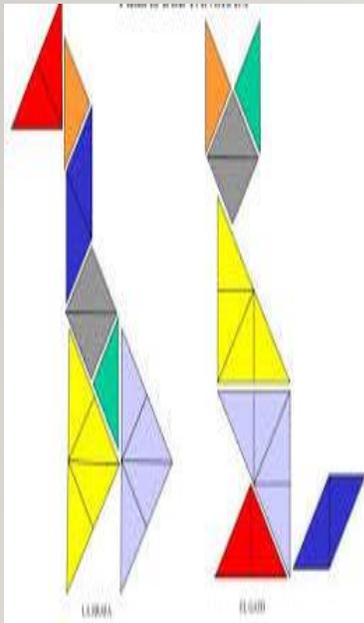
BIENVENIDOS



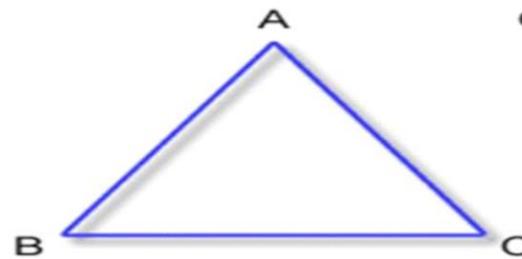
Leyes de senos y cosenos

→ Resolución de triángulos oblicuángulos

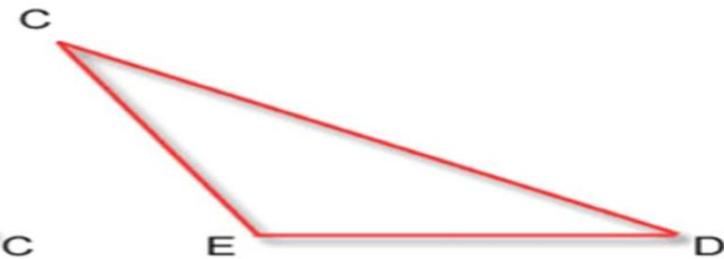
→ Es aquel en el que ninguno de sus ángulos es recto (90°).



Resolución de triángulos oblicuángulos



Triángulo Acutángulo

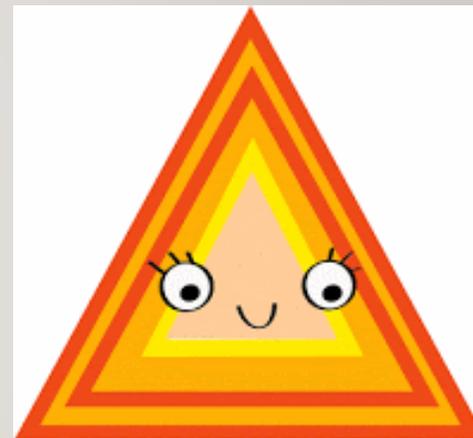


Triángulo Obtusángulo

Triángulos Oblicuángulos

TEOREMA DEL

SENO



HISTORIA

Y

DEMOSTRACION

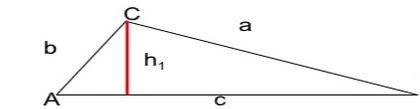
LEY DEL SENO

https://youtu.be/OhFMa_ALK8o

<https://youtu.be/hq2YfUal67w>



Regiomontanus (Johannes Müller von Königsberg).
(Geb. 6. Juni 1436, gest. 6. Juli 1476.)

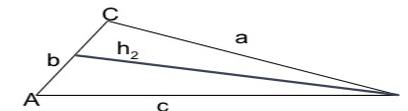


$$\text{sen}A = \frac{h_1}{b} \Rightarrow h_1 = b \cdot \text{sen}A$$

$$\text{sen}B = \frac{h_1}{a} \Rightarrow h_1 = a \cdot \text{sen}B$$

$$a \cdot \text{sen}B = b \cdot \text{sen}A \Rightarrow \frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

O de la otra forma según si pasamos dividiendo las letras en vez de los senos



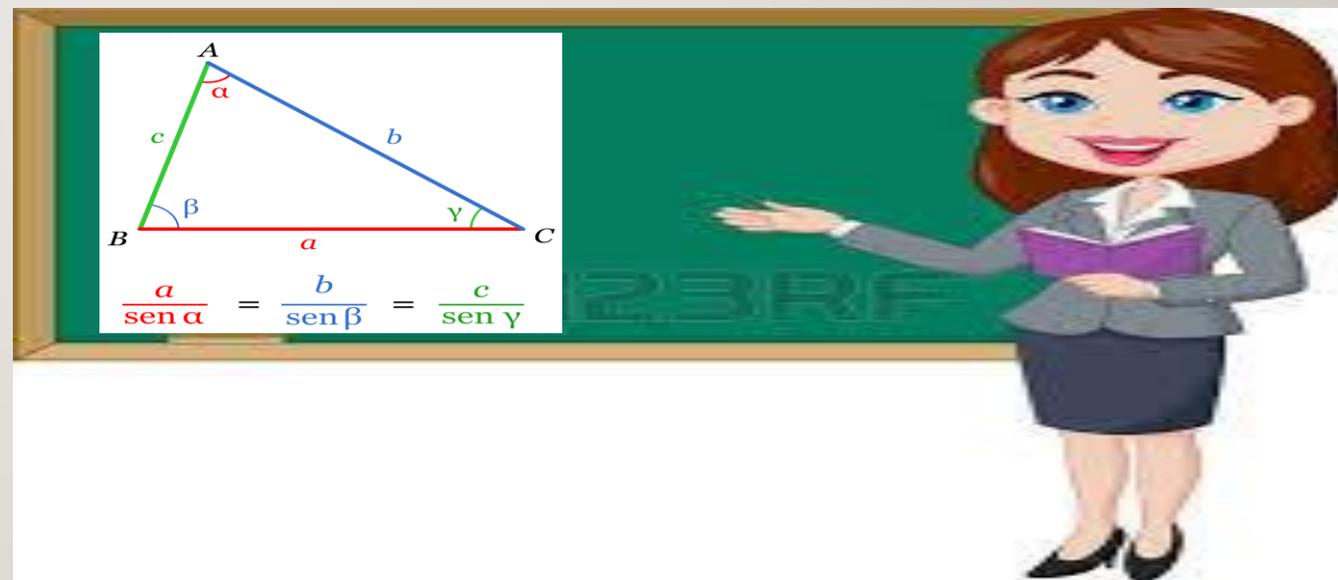
$$\text{sen}A = \frac{h_2}{c} \Rightarrow h_2 = c \cdot \text{sen}A$$

$$\text{sen}C = \frac{h_2}{a} \Rightarrow h_2 = a \cdot \text{sen}C$$

$$a \cdot \text{sen}C = c \cdot \text{sen}A \Rightarrow \frac{a}{\text{sen}A} = \frac{c}{\text{sen}C} \Rightarrow \frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$$

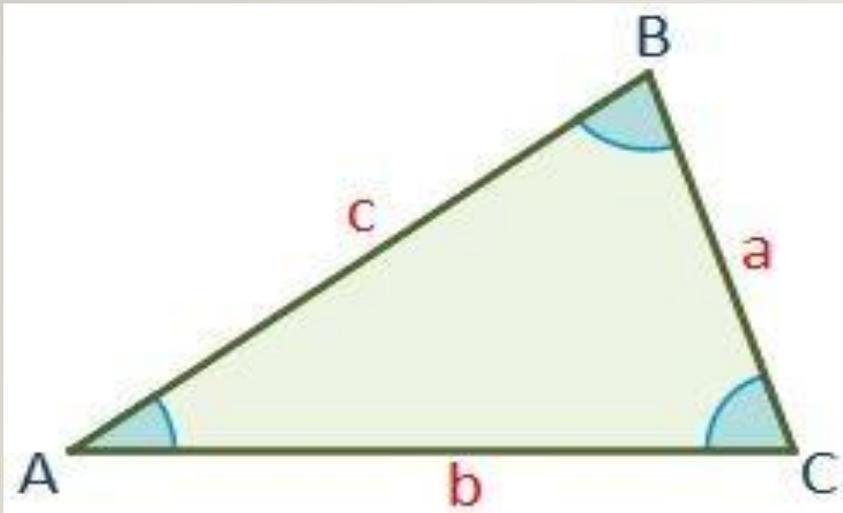


TEOREMA DEL SENO O LEY DE LOS SENOS



El teorema del seno (o teorema de los senos) relaciona proporcionalmente los lados y los ángulos de un triángulo cualquiera. Éste enuncia que:

Cada lado de un triángulo (a , b y c) es directamente proporcional al seno del ángulo opuesto (A , B y C).

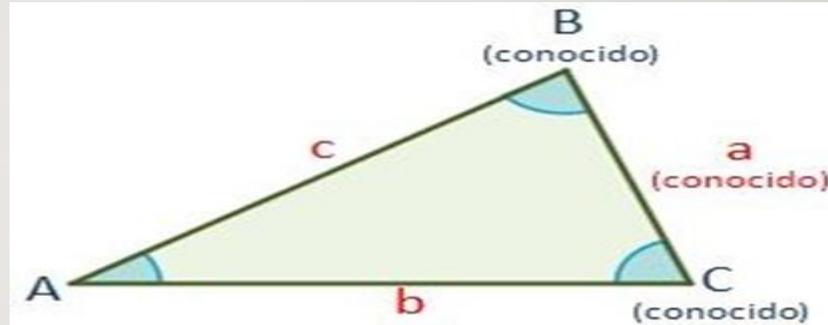


$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

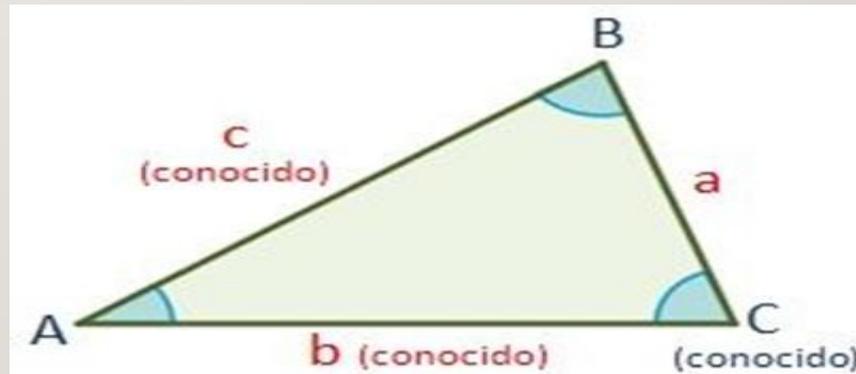
siendo a , b y c los costados y A , B y C los ángulos del triángulo

Aplicaciones del teorema del seno

• Sabiendo dos ángulos y un lado opuesto a cualquiera de ellos, calcular los otros dos lados y el otro ángulo.



• Sabiendo dos lados y un ángulo opuesto a uno de los dos lados, calcular el otro lado y los otros dos ángulos.



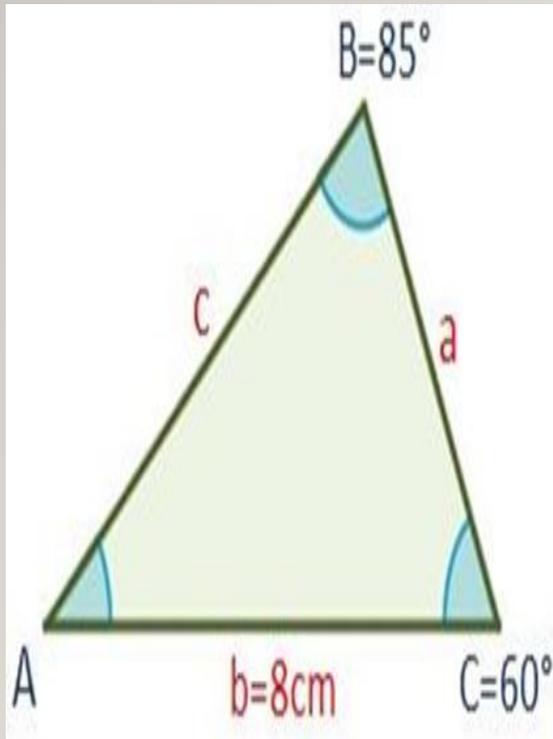
Datos:
 $b=8\text{cm}$
 $B=85^\circ$
 $C=60^\circ$

Sea un triángulo con un lado conocido ($b=8\text{ cm}$) y dos ángulos conocidos ($B=85^\circ$ y $C=60^\circ$).
Calcularemos los lados (a y c) y ángulos (A) desconocidos

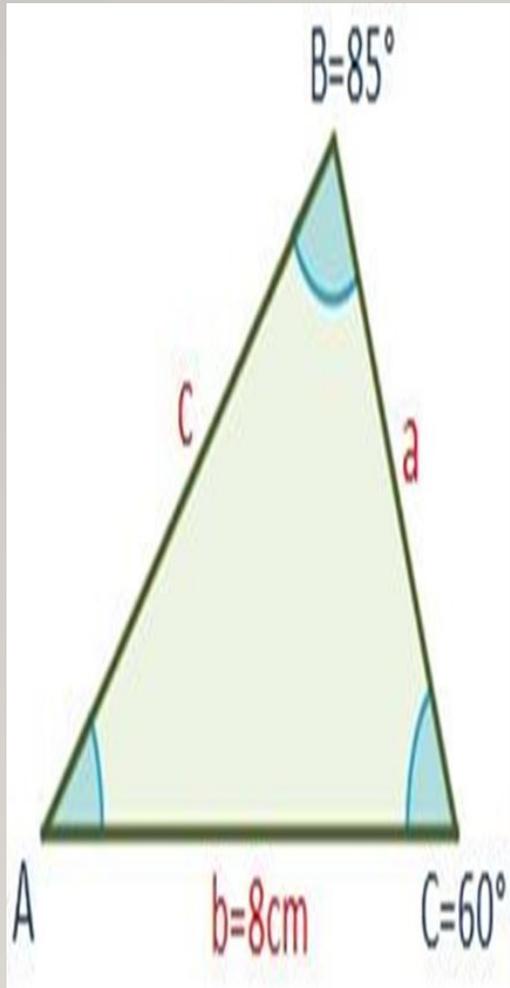
Los ángulos suman 180° , por lo que $A+B+C=180^\circ$.
Sabiendo B y C obtenemos A .

$$A+B+C=180^\circ$$

$$\rightarrow A=180^\circ-B-C=180^\circ-85^\circ-60^\circ=35^\circ$$



Se obtiene que $A=35^\circ$.



Por la fórmula del teorema del seno tenemos que:

$$\frac{a}{\text{sen } 35^\circ} = \frac{8}{\text{sen } 85^\circ} = \frac{c}{\text{sen } 60^\circ}$$

Despejando podemos obtener los dos lados restantes (a y c).

$$a = \frac{8 \cdot \text{sen } 35^\circ}{\text{sen } 85^\circ} = \frac{8 \cdot 0,57}{0,996} = 4,6 \text{ cm}$$

$$c = \frac{8 \cdot \text{sen } 60^\circ}{\text{sen } 85^\circ} = \frac{8 \cdot 0,87}{0,996} = 7 \text{ cm}$$

Por lo que el lado $a=4,6$ cm y $c=7$ cm.

Datos:
 $m=8\text{cm}$
 $p=12\text{cm}$
 $\angle P=76^\circ$

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{m}{\text{sen}M} = \frac{n}{\text{sen}N}$$

podemos elegir que ángulo deseamos encontrar, para este ejemplo, usaremos la igualdad:

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{m}{\text{sen}M}$$

despejando a Sen M

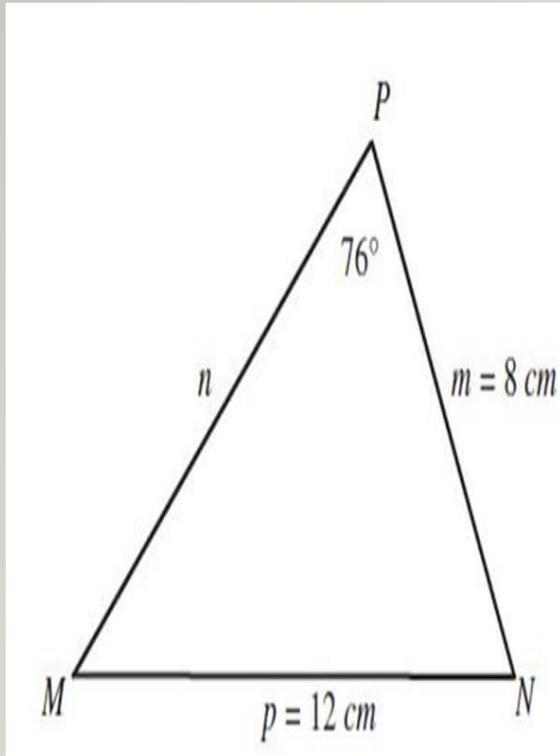
$$\text{Sen}M = \frac{m \cdot \text{sen}P}{p}$$

Sustituyendo nuestros valores en la fórmula, obtenemos:

$$\text{Sen}M = \frac{m \cdot \text{sen}P}{p} = \frac{(8\text{cm})\text{sen}(76^\circ)}{12\text{cm}} = 0.6469$$

sacando la inversa del seno, para encontrar el ángulo, tenemos

$$\text{sen}^{-1}M = 0.6469 \quad M = 40.18^\circ$$



Ahora, como sabemos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° , encontremos el ángulo faltante.

$$180^\circ = \angle M + \angle N + \angle P$$

$$180^\circ = 40.18^\circ + 76^\circ + \angle P$$

$$\angle N = 180^\circ - 40.18^\circ - 76^\circ$$

$$\angle N = 63.42^\circ$$

El siguiente lado que nos falta por encontrar, lo volveremos hacer con la ley de senos.

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{n}{\text{sen}N}$$

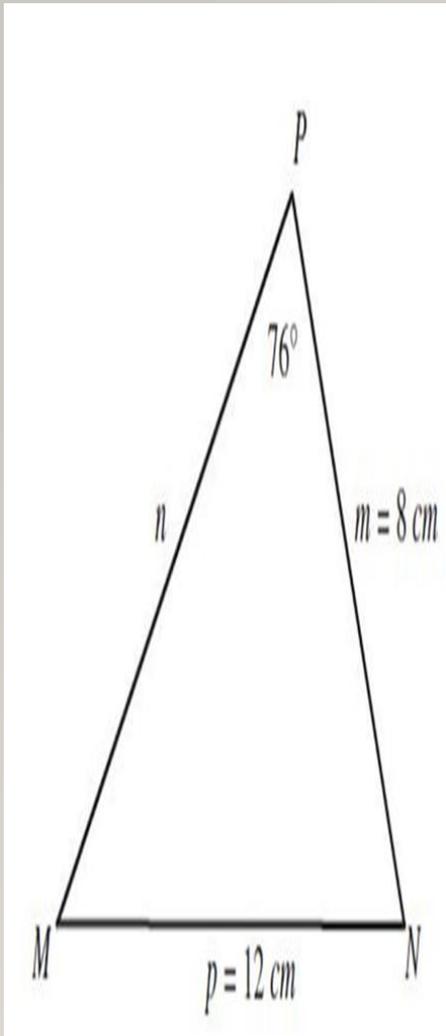
Despejando a "n".

$$n = \frac{p \cdot \text{sen}N}{\text{sen}P}$$

Sustituyendo nuestros valores en la fórmula:

$$n = \frac{(12\text{cm}) \cdot \text{sen}(63.42^\circ)}{\text{sen}(76^\circ)} = 11.09\text{cm}$$

Por lo que el valor de $n = 11.09 \text{ cm}$.



PROBLEMAS

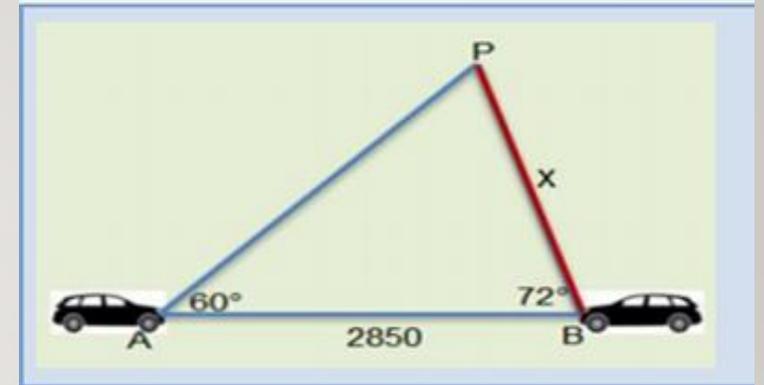
Desde un puesto de observación P se detectan dos automóviles A y B con una distancia entre ellos de 2850 m. Las visuales respectivas desde P hasta AB forman ángulos de 60° en $\angle A$ y 72° en $\angle B$. Calcule la distancia aproximada entre el puesto de observación y el automóvil B.

Se calcula la medida del tercer ángulo.

$$180^\circ - 60^\circ - 72^\circ = 48^\circ$$

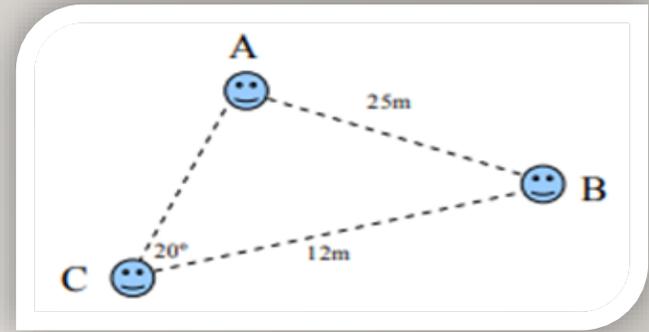
Se calcula el valor aproximado de x aplicando la ley de senos.

La distancia **aproximada** entre el puesto de observación y el automóvil B es de 3321 m.



$$\begin{aligned} \frac{2850}{\text{sen}48^\circ} &= \frac{x}{\text{sen}60^\circ} \\ \Rightarrow \text{sen}60^\circ \cdot \frac{2850}{\text{sen}48^\circ} &= x \\ \Rightarrow 3321 &\approx x \end{aligned}$$

Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Berta hay 25 metros, y entre Berta y Camilo, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de 20° . Calcula la distancia entre Alberto y Camilo. El esquema de la situación sería algo así:



Tenemos al menos una pareja ángulo-lado opuesto. Para hallar la medida del lado que nos falta, aplicamos el teorema del seno. para hallar el ángulo A

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

$$\frac{c}{\text{sen } C} = \frac{a}{\text{sen } A}$$

Se calcula la medida del ángulo B.

$$180^\circ - 20^\circ - 9,45^\circ = 150,55^\circ$$

$$\begin{aligned} 25/\text{sen}20^\circ &= 12/\text{sen}A \\ 73,10 &= 12/\text{sen}A \\ \text{sen}A &= 12/73,10 \\ \text{sen } A &= 0,16 \\ A &= 9,45^\circ \end{aligned}$$

Usar el teorema del seno y hallar el lado b

$$\frac{c}{\text{sen } C} = \frac{b}{\text{sen } B}$$

$$\begin{aligned} 25/\text{sen}20^\circ &= b/\text{sen}150,55^\circ \\ 73,10 &= b/0,49 \\ b &= (73,10) \cdot (0,49) \\ b &= 35,94\text{m} \end{aligned}$$



MUCHAS

GRACIAS...