



INSTITUCION EDUCATIVA TECNICA JOAQUÍN PARIS

AREA DE MATEMATICAS

GRADO DECIMO

GUIA 9

Tema: Teorema del seno. Fecha inicio: 10 de mayo Fecha de terminación 14 mayo.

Introducción

En los temas anteriores vimos cómo encontrar alguna medida en un triángulo rectángulo. ¿y cuando un triángulo no es rectángulo no se puede? La respuesta es sí, en ese caso se usa el teorema del seno y el coseno, pero en esta guía vamos a ver el teorema del seno.

Objetivo

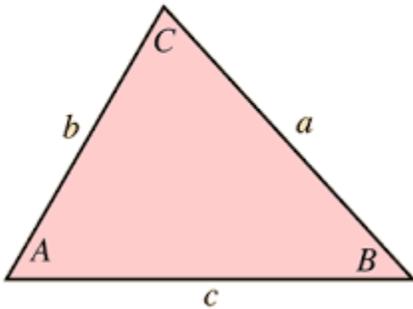
- Que el estudiante aplique el teorema del seno en la solución de triángulos no rectángulos.

Teorema del seno.

Sea un triángulo cualquiera con lados a, b y c y con ángulos interiores A, B y C (son los ángulos opuestos a los lados, respectivamente).

Se cumple:

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

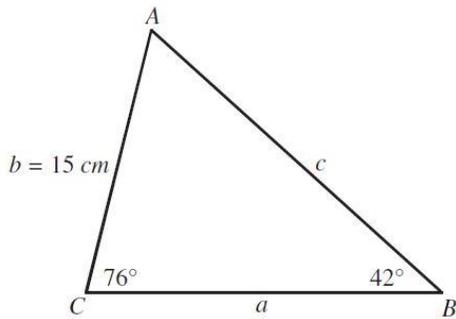


Para entender mejor lo invito a ver el siguiente video.

https://www.youtube.com/watch?v=e2_WDo5yK_Q

Ejemplos:

1.- En el triángulo ABC , $b = 15$ cm, $\angle B = 42^\circ$, y $\angle C = 76^\circ$. Calcula la medida de los lados y ángulos restantes.



Solución: Si observamos, podemos ver que nuestro triángulo tiene dos ángulos y un solo lado, por lo cual podemos aplicar la ley de senos, sin embargo, podemos realizar un análisis sencillo para hallar el otro ángulo desconocido, tomando en cuenta que; la **suma de los ángulos interiores** de cualquier triángulo deben sumar 180° .

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Colocando, los datos que tenemos en nuestro triángulo.

$$\angle A + 42^\circ + 76^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A + 118^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$$

Por lo que el ángulo en A, es de 62 grados.

$$\angle A = 62^\circ$$

Ahora tenemos que encontrar el valor de las longitudes de a y c, para ello recurriremos a la fórmula:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$$

Si observamos, nos interesa encontrar el valor del lado a y c, y ya tenemos a nuestra disposición cuanto equivalen los ángulos opuestos a esos lados, por lo cual, puedo tomar la igualdad que yo desee.

Supongamos que necesito encontrar el **lado a** entonces, hacemos:

$$\frac{a}{\text{sen}62^\circ} = \frac{b}{\text{sen}42^\circ}$$

Por lo que sustituyendo procedemos a despejar.

$$a = \frac{b \cdot \text{sen}62^\circ}{\text{sen}42^\circ} = 19.79\text{cm}$$

Ahora encontremos el lado restante.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{c}{\text{sen}C}$$

$$\frac{19.79\text{cm}}{\text{sen}62^\circ} = \frac{c}{\text{sen}76^\circ}$$

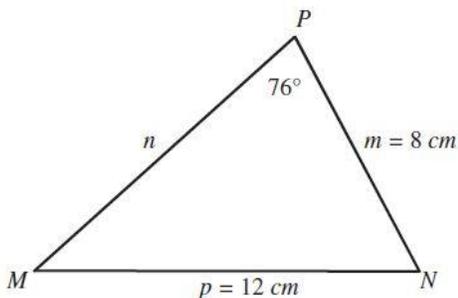
despejando a "c"

$$c = \frac{(19.79\text{cm})(\text{sen}76^\circ)}{\text{sen}62^\circ}$$

realizando la operación:

$$c = \frac{(19.79\text{cm})(\text{sen}76^\circ)}{\text{sen}62^\circ} = 21.75\text{cm}$$

2.- En el triángulo ABC, b = 15 cm, <B = 42°, y <C = 76°. Calcula la medida de los lados y ángulos restantes.



En este ejemplo a diferencia del anterior, **no disponemos de dos ángulos**, solamente de dos lados, por lo cual no podemos sumar los ángulos internos, e iniciar el proceso como se hizo

anteriormente.

Pero el problema nos proporciona un lado p = 12cm, y el ángulo opuesto a éste de 76°, por lo que podemos obtener otro ángulo, mediante la fórmula de senos.

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{m}{\text{sen}M} = \frac{n}{\text{sen}N}$$

podemos elegir que ángulo deseamos encontrar, para este ejemplo, usaremos la igualdad:

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{m}{\text{sen}M}$$

despejando a Sen M

$$\text{Sen}M = \frac{m \cdot \text{sen}P}{p}$$

Sustituyendo nuestros valores en la fórmula, obtenemos:

$$\text{Sen}M = \frac{m \cdot \text{sen}P}{p} = \frac{(8\text{cm})\text{sen}(76^\circ)}{12\text{cm}} = 0.6469$$

sacando la inversa del seno, para encontrar el ángulo, tenemos:

$$\text{sen}^{-1}M = 0.6469$$

$$M = 40^\circ.18$$

Ahora, como sabemos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° , encontremos el ángulo faltante.

$$180^\circ = \angle M + \angle N + \angle P$$

$$180^\circ = 40.18^\circ + 76^\circ + \angle P$$

$$\angle N = 180^\circ - 40.18^\circ - 76^\circ$$

$$\angle N = 63.42^\circ$$

Por lo que el ángulo restante, es de 63.42°

El siguiente lado que nos falta por encontrar, lo volveremos hacer con la ley de senos.

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{n}{\text{sen}N}$$

Despejando a " n".

$$n = \frac{p \cdot \text{sen}N}{\text{sen}P}$$

Sustituyendo nuestros valores en la fórmula:

$$n = \frac{(12\text{cm}) \cdot \text{sen}(63.42^\circ)}{\text{sen}(76^\circ)} = 11.09\text{cm}$$

Por lo que el valor de $n = 11.09 \text{ cm}$.

y con eso se da por resuelto el problema.

Para entender mejor lo invito a ver los siguientes videos.

https://www.youtube.com/watch?v=nCK3jKq_Iyk

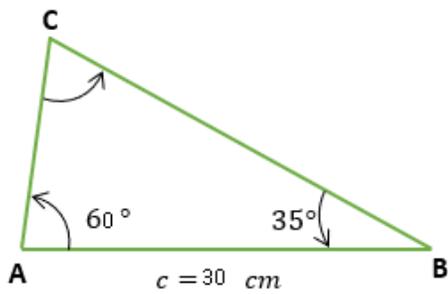
<https://www.youtube.com/watch?v=5l-elvt30D0>

<https://www.youtube.com/watch?v=blOkYHt7fJE>

Ahora van aplicar los aprendido en los siguientes ejercicios

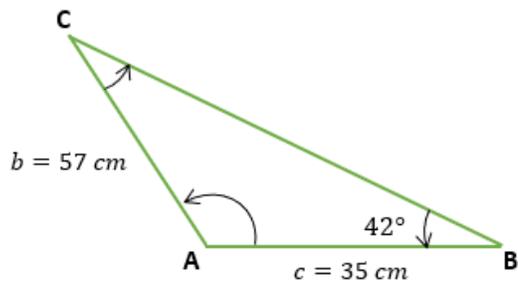
Ejercicio 1

Calcula los lados y ángulo del triángulo que faltan si se sabe que: $c = 30 \text{ cm}$, $\angle A = 60^\circ$ y $\angle B = 35^\circ$



Ejercicio 2

Calcula los elementos de un triángulo oblicuángulo si se sabe que: $b = 57 \text{ cm}$, $c = 35 \text{ cm}$ y $\angle B = 42^\circ$



Ejercicio 3

Proponga un ejercicio donde se aplique el teorema del seno.