



APLICABILIDAD DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

EJEMPLO 1

Una tenista lanza una pelota que sigue una trayectoria dada por la fórmula $y = 8t - t^2 + 1,6$ donde t es el tiempo (en segundos) transcurrido desde el lanzamiento y Y es la altura (en metros) a la que se encuentra la pelota.

- ¿A qué tipo de gráfica corresponde la trayectoria que describe la fórmula?
- ¿Cuándo alcanzará la pelota su máxima altura y en tiempo en alcanzarla?
- ¿Cuál es la altura que alcanza a los dos segundos de vuelo?

Respuesta:

- El tipo de gráfica es una parábola ya que x tiene exponente 2.
- Para hallar la altura máxima que alcanza la bola de tenis se debe calcular, se debe calcular el vértice (en donde Y será la máxima altura) y x el tiempo en que alcanza esa máxima altura

$$y = -t^2 + 8t + 1,6$$
$$x = \frac{-b}{2a} \quad a = -1 \quad b = 8 \quad c = 1,6$$
$$x = \frac{-8}{2(-1)} = \frac{-8}{-2} = 4 \text{ segundos}$$
$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$
$$y = \frac{4(-1)(1,6) - (8)^2}{4(-1)}$$
$$y = \frac{-6,4 - 64}{-4} = 17,6 \text{ m}$$

Por lo tanto, la altura máxima es 17,6 metros y la alcanza a los 2.5 segundos.

- Para calcular la altura que alcanza a los dos segundos se reemplaza en la ecuación el tiempo así:

$$y = -t^2 + 8t + 1,6$$
$$y = -(2)^2 + 8(2) + 1,6$$
$$y = -4 + 16 + 1,6$$
$$y = 13,6 \text{ m}$$

Por lo tanto, la altura que alcanza a los dos segundos de vuelo es 13.6 metros

EJEMPLO 2

Los ingresos y los gastos de una empresa durante los 8 primeros años vienen definidos en miles de millones de pesos por las siguientes funciones cuadráticas:



$$\text{Ingresos: } I(t) = -\frac{t^2}{4} + \frac{5t}{2} + 2.$$
$$\text{Gastos: } G(t) = \frac{t^2}{6} - \frac{5t}{2} + \frac{31}{3}$$

- Halla los momentos en que los ingresos y los gastos se igualan.
- ¿Cuándo son máximos los ingresos?
- ¿Cuándo son mínimos los gastos?

RESPUESTA:

- Para hallar los momentos en que son iguales los ingresos y los gastos se igualan las ecuaciones así:

$$-\frac{t^2}{4} + \frac{5t}{2} + 2 = \frac{t^2}{6} - \frac{5t}{2} + \frac{31}{3}$$
$$-\frac{t^2}{4} - \frac{t^2}{6} + \frac{5t}{2} + \frac{5t}{2} = \frac{31}{3} - \frac{2}{1}$$
$$\frac{-6t^2 - 4t^2}{24} + \frac{10t}{2} = \frac{31-6}{3}$$
$$\frac{-10t^2}{24} + 5t = \frac{25}{3}$$
$$\frac{-10t^2}{24} + 5t - \frac{25}{3} = 0$$

Una vez obtenida la ecuación cuadrática: $\frac{-10}{24}t^2 + 5t - \frac{25}{3} = 0$ Se halla la t, para ello se aplica la fórmula de la ecuación cuadrática así:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

DONDE:

$$a = -10/24 = -0.42 \quad b = 5 \quad c = -25/3 = -8.33$$

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4(-0.42)(-8.33)}}{2(-0.42)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 13.9944}}{-0.84}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{11}}{-0.84}$$



$$X1 = \frac{-5 + 3.32}{-0.84}$$

$$X2 = \frac{-5 - 3.2}{-0.84}$$

$$X1 = 2$$

$$X2 = 10$$

A los 2 y 10 años los ingresos y gastos son iguales.

b) Para hallar el tiempo en el que ingreso es máximo se calcula x. Así:

$$X = \frac{-b}{2a} = \frac{-5/2}{2(-4)}$$
$$X = \frac{-5/2}{-2/4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ años}$$

Los ingresos son máximos a los 5 años

a) c) Para hallar el tiempo en que los gastos son mínimos se debe calcular el vértice: El valor de x es el tiempo:

$$X = \frac{-b}{2a}$$
$$X = \frac{-(-5/2)}{2(1/6)}$$
$$X = \frac{5/2}{2/6} = \frac{30}{4} = 7.5 \text{ años}$$

Los gastos son mínimos a los 7.5 años

EJEMPLO 3

Un contador determina que el ingreso mensual I, en pesos, que obtiene un relojero con experiencia, por la reparación de un número x de relojes, está dado por la función ingreso:

$$I(x) = 20.000x - 50x^2$$

Como la ecuación de la función cuadrática que modela la situación está planteada, se establece cuáles son los elementos principales de la parábola que sirven para dar respuesta a lo que se está preguntando:

a) Determine cuántos relojes se deben reparar para obtener el ingreso máximo mensual

El gráfico de la función $I(x) = 20.000x - 50x^2$ es una parábola, por lo que calcula el vértice:

$$x = \frac{-b}{2a} \rightarrow x = \frac{-20.000}{-100} = 200$$

Esto nos indica que el relojero debe reparar 200 relojes para obtener el máximo ingreso mensual.

b) ¿Cuál será el ingreso máximo mensual? Este se determina calculando la coordenada y del vértice de la función I(x):



$$I(x) = 20.000 \cdot 200 - 50 \cdot 200^2 = 2.000.000$$

El ingreso máximo mensual es 2.000.000 de pesos.

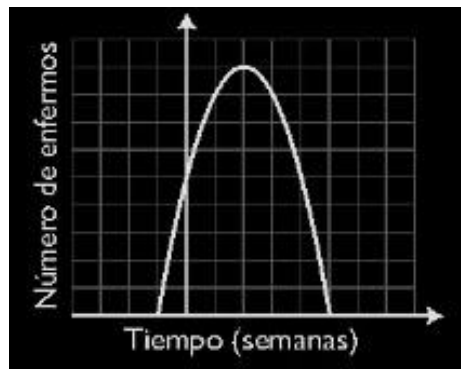
En los siguientes links encontraras unos videos sobre problemas de funciones cuadráticas:

https://www.youtube.com/watch?v=Wd5TQTuOG2U&ab_channel=GuilleQuezada

https://www.youtube.com/watch?v=ZpNFeVciVpQ&ab_channel=F%C3%ADsicaVirtualAcademia

ACTIVIDAD DOS

1. La siguiente gráfica representa el número de enfermos de gripa en un hospital:



Con base a la gráfica responda:

- ¿Durante cuántas semanas aumentó la enfermedad?
 - ¿Durante cuántas semanas disminuyó la enfermedad?
 - ¿Qué día hubo más enfermos en el hospital? ¿Cuántos fueron?
 - ¿Cuántos días duró la enfermedad?
2. Una bola de golf es golpeada desde el piso. La distancia, en pies, desde el nivel del suelo está dada por la función cuadrática $h(t) = -2t^2 + 9t$, donde t es el tiempo de vuelo en segundos.
- ¿Cuál es la altura que alcanza a los dos segundos de vuelo?
 - ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la bola de golf?
 - ¿Cuánto tiempo transcurre desde que sale disparada la bola hasta que toca de nuevo el suelo?, para resolver esta pregunta debes tener en cuenta cuando la bola toca el suelo la altura es igual a cero, por lo tanto, se deben hallar las raíces de la función es decir aplicar la fórmula cuadrática.
3. El precio unitario de cierto artículo viene dado por la ecuación de demanda $p = 0.5x + 1500$, donde x es el número de artículos que se ponen en el mercado en una semana. Si se sabe que el ingreso es el precio unitario por el número de unidades producidas y vendidas. Hallar:
- La función de ingreso, para ello tenga en cuenta que el ingreso es el producto del precio unitario por el número de artículos producidos y vendidos.
 - El ingreso máximo y su correspondiente nivel de producción.



4. El rendimiento de combustible de un automóvil se obtiene de acuerdo a la velocidad con la que se desplaza, si x es la velocidad medida en kilómetros por hora (km/h), el rendimiento está dado por la función:

$$R(x) = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{7}{2}x, \text{ para } 0 < x < 120$$

a) Completar la siguiente tabla de rendimiento:

Velocidad en km/h	20	40	60	70	80	100
Rendimiento $R(x)$						

b) ¿A qué velocidad se obtiene el máximo rendimiento?

La respuesta está dada por la coordenada x del vértice de la función $R(x)$

Determina:

$$x = \frac{-b}{2a} \rightarrow x = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

Por lo tanto, la velocidad que permite un mayor rendimiento de combustible es: km/h

c) ¿Cuál es el máximo rendimiento?

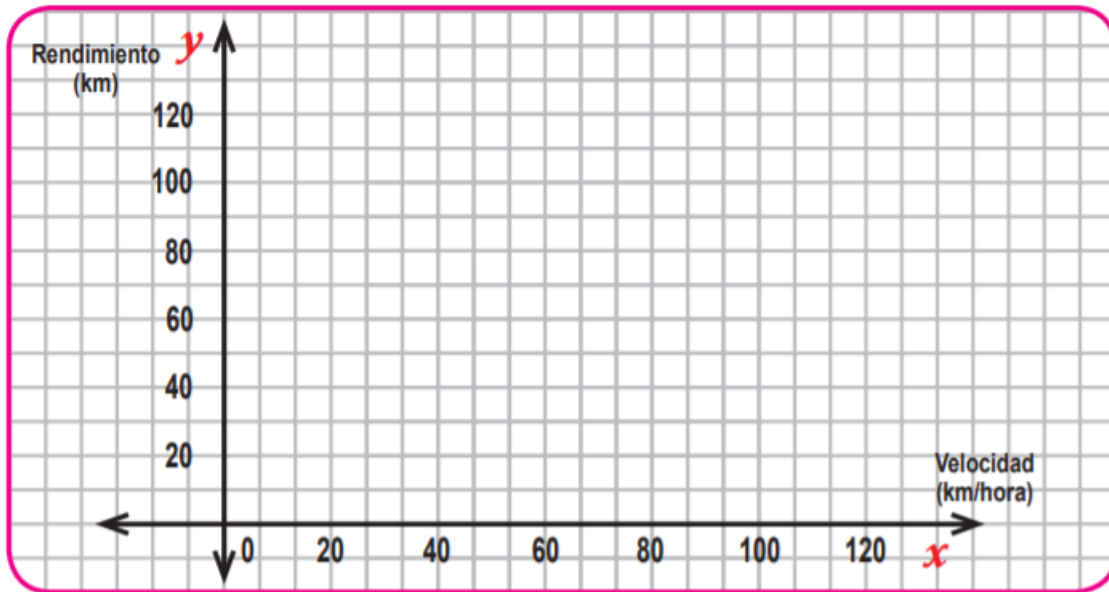
El máximo rendimiento de combustible está dado por la coordenada y del vértice de la función $R(x)$.

Determina:

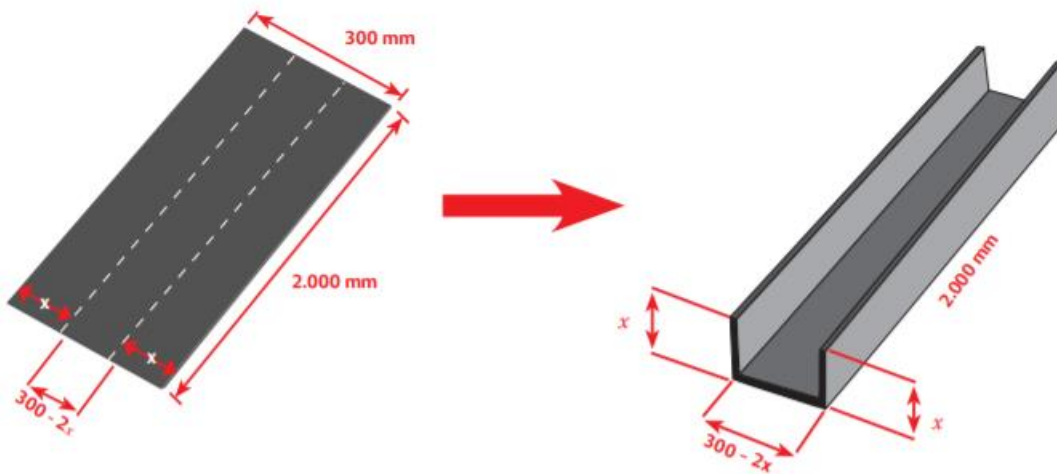
$$R\left(\frac{-b}{2a}\right) \rightarrow R(\boxed{}) = -\frac{1}{40} \cdot \boxed{}^2 + \frac{7}{2} \cdot \boxed{} \rightarrow R(\boxed{}) = \boxed{}$$



d) Graficar la parábola que modela la situación.



5. Para hacer una canaleta con un pedazo de plancha de zincalum liso de 2000 mm de largo y 300 mm de ancho, se dobla hacia arriba algunos milímetros a cada lado, como muestra la figura:



(x: cantidad de milímetros a doblar para hacer la canaleta.)

- a) ¿Cuántos milímetros deben doblarse para que la canaleta de 300 mm de ancho tenga una capacidad máxima? (x : cantidad de milímetros a doblar para hacer la canaleta.)

Se plantea la función que modela la capacidad volumétrica que tendrá la canaleta, la que calcularemos multiplicando el largo. alto. Ancho

$$V(x) = 2.000 \cdot x \cdot (300 - 2x) \rightarrow V(x) = 600.000x - 4.000x^2$$

Gráficamente es una parábola convexa, lo que implica que su vértice es el punto máximo.

Determine la coordenada x del vértice



Determine la coordenada x del vértice

$$x = \frac{-b}{2a} \rightarrow x = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$$

Esto nos indica que debemos doblar milímetros de plancha a cada lado, para hacer la canaleta con máxima capacidad volumétrica.

b) ¿Cuál es la máxima capacidad volumétrica?

La máxima capacidad volumétrica está dada por la coordenada y del vértice de la función $V(x)$

$$V\left(\frac{-b}{2a}\right) \rightarrow V(\boxed{}) = 600.000 \cdot \boxed{} - 4.000 \cdot \boxed{}^2 = \boxed{}$$