

EXPLICACIÓN

- Qué significa la palabra “lógica”
- Lea el siguiente concepto, busque el significado de las palabras desconocidas y extraiga palabras claves.

Es la disciplina que trata de métodos de razonamiento. En un nivel elemental, la lógica proporciona reglas y técnicas para determinar si es o no válido un argumento dado. El razonamiento lógico se emplea en matemáticas para demostrar teoremas; en ciencias de la computación para verificar si son o no correctos los programas; en las ciencias físicas y naturales, para sacar conclusiones de experimentos; y en las ciencias sociales y en la vida cotidiana, para resolver una multitud de problemas. Ciertamente se usa en forma constante el razonamiento lógico para realizar cualquier actividad.

Con el estudio de la lógica se persigue llegar a ser preciso

LÓGICA
MATEMÁTICA



- Qué significa la palabra “CONJUNTO”
- Lea el siguiente concepto, busque el significado de las palabras desconocidas y extraiga palabras claves.



Es una agrupación de elementos con una característica común.

La teoría de conjuntos es una rama de la lógica matemática que estudia las propiedades y relaciones de los conjuntos.

CONJUNTO

Ejemplo: Crear dos conjuntos “PALABRAS” y “ADJETIVOS” y escribir 5 elementos en cada uno.

Al conjunto PALABRAS, bauticémoslo P

Al conjunto ADJETIVOS, bauticémoslo A

¿Qué es una palabra?

•Es un **sonido** o un conjunto de sonidos articulados que expresan una idea.

Ejemplo: casa (palabra)

•La palabra se divide en **sílabas (golpes de voz)**.

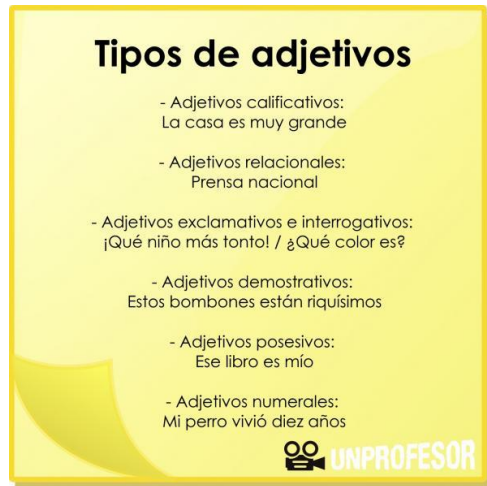
Ejemplo: ca - sa (sílabas)

El Adjetivo

☺ El adjetivo indica las cualidades del sustantivo (dicen cómo son). Siempre acompañan a un nombre, concordando en género y número.

– El libro → El libro **pequeño** / Los libros **pequeños**

– La tortuga → La tortuga **lenta** / Las tortugas **lentas**



Por lo anterior, podemos escribir:

Sea P el conjunto de algunas palabras: $P = \{ \text{ágil, amable, colegio, silla, verde, espejo, bebé, bonito, verde, amable, delgado, alto} \}$

Sea A el conjunto de algunos adjetivos $A = \{ \text{bonito, verde, amable, delgado, alto} \}$

¿Qué relación se encuentra entre los conjuntos P y A ?

Todo adjetivo es una palabra.

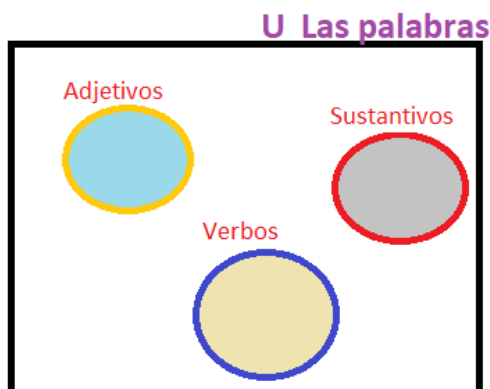
Los adjetivos escritos en el conjunto A, son adjetivos calificativos

No todas las palabras son adjetivos.

Dentro de las palabras se encuentran los adjetivos, los sustantivos, los verbos

Y otros conjuntos.

Podríamos pensar que el conjunto de las palabras nos sirve como un conjunto universal que contiene varios conjuntos, entre ellos al conjunto de los adjetivos.



CONJUNTO UNIVERSAL
Es un conjunto referencial que contiene a todos los elementos de una situación particular, generalmente se le representa por la letra **U**

Qué hicimos con el conjunto ADJETIVOS? Dos cosas, nombramos algunos de sus elementos, y buscamos características comunes. Recordemos lo aprendido en la primaria:

DETERMINACION DE CONJUNTOS

Hay dos formas de determinar un conjunto, por Extensión y por Comprensión

I) POR EXTENSIÓN

Es aquella forma mediante la cual se indica cada uno de los elementos del conjunto.

Ejemplos:

A) El conjunto de los números pares mayores que 5 y menores que 20.

$$A = \{ 6;8;10;12;14;16;18 \}$$

B) El conjunto de números negativos impares mayores que -10.

$$B = \{-9;-7;-5;-3;-1\}$$

II) POR COMPRENSIÓN

Es aquella forma mediante la cual se da una propiedad que caracteriza a todos los elementos del conjunto.

Ejemplo: $P = \{ \text{los números dígitos} \}$

se puede entender que el conjunto P esta formado por los números 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

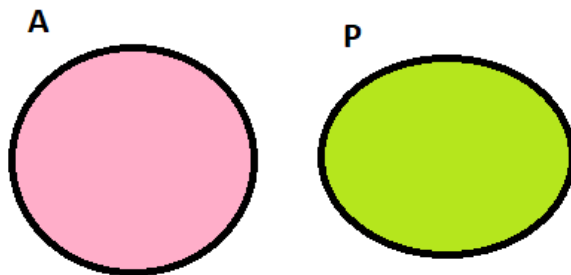
INDICE

Conjunto A por extensión $A = \{ \text{bonito, verde, amable, delgado, alto} \}$

Conjunto A por extensión: Y para nombrarlo por comprensión, elegimos alguna de las características encontradas que asegure la inclusión de todos los elementos:

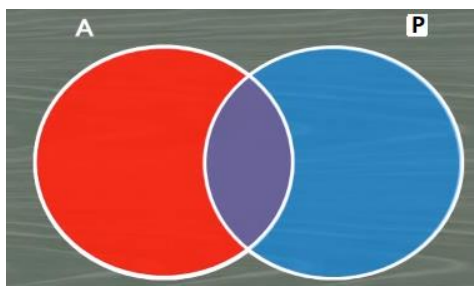
$$P = \{ x \in \text{Palabras} / x \text{ es adjetivo calificativo} \}$$

Cuál diagrama de Venn podría representar a los conjuntos P y A?



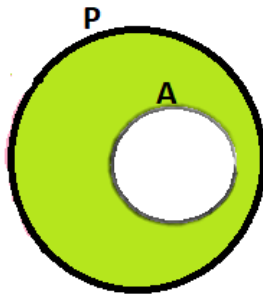
Podría ser?

No, porque este diagrama representa que no hay nada común entre ellos, y sí lo hay.



Podría ser?

No, porque sí tienen elementos en común, de hecho todos, y el diagrama indica que solo algunos.



Podría ser?

Sí, porque todos los adjetivos son palabras.

Reforcemos:



Los conjuntos: Concepto, representación, clasificación:

<https://www.youtube.com/watch?v=BL-cLIY959M>

Notación por comprensión y por extensión:

<https://www.youtube.com/watch?v=RHHA-bDhfGw>

Vamos a escribir proposiciones sobre los conjuntos:

- Qué cree significa la palabra “PROPOSICIÓN”
- Búsquela en el diccionario, escríbala en el cuaderno y analízela.
- Lea el siguiente concepto, busque el significado de las palabras desconocidas y extraiga palabras claves.

LÓGICA PROPOSICIONAL



El ser humano , a través de su vida diaria se comunica con sus semejantes a través de un lenguaje determinado (oral, escrito, etc.) por medio de las denominadas frases u oraciones.

La lógica proposicional también llamada simbólica o matemática , es la parte de la lógica que estudia las proposiciones y símbolos utilizados en la formación de nuevas proposiciones que podrán ser verdaderas o falsas , señaladas por reglas formales .

Materiales Curriculares 2003 Segundo Premio

Material realizado por los profesores J. Bacelo, S. Ballester y S. de Castelleti basado en exposiciones del Lic. Luis R. Pacheco Huarotto

Una proposición simple es una afirmación a la que se le puede dar un valor de verdad, verdadero o falso, pero no ambos.

En una proposición abierta aparecen términos variables que no están definidos, mientras que en una proposición cerrada todos los términos están definidos.

Los cuantificadores son palabras que se anteponen a una proposición abierta, con el fin de crear proposiciones cerradas. Existe el cuantificador universal (para todo) y el existencial (existen algunos).

Una proposición compuesta está formada por dos o más proposiciones simples, enlazadas mediante un conectivo lógico.

PROPOSICIÓN

Proposiciones simples:

Proposiciones simples

La proposición se define como una oración declarativa que puede ser verdadera o falsa. Cuando expresa una sola idea, se dice que es una proposición simple o atómica.

Ejemplos:

El triángulo tiene 3 lados

8 es un número Natural

Ibagué es la capital del Tolima

Los perros son cuadrúpedos.

Proposición abierta y cerrada:

Ejm de abierta: x es un número natural mayor que 5

Ejm de cerrada: Bogotá es la capital de Colombia

Proposiciones compuestas:

PROPOSICION COMPUESTA

Es la unión de dos o más proposiciones simples, mediante los conectores u operadores lógicos

Ejemplos:

4 es un número Natural y par

El pájaro es un ave y el perro un cuadrúpedo



DESARROLLO TEMÁTICO

PROPOSICIÓN

2. **PROPOSICIONES COMPUESTAS O MOLECULARES.** - Son las que constan de dos o más enunciados o proposiciones simples, entrelazadas por partículas lógicas llamadas **Conectores Lógicos** (operadores lógicos).

Ejemplos:

p: "Paris está en Francia **Y** 2 es un número impar".

q: "3 es un número primo **O** 1 es un número par".

r: "Hoy es martes **Y** hay clase de matemáticas".

s: "Si hoy es domingo **entonces** no hay que laborar".



Conectores lógicos:

Conectivo	Símbolo	Nombre
no	$\neg$ o $\sqcup$	Negación
o	$\vee$	Disyunción
y	$\wedge$	Conjunción
Si...entonces	$\Rightarrow$ o $\rightarrow$	Condicional
Si y sólo si	$\Leftrightarrow$ o $\leftrightarrow$	Bicondicional

Ejemplos:

Ejemplos de proposiciones compuestas

- Puedo manejar un auto si tiene dirección hidráulica.
- Gabriel García Márquez fue un gran escritor y bailarín.
- No todos los números primos son impares.
- Mi cuñado es arquitecto e ingeniero.

Cuantificadores:

Pensamiento Lógico y Matemático



CUANTIFICADORES:

Son aquellos símbolos utilizados en una proposición lógica para indicar “CUÁNTOS” elementos de un conjunto dado cumplen con cierta propiedad.

Los cuantificadores se clasifican como:

$\forall$ = para todo elemento (cuantificador universal)

$\exists$ = existe al menos un elemento (cuantificador existencial)

Ejemplo: A partir de $P(x) = x$ es menor que dos

$\forall$ = “*Todos los números reales son menores que dos*”

$\exists$ = “*Existe un número real que es menor que dos*”



CUANTIFICADORES:

● CUANTIFICADOR UNIVERSAL:

Es la operación lógica que es verdadera cuando todos los valores de x , pertenecientes al conjunto con el cual se relaciona, son verdaderos. Se denota con el símbolo $\forall x$ y se lee "para todo x ", o sus expresiones equivalentes "para cada x ", "todos los x ", etc.

Sea $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Determina el valor de verdad de $\forall x \in A, x^2 < 34$.

EJEMPLO

• Evaluamos $x^2 < 34$ para cada elemento de A :

Para $x = 1 \rightarrow 1^2 < 34 \dots\dots\dots (V)$ Para $x = 4 \rightarrow 4^2 < 34 \dots\dots\dots (V)$

Para $x = 2 \rightarrow 2^2 < 34 \dots\dots\dots (V)$ Para $x = 5 \rightarrow 5^2 < 34 \dots\dots\dots (V)$

Para $x = 3 \rightarrow 3^2 < 34 \dots\dots\dots (V)$ Para $x = 6 \rightarrow 6^2 < 34 \dots\dots\dots (F)$

La proposición $\forall x \in A, x^2 < 34$ es falsa, ya que no todos los elementos de A satisfacen la desigualdad.

Cómo será el cuantificador existencial?

CUANTIFICADOR EXISTENCIAL

Es otro tipo de cuantificador dentro del calculo del predicado, el cual indica que algún o algunos valores son verdaderos dentro de un dominio o contexto específico.



Profundicemos sobre los cuantificadores:

<https://www.youtube.com/watch?v=k1atu-Fx-go>

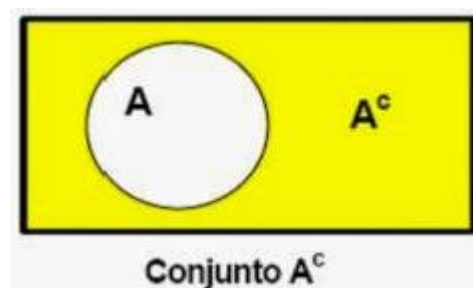
Operaciones entre conjuntos:



A repasar se dijo. Ánimo:

<https://www.youtube.com/watch?v=z1FETOvNovM>

Union	Interseccion	Diferencia	Diferencia Simetrica
Las personas que cuentan con un medio de transporte: Auto o Bicicleta	Las personas que cuentan Auto y Bicicleta	Las personas que cuentan Bicicleta pero no con Auto	Las personas que cuentan con Auto o Bicicleta, pero no los dos
Hugo, Paco, Luis	Paco	Hugo	Hugo, Luis



SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON CONJUNTOS



Problemas de aplicación de las operaciones entre conjuntos en la vida real:

https://www.youtube.com/watch?v=oVCOxR_HRac

PROBLEMAS RESUELTOS

Con 2 conjuntos: <https://www.youtube.com/watch?v=3Pa91o0KQ3o>

Con 3 conjuntos: <https://www.youtube.com/watch?v=bu9agtoByVY>

Con 3 conjuntos: <https://www.youtube.com/watch?v=cvAlXa5B-hw>

Con 3 conjuntos: <https://www.youtube.com/watch?v=jkRhd4b13YA>

Con 3 conjuntos: <https://www.youtube.com/watch?v=pQXSrshARQA>

ESCRIBAMOS PROPOSICIONES USANDO EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES

$$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$



Aplicación de los números naturales:

https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/contenidosaprender/G_6/M/M_G06_U01_L03/M_G06_U01_L03_01.html

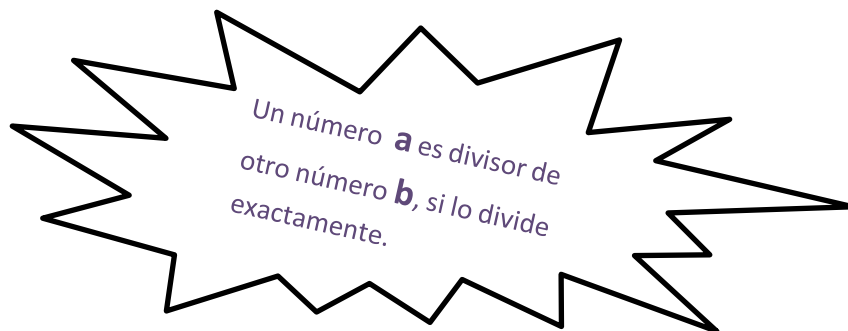
Para comprender el siguiente ejemplo, en el que hablamos de primos y divisores, vamos a recordar “ser múltiplo de” y “ser divisor de”

Un número **a** es múltiplo de otro número **b**, si existe otro número natural **c** que al multiplicarlo por **b**, el producto sea **a**.

Ejemplo:

2 es múltiplo de 2 porque $6 \times 2 = 12$

24 es múltiplo de 6 porque $6 \times 4 = 24$



Ejemplos:

6 es divisor de 24 porque 6 divide exactamente a 24 $\rightarrow 24/6 = 4$ residuo = 0

5 es divisor de 30 porque 5 divide exactamente a 30 $\rightarrow 30/5 = 6$ residuo = 0

1 es divisor de 14 porque 1 divide exactamente a 14 $\rightarrow 14/1 = 14$ residuo = 0

7 es divisor de 7 porque 7 divide exactamente a 7 $\rightarrow 7/7 = 1$ residuo = 0

Ejemplo:

Responda las preguntas teniendo en cuenta los siguientes conjuntos:

$$U = \{x \in \mathbb{N} / 0 \leq x < 14\}$$

$$A = \{x \in U / x \text{ es un múltiplo de } 2\}$$

$$B = \{x \in U / x \text{ es un divisor de } 10\}$$

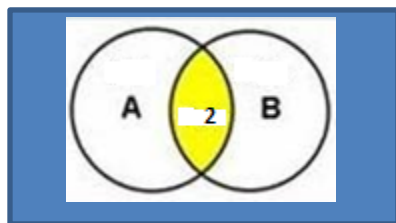
1. Escriba los conjuntos por extension.

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$B = \{2, 5\}$$

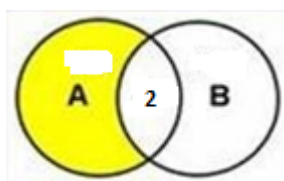
2. Relacione los conjuntos A y B mediante un diagrama de Venn



3. Teniendo en cuenta el conjunto universal, el conjunto A y el conjunto B, haga el diagrama de Venn para cada proposición:

- a. De los 14 primeros números naturales, aquellos que son múltiplos de 2, pero no son divisores de 10.

Respuesta: Es decir que los elementos deben estar en el conjunto A, pero no en el conjunto B. Es decir $A - B = \{4, 6, 8, 10, 12\}$



Ejemplo: Crear dos conjuntos “NÚMEROS PRIMOS” y “NÚMEROS PARES” y escribir 5 elementos en cada uno.



Los números primos son aquellos números que son divisibles solo por sí mismos y por la unidad.



Los números pares terminan en 0, 2, 4, 6 u 8

Los números impares terminan en 1, 3, 5, 7, o 9

Por lo anterior, podemos escribir:

Sea P el conjunto de algunos números primos: $P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

Sea S el conjunto de algunos números pares: $S = \{10, 12, 14, 16, 18\}$

Qué características observa en el conjunto P?

- Son números primos
 - Están comprendidos entre 1 y 12
 - Son mayores o iguales a 2 y menores o iguales a 11
 - Son mayores que 1 y menores que 12
 - Son mayores que 1 y menores o iguales a 11
 - Son mayores o iguales a 2 y menores que 12
 - Son los cinco primeros números Naturales primos



Qué características observa en el conjunto S?

- Son números pares:
 - Están comprendidos entre el 9 y el 19
 - Son mayores que 9 y menores que 19
 - Son mayores o iguales a 10 y menores o iguales a 18
 - Son mayores o iguales a 10 y menores a 19
 - Son mayores que 9 y menores o iguales a 18

Qué hicimos con los conjuntos anteriores? Dos cosas, nombramos uno a uno sus elementos, y buscamos características comunes que los identificara a todos. Recordemos lo aprendido en la primaria:

Continuemos con nuestros conjuntos P y S: Aquí están nombrados por extensión

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$S = \{10, 12, 14, 16, 18\}$$

Y para nombrarlos por comprensión, elegimos alguna de las características encontradas que asegure la inclusión de todos los elementos:

$$P = \{x \in \text{Naturales primos} / 2 \leq x \leq 11\} \text{ Números primos mayores o iguales a 2 y menores o iguales a 11.}$$

$$S = \{x \in \text{Naturales pares} / 9 < x \leq 18\} \text{ Números naturales pares mayores que 9 y menores o iguales que 18.}$$

En los anteriores conjuntos (conjunto P y conjunto S) cuál podría ser el conjunto universal?

Para P y para S el conjunto universal podría ser el conjunto de los Naturales.

Qué otro conjunto universal se le ocurre que contenga a los conjuntos P y S?

En la solución de problemas de aplicación de los números Naturales, podemos encontrarnos o plantear ecuaciones. Repasemos un poco sobre ellas:



Qué es una ecuación y cómo solucionarla sin despejes

<https://www.youtube.com/watch?v=IDk2UVS4iuw>

Cómo se resuelve una ecuación

<https://www.youtube.com/watch?v=Nms0gVS1GgU>

Ejemplo: Solucione el siguiente problema:

Andrea ha pagado \$160.000 por su pantalón y dos camisas iguales. Si el pantalón cuesta \$80.000, ¿cuánto ha costado cada camisa?



= 160.000

$$p + c + c = 160.000$$

Recordemos que cuando hay sumandos iguales, la suma se puede abreviar con la multiplicación, por ello podemos plantear:

$$p + 2c = 160.000$$

podemos escribir:

$$80.000 + 2c = 160.000$$

Como conocemos el precio del pantalón,

Y cómo solucionar esta ecuación? Obviamente hay varias formas. Veamos dos de ellas

- 1) Opción más intuitiva: Si a 160.000 le quitamos o restamos 80.000, nos queda el precio de las dos camisas, y como esas camisas son de igual precio, el resultado obtenido lo dividimos entre 2. Así obtenemos el precio por camisa

$$160.000 - 80.000 = 80.000$$

$$\frac{80.000}{2} = 40.000$$

Cada camisa tiene un precio de \$40.000

- 2) Opción algorítmica:

$80.000 + 2c = 160.000$ Es una ecuación porque es una igualdad con una o más variables o incógnitas. En este problema la variable es **c** que representa el precio de cada camisa.

Solucionar una ecuación significa encontrar el valor de la variable.

Para solucionar una ecuación, se debe despejar la variable, es decir, dejarla sola.

En este caso la acompañan el 80.000 y el 2.

Cómo saber a quién eliminar? Al lado izquierdo de la igualdad hay dos sumandos (80.000 y $2c$). Si eliminamos el sumando $2c$ también se eliminaría la variable que debe quedar viva y sola, por ello, debemos eliminar primero a 80.000.

Como 80.000 está sumando, lo elimino con su operación inversa que es la resta.

Así queda:

$80.000 + 2c - 80.000$ pero ojo, como una igualdad es equivalente a una balanza equilibrada, en el momento en que a un lado de la igualdad se resta 80.000, la balanza se desequilibra, es decir se pierde la igualdad. Por lo tanto, debe hacerse lo mismo (restar 80.000) al lado derecho de la igualdad:

$$80.000 + 2c - 80.000 = 160.000 - 80.000$$

Quedando: $2c = 80.000$ Pero aún la variable no está sola en el lado izquierdo de la igualdad, lo acompaña el número 2, a quien hay que eliminar.

Como el 2 está involucrado en una multiplicación, se elimina con su operación inversa que es la división. Por ello hay que dividir entre 2:

$$\frac{2c}{2} = \text{pero al igual que en el caso anterior, para conservar la igualdad,}$$

también hay que dividir entre 2 al lado derecho de la igualdad:

$$\frac{2c}{2} = \frac{80.000}{2}$$

Y así, finalmente queda **$c = 40.000$**