INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA LA SAGRADA FAMILIA
MATEMÁTICAS GRADO 9
AÑO 2020

Docente: Sonia E. Gamboa S.

EXPLICACIÓN PARTE 1

Racionalización de los denominadores

Consiste en quitar todos los radicales del denominador

Una vez entendidos los videos con ejemplos, analice estos otros ejemplos:

1. Racionalizar: $\dfrac{3}{\sqrt{5}} =$

- Qué operación principal tengo planteada?
  Rta: Una división

- Necesito racionalizar?
  Rta: Sí porque en el denominador hay un radical.

- Cómo deben ser la fracción inicial y la fracción final después de la racionalización?
  Rta: Las fracciones deben ser equivalentes, es decir, deben representar lo mismo.

- Cómo obtener fracciones equivalentes.
  Rta: Puedo obtener fracciones equivalentes por medio de la amplificación o de la simplificación.
  Usaremos la amplificación, multiplicando numerador y denominador por el mismo número.

- Cuál es el índice y cuál el radicando o cantidad sub-radical?
  Rta: En $\sqrt[2]{5}$ el índice es 2 y la cantidad sub-radical es 5.

- Puedo expresar el radicando como una potencia? Si sí, hágalo.
  Rta: Solamente que $5 = 5^1$

- Compare el índice con el exponente de la cantidad sub-radical.
  Rta: Son diferentes, porque 2≠1

- Cuál es la estrategia general para eliminar el radical del denominador? Recuerde la propiedad $\sqrt[n]{a^n} = a$
  Rta: Como el índice es 2, necesito que el exponente de la cantidad subradical también sea 2 para eliminar el radical.
- Qué radical le haría falta para aplicar la estrategia?
  Rta: Haría falta otro $\sqrt{5}$ para que quedara:
  $\sqrt{5}.\sqrt{5} = \sqrt{5^2} = \sqrt[2]{5^2} = 5$

- Entonces, por cuál radical debo multiplicar el denominador de la fracción para poder afirmar que he eliminado el radical del denominador?
  Rta: Por $\sqrt{5}$ Veamos:
  $$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.\frac{\phantom{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}}$$

- Ahora, qué debo escribir en el numerador faltante?
  Rta: Como la fracción resultante debe ser equivalente a la fracción inicial, debo recordar que puedo lograrlo por la amplificación, es decir, multiplico al numerador y al denominador por el mismo número. En ese orden de ideas, como al denominador se multiplicó por $\sqrt{5}$ también al numerador que es 3 debe multiplicarse por $\sqrt{5}$. Veamos:
  $$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

- Cómo se multiplican dos o más fracciones. Hágalo.
  Rta: Se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí.
  $$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}}$$

- Puede eliminar radicales? Hágalo
  Rta: Sí, puedo eliminar el radical del denominador:
  $$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5^2}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

  Y listo, hemos terminado la racionalización del denominador, porque ya no vemos radicales allí.

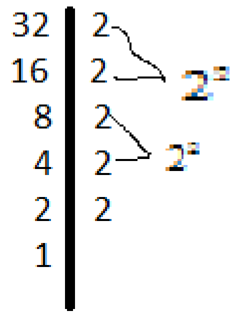
1. Otro ejemplo:

   Racionalizar: $\dfrac{4}{\sqrt{32}}$

- Qué operación principal tengo planteada?
  Rta: Una división

- Necesito racionalizar?

  Rta: Parece que sí, sin embargo veamos a qué corresponde $\sqrt[2]{32}$



  O también puedo afirmar que: $\sqrt[2]{32} = \sqrt[2]{2^5}$

- Si el exponente de la cantidad subradical es mayor que el índice, descompóngalo aplicando la propiedad $a^{n+m} = a^n.a^m$ y simplifique el radical hasta obtener que el exponente del radicando sea menor que el índice. Ejm:

$$\sqrt{32} = \sqrt{2^2.2^2.2} = \sqrt{2^2}.\sqrt{2^2}.\sqrt{2} = 2(2)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

  Es decir que el ejercicio que tengo es:

$$\frac{4}{\sqrt{32}} = \frac{4}{4\sqrt{2}}$$

  Al simplificar, es decir, al dividir numerador y denominador entre 4, obtengo:

$$\frac{4}{\sqrt{32}} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

  Por lo tanto, me preguntan que si debo racionalizar a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ y la respuesta es SÍ, porque hay un radical en el denominador.

- Cómo deben ser la fracción inicial y la fracción final después de la racionalización?

  Rta: Las fracciones deben ser equivalentes, es decir, deben representar lo mismo.

- Cómo obtener fracciones equivalentes.

  Rta: Puedo obtener fracciones equivalentes por medio de la amplificación o de la simplificación.

  Usaremos la amplificación, multiplicando numerador y denominador por el mismo número.

- Cuál es el índice y cuál el radicando o cantidad sub-radical?

  Rta: En $\sqrt[2]{2}$ el índice es 2 y la cantidad sub-radical es 2^1

- Puedo expresar el radicando como una potencia? Si sí, hágalo.

Rta: Solamente que $2 = 2^1$

- Compare el índice con el exponente de la cantidad subradical.
  Rta: Son diferentes porque 2≠1

- Cuál es la estrategia general para eliminar el radical del denominador? Recuerde la propiedad $\sqrt[n]{a^n} = a$
  Rta: Necesito tener $\sqrt{2}.\sqrt{2}$ para poder cancelar el radical: $\sqrt{2}.\sqrt{2} = \sqrt[2]{2^2} = 2$

- Por lo anterior, qué radical le haría falta para aplicar la estrategia?
  Rta: Necesito otro $\sqrt{2}$ en el denominador.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\quad}{\sqrt{2}}$$

- Ahora, qué debo escribir en el numerador faltante?
  Rta: Como la fracción resultante debe ser equivalente a la fracción inicial, debo recordar que puedo lograrlo por la amplificación, es decir, multiplico al numerador y al denominador por el mismo número. En ese orden de ideas, como al denominador se multiplicó por $\sqrt{2}$ también al numerador que es 1 debe multiplicarse por $\sqrt{2}$. Veamos:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

- Cómo se multiplican dos o más fracciones. Hágalo.
  Rta: Se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1.\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}$$

- Puede eliminar radicales? Hágalo
  Rta: Sí, puedo eliminar el radical del denominador:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1.\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Y listo, hemos terminado la racionalización del denominador, porque ya no vemos radicales allí.

2. Otro ejemplo:
   Racionalizar $\dfrac{2}{\sqrt[3]{2m^2}}$

- Qué operación principal tengo planteada?
  Rta: Una división

- Necesito racionalizar?
  Rta: SÍ, porque hay un radical en el denominador, que a simple vista no se puede reducir.

- Cómo deben ser la fracción inicial y la fracción final después de la racionalización?
  Rta: Las fracciones deben ser equivalentes, es decir, deben representar lo mismo.

- Cómo obtener fracciones equivalentes.
  Rta: Puedo obtener fracciones equivalentes por medio de la amplificación o de la simplificación.
  Usaremos la amplificación, multiplicando numerador y denominador por el mismo número.

- Cuál es el índice y cuál el radicando o cantidad sub-radical?
  Rta: En $\sqrt[3]{2m^2}$ el índice es 3 y la cantidad sub-radical es $2m^2$

- Puedo expresar el radicando como una potencia? Si sí, hágalo.
  Rta: Solamente que $2 = 2^1$ $\quad m^2 = m^2$

- Compare el índice con los exponentes de la cantidad subradical.
  Rta: Son diferentes porque 3≠1 y 3≠2

- Cuál es la estrategia general para eliminar el radical del denominador? Recuerde la propiedad $\sqrt[n]{a^n} = a$
  Rta: Necesito que 2^1 sea 2^3 y que m^2 sea m^3 para que los exponentes sean iguales al índice.

- Por lo anterior, qué radical le haría falta para aplicar la estrategia y eliminar radicales?
  Como $\sqrt[3]{2m^2} = \sqrt[3]{2}\sqrt[3]{m^2}$
  Rta: Para $\sqrt[3]{2}$ necesito llegar a tener $\sqrt[3]{2^1 2^2} = \sqrt[3]{2^3}$ entonces me falta $\sqrt[3]{2^2}$
  Para $\sqrt[3]{m^2}$ necesito llegar a tener $\sqrt[3]{m^2 m^1} = \sqrt[3]{m^3}$ entonces me falta $\sqrt[3]{m^1}$

- Ahora, qué debo escribir en el numerador faltante?

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}} \cdot \frac{\quad}{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}$$

  Rta: Como la fracción resultante debe ser equivalente a la fracción inicial, debo recordar que puedo lograrlo por la amplificación, es decir, multiplico al numerador y al denominador por el mismo número. Es decir:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}$$

- Cómo se multiplican dos o más fracciones. Hágalo.

Rta: Se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí. Además aplico las propiedades:

$$\sqrt[n]{a.b} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$$

$$a^n.a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}}.\frac{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2m^2 2^2 m^1}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^3 m^3}}$$

- Puede eliminar radicales? Hágalo
  Rta: Sí, puedo eliminar radicales del denominador:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}}.\frac{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2m^2 2^2 m^1}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^3 m^3}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^3}\sqrt[3]{m^3}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{2m}$$

Entonces, quedaría:

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2m^2}}.\frac{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2m^2 2^2 m^1}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^3 m^3}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{\sqrt[3]{2^3}\sqrt[3]{m^3}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}\sqrt[3]{m^1}}{2m} = \frac{2\sqrt[3]{2^2 m}}{2m} = \frac{2\sqrt[3]{4m}}{2m}$$

Y listo, hemos terminado la racionalización del denominador, porque ya no vemos radicales allí.