

# ***TEORIA DE LA PROBABILIDAD***





Realizar la actividad 1 Colombia aprende ingresando al siguiente link

[https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G\\_10/M/M\\_G10\\_U05\\_L04/M\\_G10\\_U05\\_L04\\_03\\_01\\_01.html](https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_10/M/M_G10_U05_L04/M_G10_U05_L04_03_01_01.html)

# INTRODUCCION

En el presente ensayo se reconocerá todo lo referente a las probabilidades y se conocerá a fondo su teoría. Se debe destacar que, el concepto de probabilidad nace con el deseo del hombre de conocer con certeza los eventos futuros, es por ello que el estudio de probabilidades surge como una herramienta utilizada por los nobles para ganar en juegos y pasatiempos de la época. A su vez, el desarrollo de estas herramientas fue asignado a los matemáticos de la corte y con el tiempo estas técnicas matemáticas se perfeccionaron y encontraron otros usos muy diferentes para la que fueron creadas. Actualmente se continúa con el estudio de nuevas metodologías que permitió maximizar el uso de la computación en el estudio de las mismas, disminuyendo de este modo, los márgenes de error en los cálculos. Es importante distinguir los conceptos que influyen en las probabilidades matemáticas como los eventos, el espacio muestral, los axiomas, la población entre otros, ya que son indicadores importantes que influenciarán en el cálculo de las probabilidades.

## Teoría de la Probabilidad

Surge en los siglos XVI a XVIII relacionada con los problemas producto del juego de azar. Impulsada por pascal, Fermat y otros.

Blaise Pascal



Pierre de Fermat



La teoría de la probabilidad, estudia la regularidad de los fenómenos aleatorios o al azar y es la base para toma de decisiones.

La probabilidad que sea



La probabilidad no solo es utilizada en las matemáticas o áreas afines, sino que tiene una gran importancia en la administración y otras ciencias sociales. Ligadas en el proceso de toma de decisiones.

Cuando un administrador debe tomar decisiones sobre un resultado que conoce, la única razón para que se cometa un error es que exista un error en el análisis de parte del decisor.



La realidad casi nunca es totalmente predecible, siempre existen factores que no se pueden controlar y que influyen para que los resultados sean imprevistos. siempre en las tomas de decisiones debemos tener presente la probabilidad de la presencia de riesgos.

## Definición de la Probabilidad en la Estadística

La probabilidad es la característica de un evento, que existen razones para creer que éste se realizará.

La probabilidad  $p$  de que suceda un evento  $S$  de un total de  $n$  casos posibles igualmente probables es igual a la razón entre el número de ocurrencias  $h$  de dicho evento (casos favorables) y el número total de casos posibles  $n$ .

$$q = P(S) = \frac{h}{n}$$

La probabilidad es un número (valor) que varía entre 0 y 1. Cuando el evento es imposible se dice que su probabilidad es 0, si el evento es cierto y siempre tiene que ocurrir su probabilidad es 1.

La probabilidad de no ocurrencia de un evento está dada por  $q$ , donde:

$$q = P(\text{no}S) = 1 - \frac{h}{n}$$

Sabemos que  $p$  es la probabilidad de que ocurra un evento y  $q$  es la probabilidad de que no ocurra, entonces  $p + q = 1$


$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ casos favorables}}{n^{\circ} \text{ casos posibles}}$$

# CARACTERÍSTICAS DE PROBABILIDAD

La probabilidad de un evento se cuantifica asignándole un número del intervalo  $[0,1]$ ; o el porcentaje del 0 al 100%, es decir

- Un cero indica que el resultado no se presentará.
- Un 1 indica un resultado seguro.

En otras palabras, podemos decir:

Algo poco probable es algo que se espera y le corresponde un número pequeño como probabilidad, mientras que un suceso altamente probable es aquel que se considera muy viable y en consecuencia le corresponde una probabilidad muy cercana a 1



 Probabilidad es un valor entre 0 y 1.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Vamos a estudiar algunos conceptos fundamentales de la teoría de probabilidad.

## Experimento Aleatorio

---

Un experimento aleatorio es aquel en el cual se desconoce su resultado, pues está sujeto al azar, y además se puede repetir indefinidamente sin cambiar esencialmente las condiciones.

En otras palabras es el proceso por el cual se describen los resultados y no se pueden predecir.

**Ejemplo:**

EXPERIMENTO	RESULTADOS POSIBLES
Lanzamiento de una moneda	Cara, sello
Lanzamiento de un dado	1, 2, 3, 4, 5, 6
Selección un tornillo de cierta producción	Defectuoso, no defectuoso

## Característica de los Experimentos Aleatorios

---

- 1- Cada experimento tiene varios resultados posibles que se especifican de antemano.
- 2 - No tenemos la certeza del resultado de cada experimento

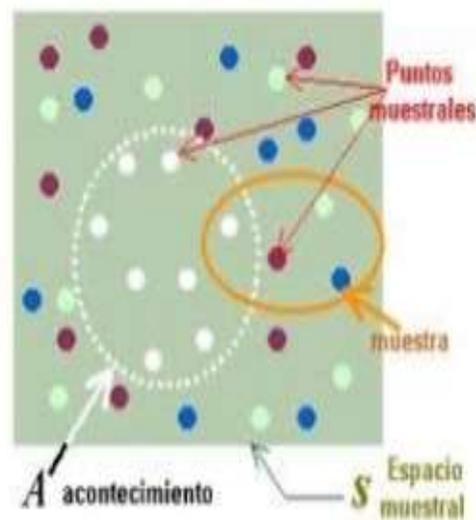


## ESPACIO MUESTRAL

---

Es el conjunto de todos los resultados posible de un experimento aleatorio.

Y se denota por la letra E



## Puntos Muestrales

---

Es cada resultado o producto de un espacio muestral

## Experimento # 1

---

Lanzar un dado y observar el número que sale en la cara superior



$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$T = \{3\}$$



## Experimento # 2

---

Lanzar una moneda



$$E = \{cara, sello\}$$



## Representación Gráfica de un Espacio Muestral

a) Por medio de un producto cartesiano:  
Tomando cada resultado de la primera moneda y combinándolo con todos los resultados de las otras monedas

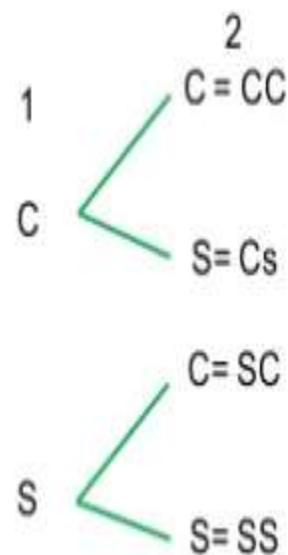
Primera Moneda lanzada	Segunda Moneda lanzada	
	C	S
C	CC	CS
S	SC	SS

Así, el espacio muestral sería:

$$E = \{CC, CS, SC, SS\}$$

b) A través de un diagrama de árbol

Lo definimos como un grafico que nos ayuda a definir el espacio muestral y nos presenta en un numero finito todos los resultados posibles de un experimento



$$E = \{CC, CS, SC, SS\}$$

## EVENTO

---

Dado un experimento aleatorio y su espacio muestral  $E$ , se llama evento a un conjunto de resultados posibles de  $E$ , es decir que un evento no es más que un subconjunto de un espacio muestral

❖Ejemplo:

Si lanzamos un dado y observamos el numero que sale en la cara superior, entonces:

$$E = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Sea  $B$  el evento: Sale un numero par

$$B = \{2,4,6\}$$



## EVENTOS SIMPLES Y COMPUESTO

---

### Eventos Simples

Evento que consta de un solo elemento.



### Eventos Compuesto

Son aquellos que se forman a partir de dos o mas eventos simples tomando en cuenta las operaciones entre conjuntos.

## Veamos el siguiente ejemplo:

Sea el experimento lanzar un dado y observamos el número que sale en la cara superior, es decir:  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   $\longrightarrow$   $1/6$

### Sean algunos eventos simples del experimento

$A = \{\text{Sale un número par}\} = \{2, 4, 6\}$   $\longrightarrow$   $3/6 = 1/2$

$B = \{\text{Sale un número impar}\} = \{1, 3, 5\}$   $\longrightarrow$   $3/6 = 1/2$

$C = \{\text{Sale un número primo}\} = \{2, 3, 5\}$   $\longrightarrow$   $3/6 = 1/2$

### Definamos algunos eventos compuestos:

$A \cup C = \{\text{Sale un número par o primo}\} = \{2, 4, 6, 3, 5\}$   $\longrightarrow$   $4/6 = 2/3$

$A \cap B = \{\text{Sale un número impar primo}\} = \{3, 5\}$   $\longrightarrow$   $2/6 = 1/3$

$C' = \{\text{Que el número no sea primo}\} = \{1, 4, 6\}$   $\longrightarrow$   $3/6 = 1/2$

## EJEMPLO:

Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:

- 1 La probabilidad de que salga el 7
- 2 La probabilidad de que el número obtenido sea par
- 3 La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres

Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:

- 1 La probabilidad de que salga el 7

Agrupamos a todas las posibilidades donde la suma sea siete

1	2	3	4	5	6
6	5	4	3	2	1

nos damos cuenta que son 6 formas posibles, y como hay 36 formas posibles distintas en las que pueden caer dos dados, entonces:

$$P(s = 7) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

- 2 La probabilidad de que el número obtenido sea par

Las parejas para que el número obtenido sea par son

(1,1)  
(1,3), (2,2), (3,1)  
(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)  
(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)  
(4,6), (5,5), (6,4)  
(6,6)

$$P(s = \text{par}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

- 3 La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres

Nos damos cuenta que cada una de estas parejas suman a algún múltiplo de tres

1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6
2	5	1	4	3	6	2	5	1	4	3	6

y son 12 de ellas, entonces

$$P(s = 3n) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

# PROPIEDADES DE ALGUNOS EVENTOS

## a) Teorema 1

Sea  $\Phi$  el evento vacío, entonces  $P(\phi) = 0$

## b) Teorema 2

Si  $A$  es un evento y  $A'$  su complemento, entonces

$$P(A') = 1 - P(A)$$

## c) Teorema 3

Para cualquier evento  $A$ ,  $0 \leq P(A) \leq 1$

## d) Teorema 4

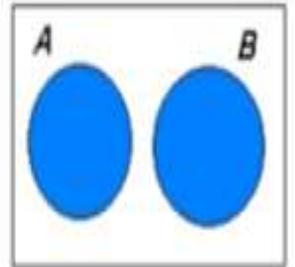
Si  $A$  y  $B$  son dos eventos de un mismo espacio muestral, tales que  $A \subset B$ , entonces  $P(A) \leq P(B)$

# REGLA DE LA ADICIÓN

## Teorema 5 (Teorema de la Adición)

Este teorema de la adición se aplica a los siguientes tipos de eventos:

### a) Eventos Mutuamente Excluyentes



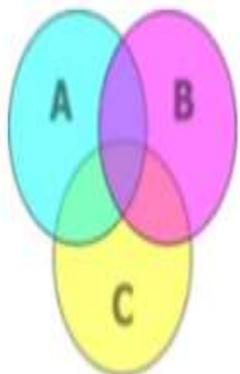
Sea  $S$  un espacio muestral que contiene a cualesquiera dos eventos  $A$  y  $B$  ( $A$  y  $B$  son disjuntos), entonces se cumple:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

## REGLA DE LA ADICIÓN

### b) Eventos No Mutuamente Excluyentes

Sea  $S$  un espacio muestral que contiene a cualesquiera dos eventos  $A$  y  $B$  ( $A$  y  $B$  son no disjuntos), entonces se cumple:



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Puede generalizarse para tres o más eventos, es decir:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B \cap C)$$

**EJERCICIO 10 :** En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar inglés, 36 saben hablar francés, y 12 de ellos hablan los dos idiomas.

Escogemos uno de los viajeros al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que hable francés, sabiendo que habla inglés?
- ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable francés?

*Solución:*

Vamos a organizar los datos en una tabla, completando los que faltan:

	HABLAN FRANCÉS	NO HABLAN FRANCÉS	
HABLAN INGLÉS	12	36	48
NO HABLAN INGLÉS	24	48	72
	36	84	120

Llamamos  $I$  = "Habla inglés",  $F$  = "Habla francés".

a) Tenemos que hallar  $P[I \cup F]$ :  $P[I \cup F] = P[I] + P[F] - P[I \cap F] = \frac{48 + 36 - 12}{120} = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0,6$

b)  $P[F|I] = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 0,25$

c)  $P[F \cap \text{no } I] = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = 0,2$

## PROBABILIDAD CONDICIONAL

Sea  $S$  un espacio muestral que contiene a cualesquiera dos eventos  $A$  y  $B$  con  $P(A) > 0$ . La probabilidad condicional de  $B$  dado  $A$  está definida como sigue:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

La probabilidad de un evento  $B$  dado otro  $A$ , es la probabilidad de que el evento  $B$  ocurre cuando sabemos que el evento  $A$  ocurrió, es decir, la probabilidad de  $B$  está condicionada por la ocurrencia de  $A$

**EJERCICIO 14:** Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0,6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0,8; y la de que apruebe los dos es 0,5. Calcula:

- La probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes.
- La probabilidad de que no apruebe ninguno.
- La probabilidad de que apruebe el segundo examen en caso de haber aprobado el primero.

*Solución:* Llamamos:  $A$  = "aprobar el primer examen"       $B$  = "aprobar el segundo examen"

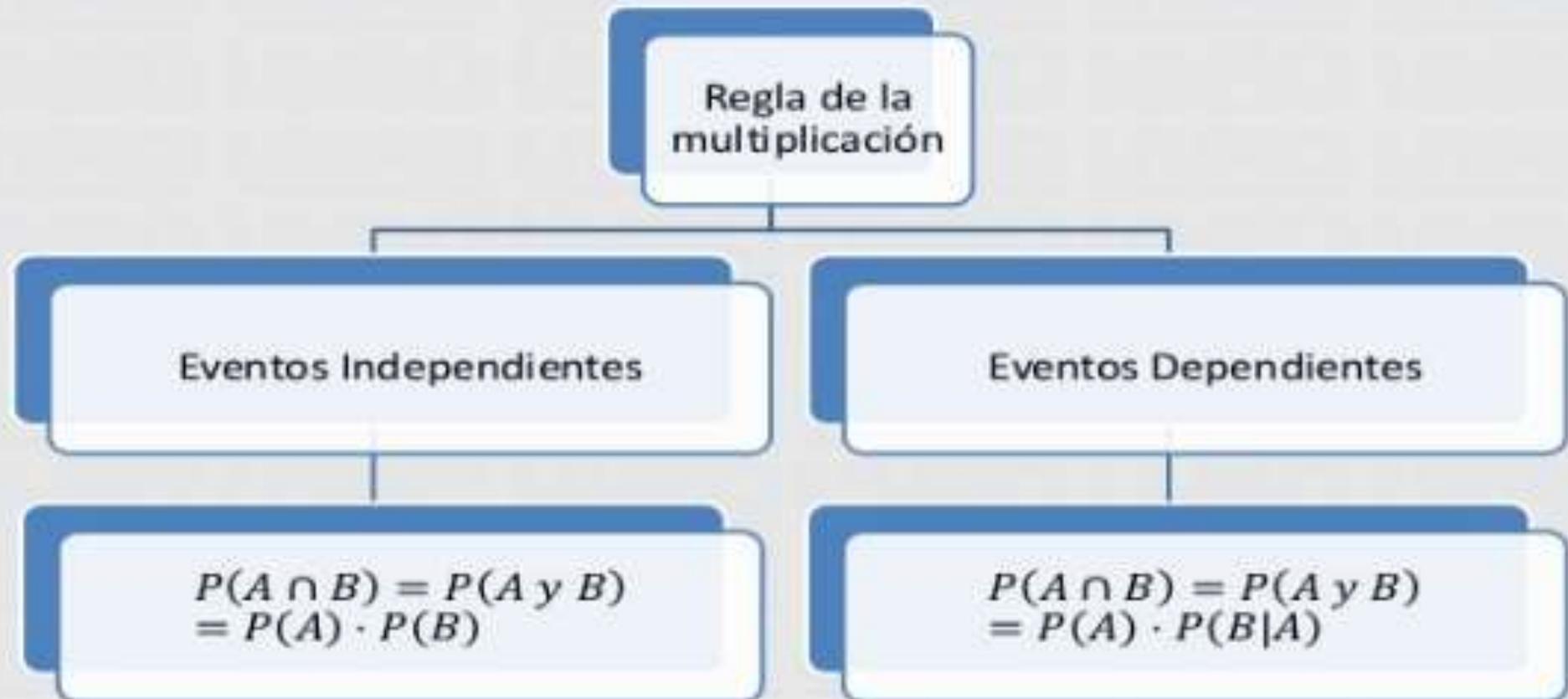
Tenemos entonces que:  $P[A] = 0,6$ ;     $P[B] = 0,8$ ;     $P[A \cap B] = 0,5$

a)  $P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] = 0,6 + 0,8 - 0,5 = 0,9$       b)  $1 - P[A \cup B] = 1 - 0,9 = 0,1$

c)  $P[B/A] = \frac{P[B \cap A]}{P[A]} = \frac{0,5}{0,6} = 0,83$



# La probabilidad de eventos “Dependientes” e “Independientes”



## REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN

---

Como consecuencia inmediata de la probabilidad condicional surge el teorema de la multiplicación

Sea  $S$  un espacio muestral que contiene a cualesquiera dos eventos  $A$  y  $B$  con  $P(A) > 0$  Entonces:



$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A)$$

Este teorema se puede generalizar, y se tiene:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B / A) \cdot P(C / A \cap B)$$

Con  $P(A \cap B) > 0$

## REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN CON REEMPLAZO

---

### Eventos Independientes

$A$  y  $B$  son independientes si el suceso  $A$  no depende del suceso  $B$  y  $B$  no depende de  $A$ , es decir, cuando la ocurrencia de uno no influye sobre la probabilidad de ocurrencia del otro. Y se define:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad ; \quad \text{Con } P(A) > 0 \text{ y } P(B) > 0$$

El concepto de independencia puede extenderse a tres o más eventos

*Esta definición también recibe el nombre de la Regla de **Multiplicación con reemplazo***

## REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN SIN REMPLAZO

---

### Eventos Dependientes

Dos sucesos A y B son dependientes si la ocurrencia de un suceso afecta la probabilidad de ocurrencia del otro suceso, es decir, los sucesos están relacionados. Y se determina como sigue:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A); \text{ Con } P(A) > 0 \text{ y } P(B) > 0$$

*Esta definición también recibe el nombre de la  
Regla de Multiplicación sin remplazo*



Ejemplo:

Una caja contiene 4 canicas rojas, 3 canicas verdes y 2 canicas azules. Una canica es eliminada de la caja y no es reemplazada. Otra canica se saca de la caja. Cuál es la probabilidad de que la primera canica sea azul y la segunda canica sea verde?

Ya que la primera canica no es reemplazada, el tamaño del espacio muestral para la primera canica (9) es cambiado para la segunda canica (8) así los eventos son dependientes.

$$P(\text{azul luego verde}) = P(\text{azul}) \cdot P(\text{verde})$$

$$= \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$$

## Veamos otro ejemplo con reemplazo y sin reemplazo

**3** Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de:

- 1 Extraer las dos bolas con reemplazamiento
- 2 Sin reemplazamiento

Solución

Una urna contiene tres bolas rojas y siete blancas. Se extraen dos bolas al azar. Escribir el espacio muestral y hallar la probabilidad de:

- 1 Extraer las dos bolas con reemplazamiento

$$E = \{RR, RB, BR, BB\}$$

Ahora, al extraer una bola y posteriormente regresarla a la urna (reemplazarla), las condiciones de la primera y la segunda extracción son exactamente iguales, significa que son sucesos independientes, aquí podemos aplicar la siguiente fórmula que funciona para sucesos independientes

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Primer extracción R, segunda R

$$P(R \cap R) = P(R) \cdot P(R) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

Primer extracción R, segunda B

$$P(R \cap B) = P(R) \cdot P(B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$$

Primer extracción B, segunda R

$$P(B \cap R) = P(B) \cdot P(R) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{100}$$

Primer extracción B, segunda B

$$P(B \cap B) = P(B) \cdot P(B) = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$$

## 2 Sin reemplazamiento

En este caso como no hay reemplazo, la extracción de la primer bola modifica las condiciones de la segunda extracción, por ejemplo si en la primer extracción se obtuvo bola Roja, significa que en la segunda extracción hay una bola Roja menos en la urna, es decir 2 Rojas, y además una bola menos en total, es decir 9, esto significa que son sucesos dependientes.

Veamos todas las opciones

Primer extracción R, segunda R

$$P(R \cap R) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{6}{90}$$

Primer extracción R, segunda B

$$P(R \cap B) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{9} = \frac{21}{90}$$

Primer extracción B, segunda R

$$P(B \cap R) = \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{21}{90}$$

Primer extracción B, segunda B

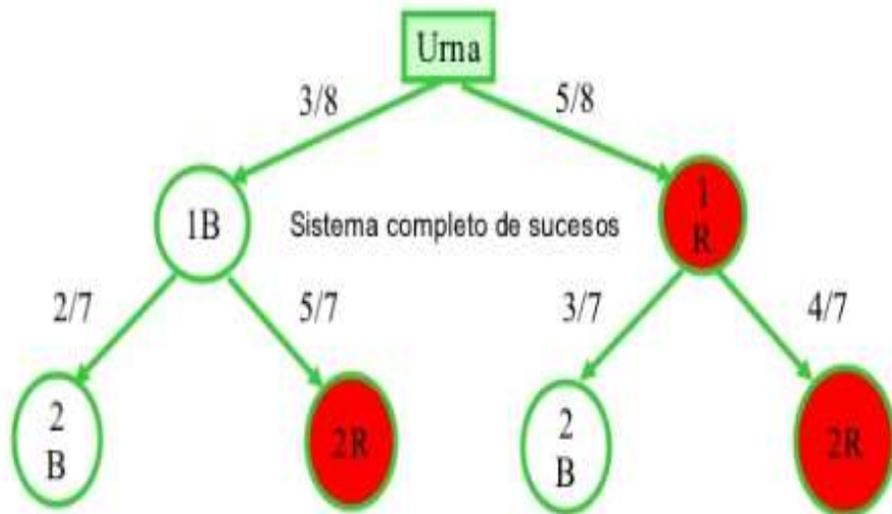
$$P(B \cap B) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{42}{90}$$

# EJERCICIOS RESUELTOS

## Teorema de la Probabilidad Total (II)

### Ejemplo:

De una urna en la que hay 3 bolas blancas y 5 rojas, se extraen sucesivamente dos bolas **no devolviendo** la primera bola extraída. Calcula la probabilidad de que las dos bolas sean del mismo color.



$p(\text{bolas de igual color}) = p(\text{las dos sean blancas} \cup \text{las dos rojas}) =$

$$p((1B \cap 2B) \cup (1R \cap 2R)) = p((1B \cap 2B) \cup (1R \cap 2R)) =$$

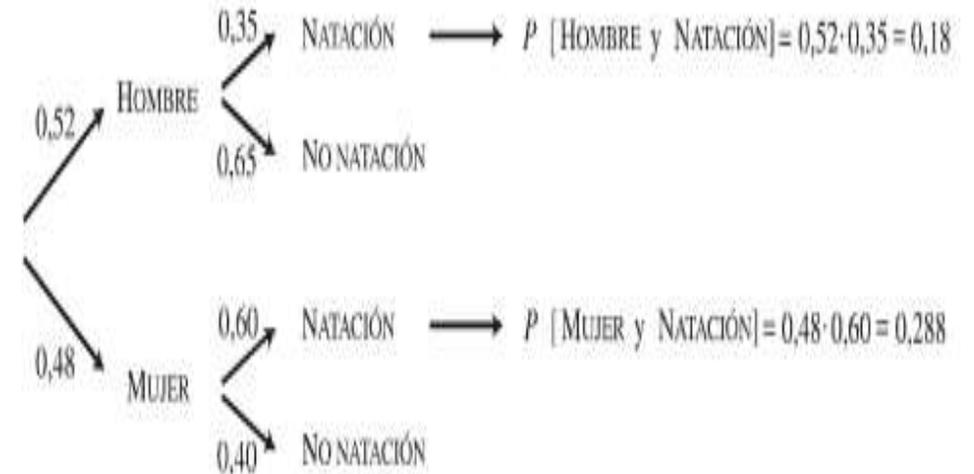
$$= p(1B \cap 2B) + p(1R \cap 2R) = p(1B) \cdot p(2B/1B) + p(1R) \cdot p(2R/1R) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{26}{56}$$

**EJERCICIO 16 :** En un club deportivo, el 52% de los socios son hombres. Entre los socios, el 35% de los hombres practica la natación, así como el 60% de las mujeres. Si elegimos un socio al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que practique la natación?

b) Sabiendo que practica la natación, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

*Solución:* Hacemos un diagrama en árbol:



$$a) P[\text{Natación}] = 0,182 + 0,288 = 0,47$$

$$b) P[\text{MUJER} / \text{NATACIÓN}] = \frac{P[\text{MUJER Y NATACIÓN}]}{P[\text{NATACIÓN}]} = \frac{0,288}{0,47} = 0,613$$

## Problemas resueltos:

1- Se extrae aleatoriamente una carta de un mazo de 52 piezas determina las siguientes probabilidades

- a) Extraer un as:  $P(\text{as}) = ?$   
Casos favorables = 4  
 $P(\text{as}) = 4/52 = 0.07692$  ó 7.69%
- b) Extraer una jota de  $\heartsuit$   $P(J_{\heartsuit}) = ?$   
 $P(J_{\heartsuit}) = 1/52 = 0.01923$  ó 1.923%
- c) Extraer un 3 de  $\clubsuit$  o un 6 de  $\spadesuit$  =  
Casos favorables: 2  
 $P(3_{\clubsuit} \text{ ó } 6_{\spadesuit}) = 2/52 = 0.03846$  ó 3.846%
- d) Obtener una carta de corazones  
Casos favorables = 13  
 $P(\heartsuit) = 13/52 = 0.25$  ó 25%
- e) Extraer cualquier figura excepto corazones ( $\clubsuit, \spadesuit, \diamondsuit$ )  
Casos favorables = 39  
 $P(\clubsuit, \spadesuit, \diamondsuit) = 39/52 = 0.75$  ó 75%
- f) Un 10 o una pica  
Casos favorables = 16  
 $P(10 \text{ ó } \spadesuit) = 16/52 = 0.3076$  ó 30.76%
- g) Ni un 4 ni un  $\clubsuit$   
Casos favorables = 36  
 $P(\text{ni } 4, \text{ ni } \clubsuit) = 36/52 = 0.6923$  ó 69.23%



**EJERCICIO 11** : En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado matemáticas, 16 que han aprobado inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos.

Elegimos al azar un alumno de esa clase:

- ¿Cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés y matemáticas?
- Sabiendo que ha aprobado matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado inglés?
- ¿Son independientes los sucesos "Aprobar matemáticas" y "Aprobar inglés"?

*Solución:*

Organizamos los datos en una tabla de doble entrada, completando los que faltan:

	APRUEBAN MATEMÁTICAS	NO APRUEBAN MATEMÁTICAS	
APRUEBAN INGLÉS	10	6	16
NO APRUEBAN INGLÉS	8	6	14
	18	12	30

Llamamos  $M$  = "Aprueba matemáticas",  $I$  = "Aprueba inglés".

$$\text{a) } P[M \cap I] = \frac{10}{30} = \frac{1}{3} = 0,33$$

$$\text{b) } P[I/M] = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} = 0,56$$

$$\text{c) } P[M] \cdot P[I] = \frac{18}{30} \cdot \frac{16}{30} = \frac{3}{5} \cdot \frac{8}{15} = \frac{24}{75} = \frac{8}{25}$$

$$P[M \cap I] = \frac{1}{3} \neq \frac{8}{25}$$

Como  $P[M \cap I] \neq P[M] \cdot P[I]$ , los dos sucesos no son independientes.

## SOLUCIÓN:

El 30% de los estudiantes de un Instituto practica el fútbol, el 40% practica el baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Se elige un estudiante al azar. Calcula:

- La probabilidad de que no juegue al fútbol ni al baloncesto.
- Si juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al baloncesto?
- ¿Son independientes jugar al fútbol y al baloncesto?

	Fútbol	No fútbol	
Baloncesto	10	30	40
No baloncesto	20	40	60
	30	70	100

$$\text{a) } p(Nf \cap Nb) = \frac{40}{100} = 0,4$$

$$\text{b) } p(B|F) = \frac{p(B \cap F)}{p(F)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

c) Comprobamos si se cumple que  $p(F \cap B) = p(F) \cdot p(B)$

$$p(F \cap B) = 0,1 \neq p(F) \cdot p(B) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$$

Luego no son independientes

**Ejemplo 10.** En una ciudad hay 15 empresas constructoras. De ellas, 6 no cumplen las reglas de contratación y 8 no cumplen los requisitos de seguridad en el trabajo. 5 empresas no cumplen ni los requisitos de seguridad ni las reglas de contratación.

Si se elige al azar una empresa para inspeccionar, ¿cuál es la probabilidad de que cumpla ambos reglamentos?

Sea  $A$  el suceso "la empresa cumple las reglas sanitarias" y  $B$  "la empresa cumple los requisitos de seguridad".

$\Pr(A \text{ y } B)$

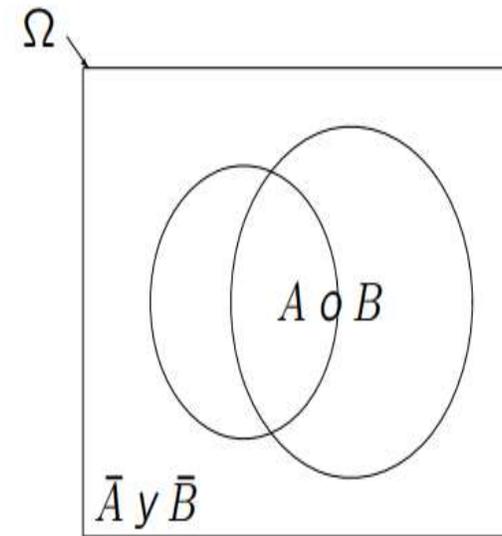
Si elegimos una empresa al azar, tenemos:

$$\Pr(\bar{A}) = \frac{6}{15}$$

$$\Pr(\bar{B}) = \frac{8}{15}$$

$$\Pr(\bar{A} \text{ y } \bar{B}) = \frac{5}{15}$$

Deducimos que  $\Pr(A) = 1 - \Pr(\bar{A}) = \frac{9}{15}$  y también que  $\Pr(B) = 1 - \Pr(\bar{B}) = \frac{7}{15}$ .



Y si utilizamos la ley de la adición obtenemos:

$$\Pr(A \text{ y } B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \text{ o } B) = \frac{9}{15} + \frac{7}{15} - \frac{10}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

**Ejemplo 12.** Se clasifica un grupo de 100 ejecutivos en acuerdo con su peso y si tienen hipertensión. La tabla de doble entrada muestra el número de ejecutivos en cada categoría.

	Insuficiente	Normal	Sobrepeso	Total
Hipertenso	2	8	10	20
Normal	20	45	15	80
Total	22	53	25	100

Si se elige un ejecutivo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga hipertensión?

Hay 20 ejecutivos con hipertensión, por tanto,  $\Pr(H) = \frac{20}{100} = 0,2$ .

Se elige una persona al azar del grupo y se descubre que tiene sobrepeso. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga hipertensión? ¿Es la misma que antes? ¿Miramos en la misma columna?

Escribimos  $\Pr(H|S)$  para representar la probabilidad de que sea hipertenso sabiendo que tiene sobrepeso.

- Para calcular  $\Pr(H|S)$ , las primeras dos columnas de la tabla no son relevantes.
- Hay 25 ejecutivos con sobrepeso y de ellos, 10 son hipertensos, por tanto,  $\Pr(H|S) = \frac{10}{25} = 0,4$ .

**Ejemplo 14.** *El 42 % de la población activa de cierto país está formada por mujeres. Se sabe que un 24 % de las mujeres y un 16 % de los hombres están en el paro.*

*¿Cuál es la probabilidad de que una persona elegida al azar de la población activa en este país esté en el paro?*

*¿Cuál es la probabilidad de que tenga trabajo?*

Sea  $P$  el suceso de que la persona esté en el paro. Sea  $M$  el suceso de que sea mujer y  $H$  el suceso de que sea hombre.

Entonces,

$$\begin{aligned}\Pr(P) &= \Pr(P|M) \Pr(M) + \Pr(P|H) \Pr(H) \\ &= 0,24 \times 0,42 + 0,16 \times 0,58 \\ &= 0,1936\end{aligned}$$

Ahora  $\Pr(\bar{P}) = 1 - \Pr(P) = 0,8064$  es la probabilidad de que tenga trabajo.