**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA LA SAGRADA FAMILIA**
**MATEMÁTICAS GRADO 8**

# Operaciones con Monomios y Polinomios
## Suma, resta y Multiplicación

**Docente:** *Sonia Esperanza Gamboa Santos*
**Área:** *Matemáticas* **Año:** *2020*
**Grado:** *8*

## MONOMIOS

Un monomio es una expresión algebraica de la forma $ax^{b}y^{d}$ , donde a es el coeficiente y el resto es la parte literal.

### Operaciones con monomios

**Suma de monomios.** Para sumar dos monomios con la misma parte literal, se mantiene ésta y se suman los coeficientes. $ax^{b}y^{d}+cx^{b}y^{d}=(a+c)x^{b}y^{d}$

Ejm: $5x^4+2x^4=7x^4$

**Resta de monomios.** Para restar dos monomios con idéntica parte literal, mantenemos la parte lite y restamos los coeficientes. $ax^{b}y^{d}-cx^{b}y^{d}=(a-c)x^{b}y^{d}$

Ejm: $12xy-3xy=9xy$

**Multiplicación de monomios.** Se multiplican los coeficientes entre sí y se multiplican las partes literales aplicando la propiedad $a^{n}.a^{m}=a^{n+m}$ en donde sea posible.

Ejm: $3x^2yz^3\cdot 4x^3y^6z^5=12x^5y^7z^8$

**División entre monomios.** Se dividen entre sí los coeficientes y en la parte literal se aplica la propiedad

$$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$$

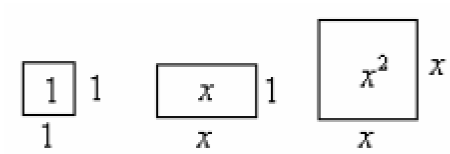
Ejm: $\dfrac{6x^3y^2}{2xy}=\dfrac{6}{2}x^{3-1}y^{2-1}=3x^2y$

# OPERACIONES CON POLINOMIOS

https://sites.google.com/a/ut.edu.co/usoftmath/recursos

La Caja de Polinomios es un rompecabezas que permite aprender el desarrollo operatorio de polinomios de manera recreativa.

Analice la medida de cada lado de las figuras que observa

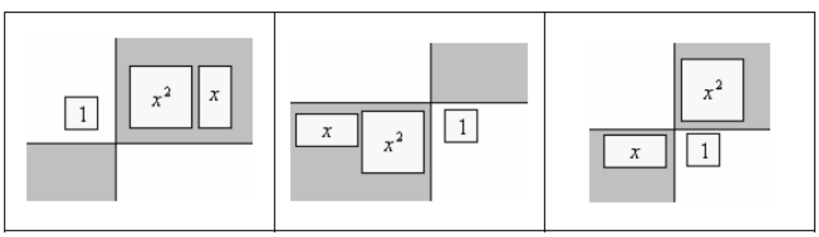



Su conclusión debió ser:

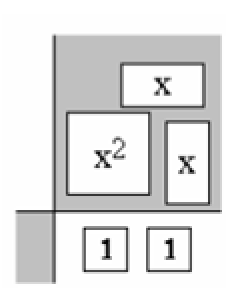
Las fichas rotuladas con $1$ son cuadrados de lado $1$ y por tanto su perímetro (longitud del contorno) es igual a $4$; las fichas rotuladas como $x$ son rectángulos de lados $x$ y $1$, lo que hace que su perímetro sea de $2x+2$ unidades de longitud; las fichas rotuladas con $x^2$ son cuadrados de lado $x$ y por ello su perímetro es $4x$.

**Veamos ahora, cómo es el tablero y cómo se ubican las fichas en él:**


Así, algunas de las representaciones posibles del polinomio $x^2+x-1$ son:




Debemos fijarnos que el signo del término coincida con el signo del cuadrante.




Qué polinomio está representado:

Vemos que en el primer cuadrante hay una ficha de $x^2$ y dos fichas de x, es decir x+x= 2x

En el cuarto cuadrante hay dos unos, pero como ese cuadrante es negativo, entonces -1-1=-2

# SUMA DE POLINOMIOS

## ACTIVIDAD

Efectuar la adición de los polinomios $p(x) = -2x^2 + x - 3$ y $q(x) = x^2 - 4x + 5$ realizando los siguientes pasos:

1. Ubicar $p(x) = -2x^2 + x - 3$ en el segundo y tercer cuadrantes.
2. Ubicar $q(x) = x^2 - 4x + 5$ en el primero y cuarto cuadrantes.
3. Retirar los pares de fichas que equivalgan algebraicamente a cero.
4. Leer el polinomio resultante.
5. Escribir en el cuaderno de trabajo la expresión obtenida.

**Ejemplo:**

1.Se ubica cada uno de los polinomios


2. Se eliminan los ceros, es decir las fichas con valor algebraico opuesto (cuadrantes opuestos):

3. Leer el polinomio resultante: $x^2 - x + 1$

**EJEMPLO DE SUMA SIN CAJA DE POLINOMIOS:**

Sumar los siguientes polinomios $P(x) = 3x^4 - 5x^2 + 3$ ,y, $Q(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6$

Para sumar polinomios, simplemente sumamos los términos que son semejantes y los que no, quedan igual:

$3x^4 - 2x^4 = 1x^4 = x^4$

$-5x^2 - 3x^2 = -8x^2$

$3 + 6 = 9$

$5x^3$

Respuesta: $x^4 - 8x^2 + 9 + 5x^3$

# RESTA DE POLINOMIOS

## SUSTRACCIÓN

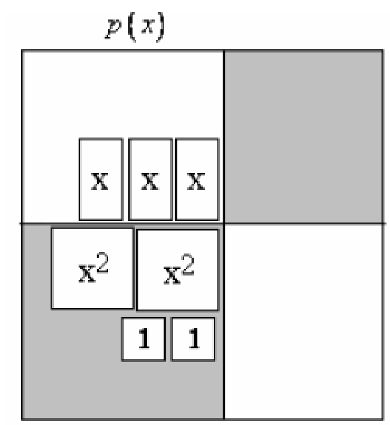
Para calcular la diferencia entre $p(x)$ y $q(x)$, $p(x) - q(x)$ se procede de manera similar al cálculo de sumas, así:

1. Escribir el minuendo $p(x)$ en los cuadrantes SEGUNDO y TERCERO.
2. Escribir el sustraendo $q(x)$ en los cuadrantes PRIMERO y CUARTO.
3. Dado que *restar* es sinónimo de *quitar*, las fichas ubicadas en el primer cuadrante correspondientes a $q(x)$ deben cambiarse de signo, lo que equivale a trasladarlas as segundo cuadrante, de igual forma se procede con las fichas ubicadas en el cuarto cuadrante que deben trasladarse al tercer cuadrante.
4. Se retiran del tablero, los ceros que se hayan configurado.
5. La diferencia está constituida por las fichas que finalmente quedan en el tablero.

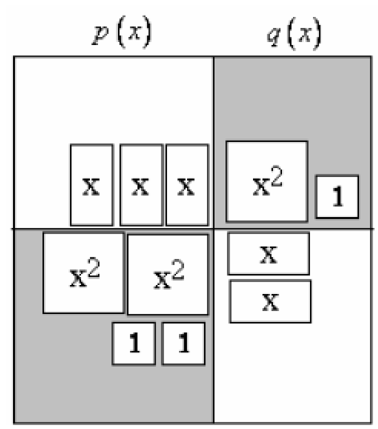
**Ejemplo:** Para calcular la diferencia entre $p(x)=2x^2-3x+2$ y $q(x)=x^2-2x+1$, $p(x)-q(x)$ se realizan los siguientes pasos.

GESCAS
UNIVERSIDAD DE NARIÑO

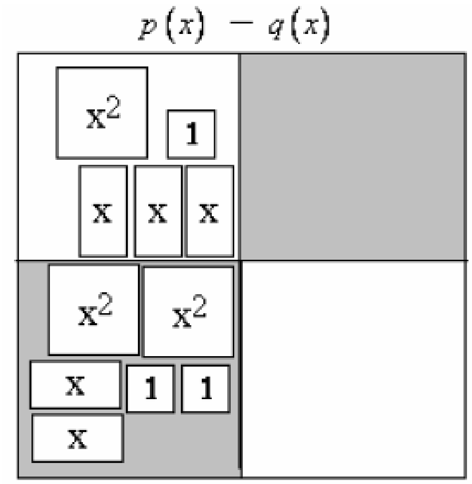
1. Escribir el polinomio $p(x)=2x^2-3x+2$ (minuendo) en los cuadrantes segundo y tercero.



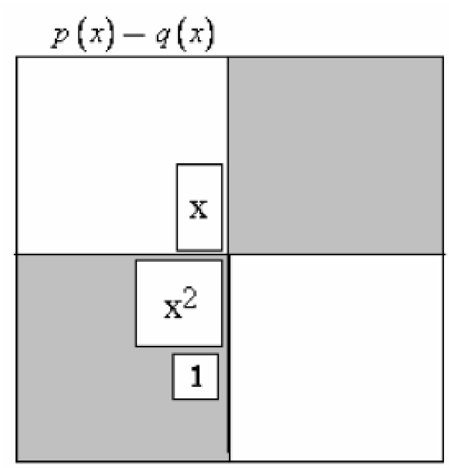

2. Escribir el polinomio $q(x)=x^2-2x+1$ (sustraendo) en los cuadrantes primero y cuarto.



3. Trasladar las fichas del sustraendo: las del primer cuadrante al segundo y las del cuarto cuadrante al tercero.




4. Retirar del plano las fichas que representen ceros.




5. Leer el polinomio resultante, en este caso: $p(x) - q(x) = x^2 - x + 1$.

**EJEMPLO DE RESTA SIN LA CAJA DE POLINOMIOS:**

Eliminamos el paréntesis del sustraendo y realizamos las sumas o restas entre semejantes. Hay que recordar que cuando un paréntesis está precedido del signo menos, las cantidades salen con signo contrario.

P(x) – Q(x)

$P(x) = 3x^4 - 5x^2 + 3$ $\qquad$ $Q(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6$

Entonces:

$(3x^4 - 5x^2 + 3) - (-2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6)$ = $3x^4 - 5x^2 + 3 + 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 6$

Ahora los semejantes:

$$3x^4 + 2x^4 = 5x^4$$
$$-5x^2 + 3x^2 = -2x^2$$
$$3 - 6 = -3$$
$$-5x^3$$

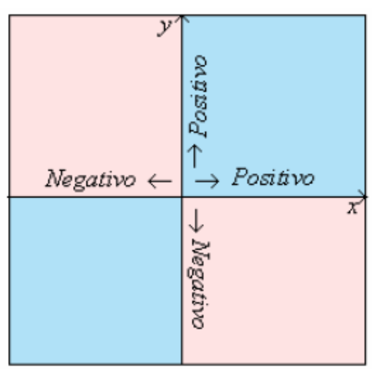
Respuesta: $5x^4 - 2x^2 - 3 - 5x^3$

## MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

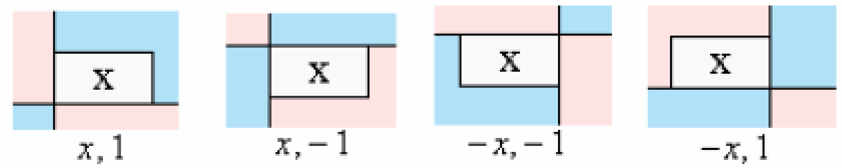
Para multiplicar polinomios, usando la caja de polinomios, debemos usar los ejes de coordenadas X y Y y con base en ellos, formar un rectángulo.

Utilizar el plano cartesiano y en particular las direcciones de los ejes coordenados como elementos fundamentales para establecer el valor algebraico relativo de las fichas y de los rectángulos que se construyen alrededor del origen de coordenadas.

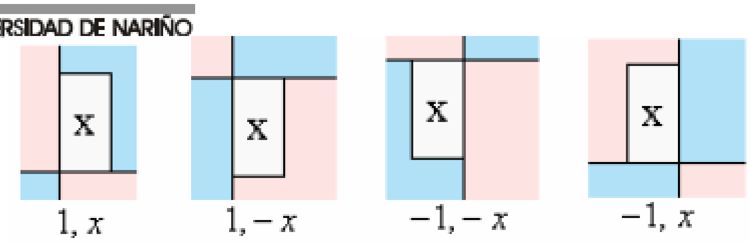
El plano cartesiano está configurado a partir de dos ejes perpendiculares que se cortan en el origen de coordenadas; cada uno de los ejes contiene dos direcciones opuestas: positiva y negativa como se muestra a continuación:



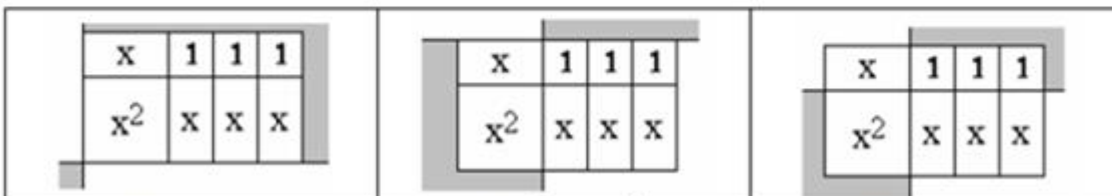

Para cada rectángulo que se construya, de aquí en adelante, las dimensiones se leerán como base y altura en su orden, siendo que la base corresponde al lado paralelo al eje $x$ y la altura, el lado paralelo al eje $y$ y en concordancia con la orientación de los ejes. De esta manera, la ubicación de una ficha o de un rectángulo a partir del origen y haciendo uso de los ejes coordenados establece unas dimensiones distintas, como se muestra con las siguientes disposiciones de la ficha $x$:





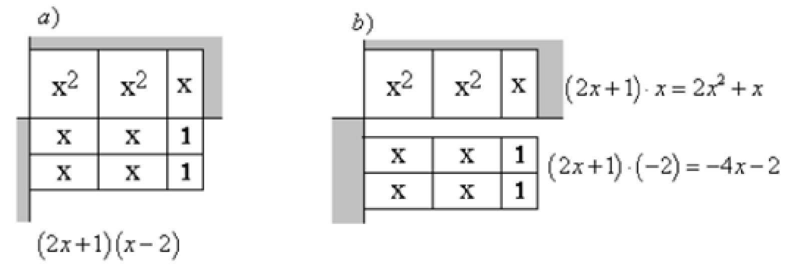



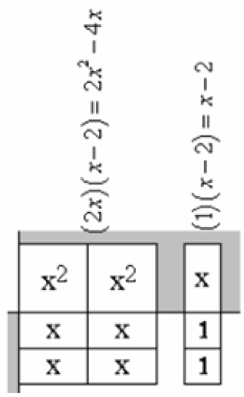

Si esto ocurre con los rectángulos elementales que están constituidos por una sola ficha, ocurre igual con rectángulos conformados por varias fichas como los que se muestran a continuación:




| | | |
|---|---|---|
| Base $x+3$<br>Altura $x+1$ | Base $-x+3$<br>Altura $-x-1$ | Base $-x+3$<br>Altura $1-x$ |

**EJEMPLO DE MULTIPLICACIÓN CON LA CAJA DE POLINOMIOS**




**EJEMPLO DE MULTIPLICACIÓN SIN LA CAJA DE POLINOMIOS**

Se multiplican todos con todos.

$P(x) = 3x^4 - 5x^2 + 3$

$Q(x) = -3x^2 + 6$

Realizar: P(x).Q(x)

$3x^4(-3x^2) = -9x^6$

$3x^4(6) = 18x^4$

$-5x^2(-3x^2) = 15x^4$

$-5x^2(6) = -30x^2$

$3(-3x^2) = -9x^2$

$3(6) = 18$

Quedan los términos: $-9x^6 + 18x^4 + 15x^4 - 30x^2 - 9x^2 + 18 =$

Ahora sumamos y/o restamos los términos que son semejantes:

$-9x^6$

$18x^4 + 15x^4 = 33x^4$

$-30x^2 - 9x^2 = -39x^2$

$18$

Respuesta: $-9x^6 + 33x^4 - 39x^2 + 18$

# Productos Notables

## 1. CUADRADO DE UN BINOMIO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

## 2. CUBO DE UN BINOMIO

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

## 3. CUADRADO DE UN TRINOMIO

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+ac+bc)$$

## 4. CUBO DE UN TRINOMIO

$$(a+b+c)^3=a^3+b^3+c^3+3(a+b)(a+c)(b+c)$$

## 5. MULTIPLICACIÓN DE 2 BINOMIOS CON TÉRMINOS COMUNES

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

## 6. MULTIPLICACIÓN DE UN BINOMIOS SUMA POR SU DIFERENCIA

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

RUBIÑOS

PROBLEMA:

Un carpintero necesita hacer una puerta para una alacena en una cocina. Si se sabe que las medidas de la puerta son (3x+9) y (3x-9) respectivamente, cuál es el área de la puerta.

Solución: Según las medidas, la puerta es rectangular.


El área de un rectángulo es base.altura

Por tanto:

$$A = base.altura$$
$$A = (3x-9)(3x+9)$$

Al observar los binomios, se detecta que solo difieren del signo del segundo término. Ello nos hace pensar en el producto notable:
$(a+b)(a-b)=a^2 - b^2$ producto de suma por diferencia

Aplicándolo queda:
$$A = (3x-9)(3x+9) = (3x)^2 - 9^2 = 9x^2 - 81$$

Respuesta: El área de la puerta es $9x^2 - 81$