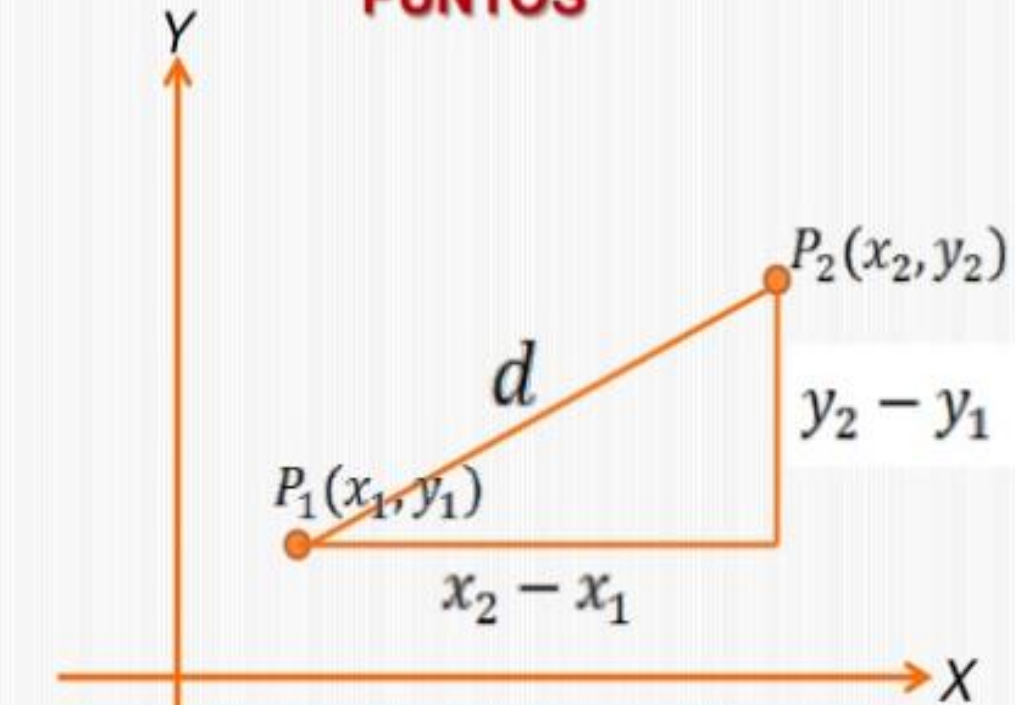




# ***FUNCION LINEAL***

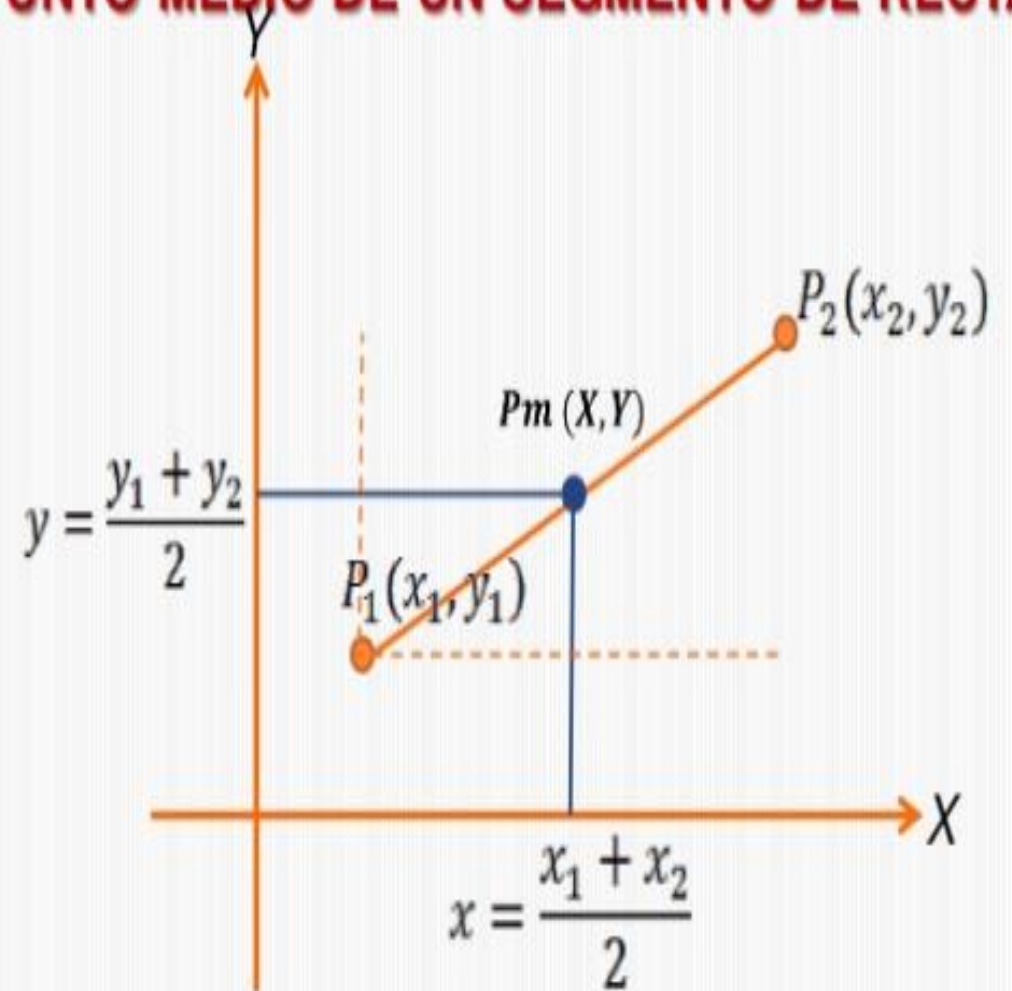
# DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS DE UNA RECTA Y PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO DE RECTA

## FÓRMULA DE LA DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

## PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO DE RECTA



## Ejemplos:

a) La distancia entre los puntos  $(-3,4)$  y  $(9,-1)$  es:

$$d^2 = (9 - (-3))^2 + (-1 - 4)^2$$

$$d^2 = (9 + 3)^2 + (-5)^2$$

$$d^2 = 144 + 25$$

$$d^2 = 169 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$d = 13$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

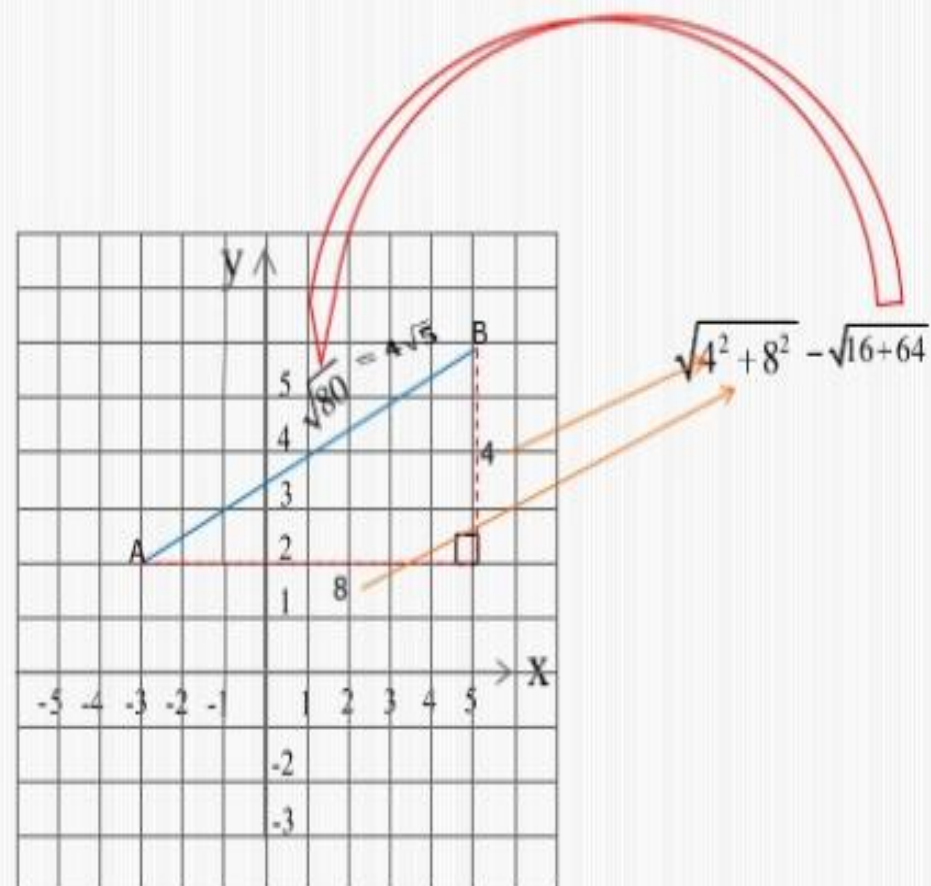
b) El punto medio entre los puntos  $(-3,4)$  y  $(9,-1)$  es:

$$Pm = \left( \frac{-3 + 9}{2}, \frac{4 + (-1)}{2} \right)$$

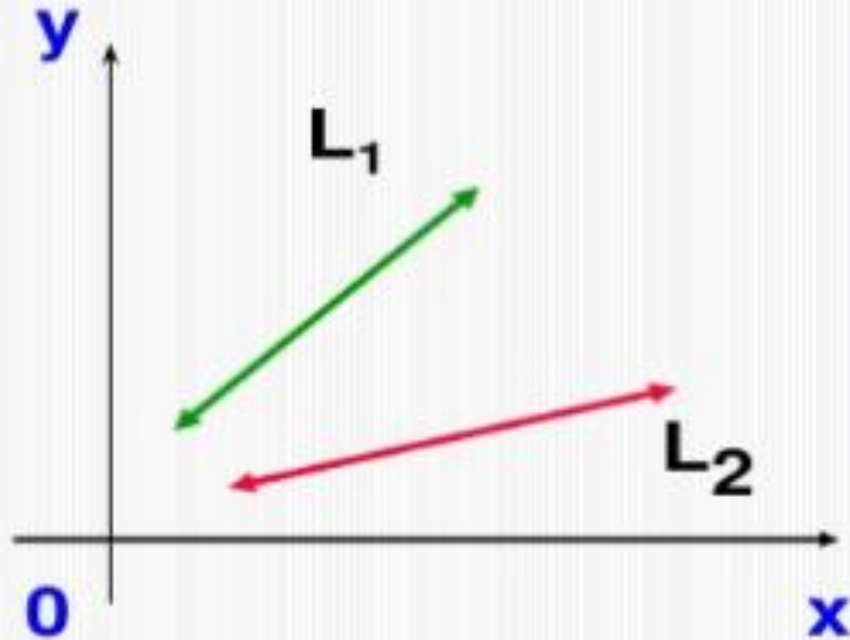
$$Pm = \left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$Pm = \left( 3, \frac{1}{2} \right)$$

**Veamos la distancia directamente en el plano:**



## Pendiente de una recta $l$



- ¿Cuál de las rectas está más inclinada?
- ¿Cómo medimos esa inclinación?

La pendiente  $m$  de la recta  $l$  es:

$$m = \frac{\text{elevación}}{\text{recorrido}} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

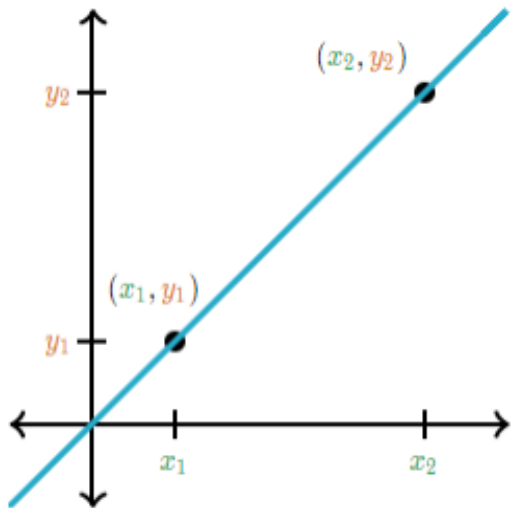


# COMO HALLAR LA PENDIENTE DE UNA RECTA

Podemos dibujar una recta que pase a través de dos puntos cualesquiera en el plano coordenado. La pendiente de una recta describe que tan pronunciada es y está dada por el cambio en los valores de  $y$  dividido entre el cambio de los valores de  $x$ .

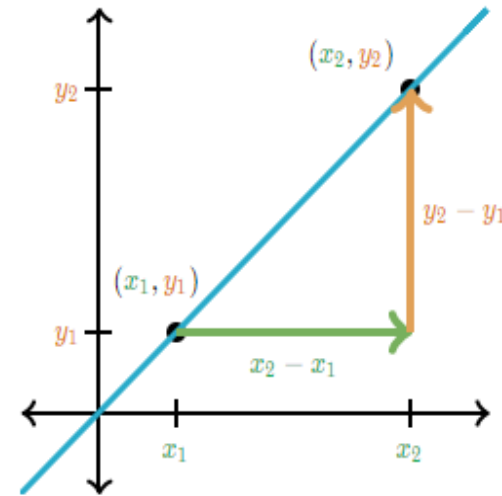
$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Cambio en } y}{\text{Cambio en } x}$$

Dibujemos una recta que pase por los puntos  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ .



Una manera de expresar el cambio en  $x$  es  $x_2 - x_1$ :

Similarmente, una forma de expresar el cambio en  $y$  es  $y_2 - y_1$ :



Ahora podemos escribir una fórmula general para la pendiente:

$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Cambio en } y}{\text{Cambio en } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

## EJEMPLO 1: Dados los puntos (2,1) y (4,7) hallar la pendiente y realiza la gráfica

### Usar la fórmula de la pendiente

Utilicemos la fórmula de la pendiente para encontrar la pendiente de la recta que pasa por los puntos (2, 1) y (4, 7).

**Paso 1:** Identifica los valores de  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$  y  $y_2$ .

$$x_1 = 2$$

$$y_1 = 1$$

$$x_2 = 4$$

$$y_2 = 7 \quad [\text{Explicación}]$$

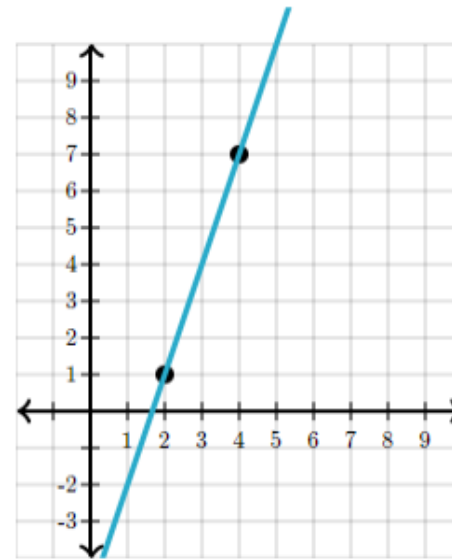
**Paso 2:** Para encontrar la pendiente, sustituye estos valores en la fórmula.

$$\text{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 1}{4 - 2} = \frac{6}{2} = 3$$

**Paso 2:** Para encontrar la pendiente, sustituye estos valores en la fórmula.

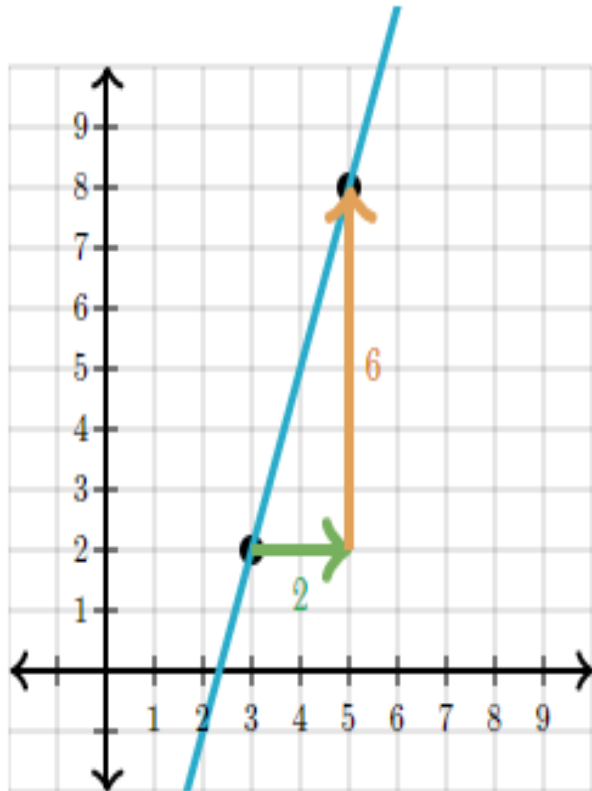
$$\text{Pendiente} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 1}{4 - 2} = \frac{6}{2} = 3$$

**Paso 3:** Prueba intuitiva. Asegúrate de que esta pendiente tiene sentido, pensando en los puntos sobre el plano coordenado.



¡Sip! La pendiente parece tener sentido, pues es positiva, y la recta es creciente.

**EJEMPLO 2:** Halla la pendiente de la recta que pasa por los puntos (3,2) y (5,8)

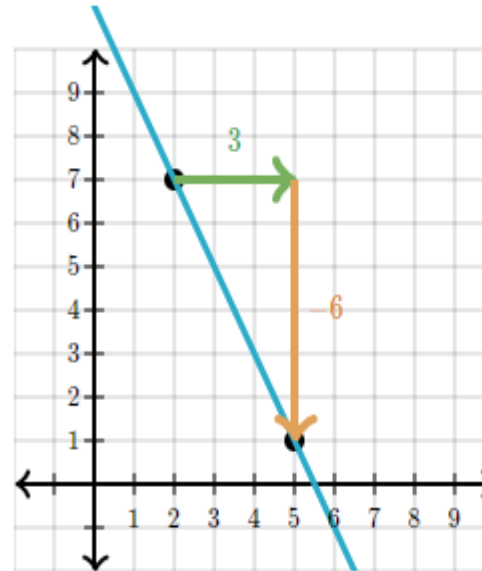


$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Cambio en } y}{\text{Cambio en } x} = \frac{6}{2} = 3$$

**EJEMPLO 3**

## Pendiente negativa

Encontremos la pendiente de la recta que pasa por los puntos (2, 7) y (5, 1).



$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Cambio en } y}{\text{Cambio en } x} = \frac{-6}{3} = -2$$

¡Espera un momento! ¿Te diste cuenta? El cambio en los valores de  $y$  es negativo, pues pasamos de 7 a 1. Como consecuencia, la pendiente es negativa; esto tiene sentido, ya que la recta es decreciente.

## OTROS EJEMPLOS

1. La pendiente entre los puntos

$x_1$   $y_1$   $x_2$   $y_2$   
(-4, -2) y (1, 7) es:

$$m = \frac{7 - (-2)}{1 - (-4)}$$

2. La pendiente entre los puntos

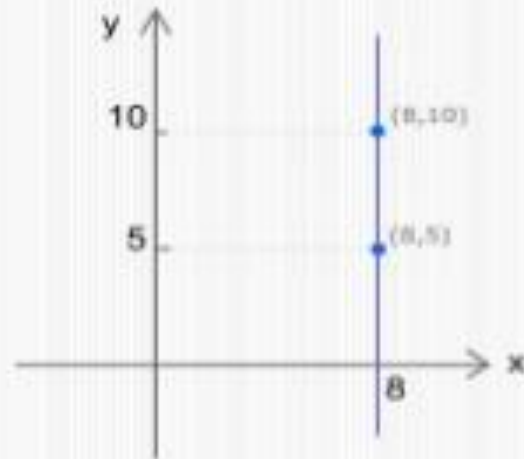
$x_1$   $y_1$   $x_2$   $y_2$   
(8, 5) y (8, 10) es:

$$m = \frac{9}{5}$$

$$m = \frac{10 - 5}{8 - 8} \rightarrow m = \frac{5}{0}$$

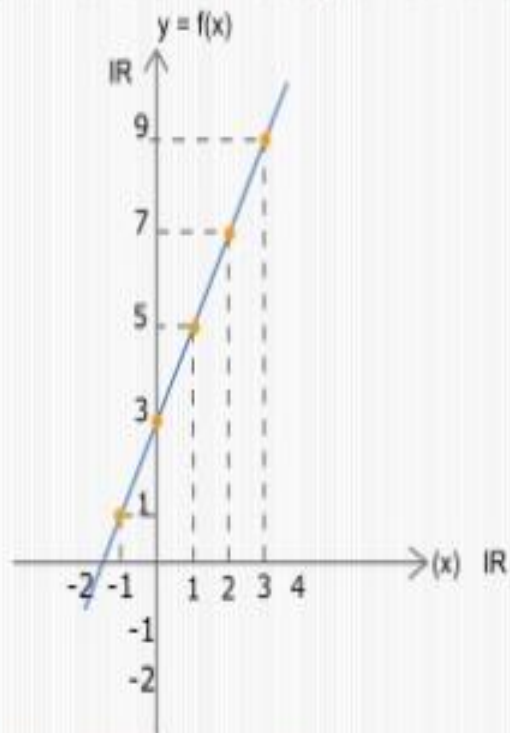
Como el denominador es cero, la pendiente NO existe.

Además, la recta que pasa por los puntos (8,5) y (8,10), es paralela al eje Y, y es de la forma:  $x = 8$ , la recta **NO** es función.





1. Dada la gráfica de la recta, encontrar su ecuación principal.



**b = 3.** Con (0,3) y (1,5) encontraremos su pendiente

$$m = \frac{5 - 3}{1 - 0} \Rightarrow m = \frac{2}{1} = 2$$

Por lo tanto, la pendiente (m) de la recta es 2, y el coeficiente de posición (b) es 3 (ordenada del punto donde la recta interseca al eje Y), de modo que su ecuación principal es  $y = 2x + 3$ .

## Ejemplos:

2. En las siguientes ecuaciones hallar m y b:

a)  $y = x - 8$        $m = 1$  y  $b = -8$

b)  $y = 4x$        $m = 4$  y  $b = 0$

c)  $6x - y + 13 = 8$

Para determinar m y b, ordenamos primero la ecuación y utilizamos las fórmulas dadas para m y b:

$$6x - y + 5 = 0$$

$$m = -6/-1 = 6 \quad \text{Obs. } m = \frac{-a}{b} \quad b = \frac{-c}{b}$$

$$b = -5/-1 = 5$$

Luego,  $m = 6$  y  $b = 5$ .

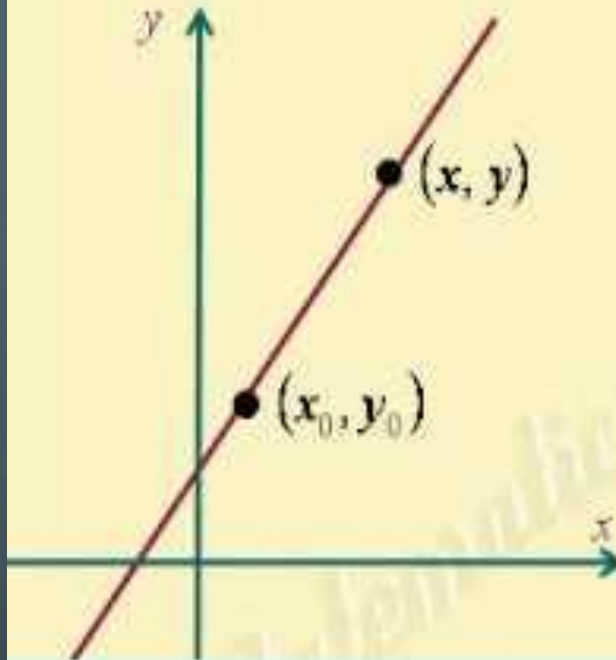
3. ¿Cuál será la pendiente y coeficiente de posición en ecuaciones como:  $y = 5$  y  $x = 2$ ?

## ECUACION DE LA RECTA CONOCIDO DOS PUNTOS

Supongamos que no conoces ni la pendiente ni la intersección en  $y$ , pero conoces la localización de dos puntos en la recta. Puedes encontrar la ecuación de la recta que pasa por esos dos puntos. Usarás de nuevo la forma pendiente-intersección para ayudarte.

## ECUACIÓN DE LA RECTA

Prof. María Victoria  
Sanchez de Maza



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = m$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Ecuación punto pendiente

Si  $x_1$  y  $y_1$  satisface la ecuación  $\Rightarrow$  el punto  $(x_1, y_1)$  está sobre la recta

## Ecuación de la recta 3.

### • ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

$$Ax + By + C = 0$$

La gráfica de una ecuación lineal:

$Ax + By + C = 0$ , es una recta, y recíprocamente, toda recta es la gráfica de una ecuación lineal.

Es de la forma:  $ax + by + c = 0$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$  reales.

Ejemplos:

1.  $5x + 6y + 8 = 0$

2.  $2x - 4y + 7 = 0$

3.  $-x + 12y - 9 = 0$

Obs.  $m = \frac{-a}{b}$        $b = \frac{-c}{b}$

## Ejemplo

**Problema** Escribe la ecuación de la recta que pasa por los puntos (2, 1) y (-1, -5).

$$\frac{1 - (-5)}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

Encuentra la pendiente usando los puntos dados.

$$y = 2x + b$$

Sustituye la pendiente ( $m$ ) en  $y = mx + b$ .

$$1 = 2(2) + b$$

Sustituye algunas coordenadas de cada punto para  $x$  y  $y$  - este ejemplo usa (2, 1).

$$\begin{aligned} 1 &= 4 + b \\ -3 &= b \end{aligned}$$

Resuelve  $b$ .

**Respuesta**  $y = 2x + (-3)$ , o  
 $y = 2x - 3$

Reescribe  $y = mx + b$  con  $m = 2$  y  $b = -3$ .

Encontremos la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(4, -1) y Q(-2, -5).

Primero hallamos la pendiente de la recta:

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ con } x_1 \neq x_2 \quad m = \frac{-1 + 5}{4 + 2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Ahora tomamos un punto de la recta; puede ser P (4, -1) y la pendiente  $m$  y de esta manera buscamos la ecuación punto pendiente.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ . Reemplazando, tenemos:

$$y - (-1) = \frac{2}{3}(x - 4)$$

$$y + 1 = \frac{2x}{3} - \frac{8}{3}$$

$$y = \frac{2x}{3} - \frac{11}{3} \text{ Esta es la ecuación pedida.}$$

## **ECUACION DE LA RECTA CONOCIDO UN PUNTO Y LA PENDIENTE**

**Recuerda que un punto es un par coordenado  $(x, y)$  y que todos los puntos en la recta satisfacen la ecuación lineal. Entonces, si tienes un punto en la recta, debe ser una solución de la ecuación. Aunque aún no conozcas la ecuación, sabes que puedes expresar la recta en la forma pendiente-intersección  $y = mx + b$ .**

**Conoces la pendiente  $(m)$ , pero no conoces el valor de la intersección en  $y$   $(b)$ . Como el punto  $(x, y)$  es una solución de la ecuación, ¡puedes sustituir sus coordenadas para  $x$  y  $y$  en  $y = mx + b$  y resolverla para encontrar  $b$ !**

## Ejemplo

**Problema** Escribe la ecuación de la recta que tiene pendiente 3 y contiene el punto (1, 4).

$$y = 3x + b$$

Sustituye la pendiente ( $m$ ) en  $y = mx + b$ .

$$4 = 3(1) + b$$

Sustituye el punto (1, 4) para  $x$  y  $y$ .

$$4 = 3 + b$$

$$1 = b$$

Resuelve  $b$ .

**Respuesta**

$$y = 3x + 1$$

Reescribe  $y = mx + b$  con  $m = 3$  y  $b = 1$ .

**Ejemplo 1.** ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto (4, -5) y su pendiente es 3?

**Solución:**

El único punto que tenemos es (4, -5), que lo podemos asociar a  $(x_1, y_1)$  y lógicamente  $m = 3$ , dicho de otra forma:

$$x_1 = 4$$

$$y_1 = -5$$

$$m = 3$$

Si la ecuación de la recta es:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Vamos a sustituir nuestros datos, en dicha fórmula:

$$y - (-5) = 3(x - 4)$$

Simplificando

$$y + 5 = 3x - 12$$

Igualando todo a cero.

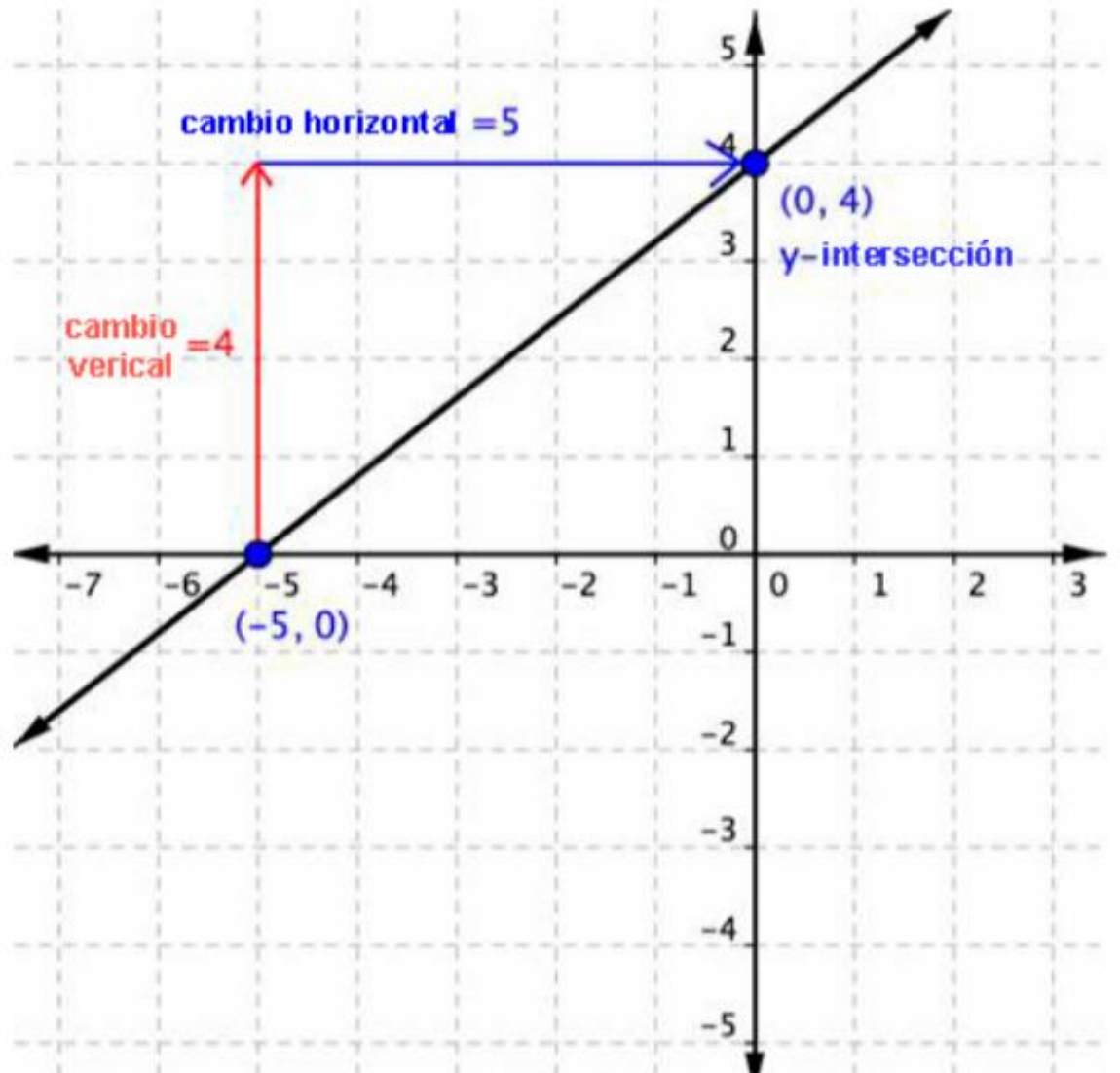
$$3x - 12 - y - 5 = 0$$

# ECUACION DE LA RECTA CONOCIDO UN PUNTO Y LA INTERSECCIÓN

Ahora que entiendes la forma pendiente-intersección, puedes ver la gráfica de una recta y escribir su ecuación con sólo identificar la pendiente y la intersección en  $y$  a partir de la gráfica. Intentemos con esta recta.

Para esta recta, la pendiente es  $\frac{4}{5}$  y la intersección en  $y$  es 4. Si pones esos valores en la forma pendiente-intersección,  $y = mx + b$ , obtienes la ecuación

$$y = \frac{4}{5}x + 4$$



## Ejemplo

**Problema** Escribe la ecuación de la recta que tiene pendiente  $\frac{1}{2}$  y una intersección en  $y$  de  $-5$ .

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

Sustituye la pendiente ( $m$ ) en  $y = mx + b$ .

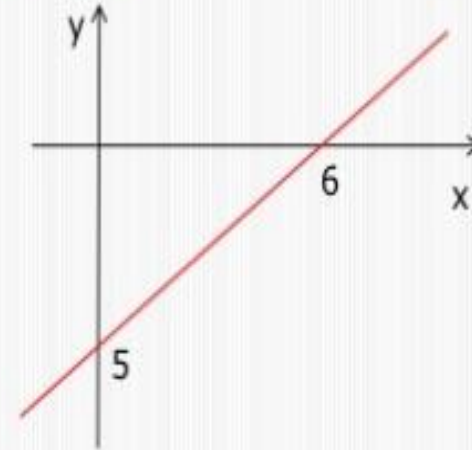
**Respuesta**

$$y = \frac{1}{2}x + (-5)$$

Sustituye la intersección en  $y$  ( $b$ ) en la ecuación.

$$y = \frac{1}{2}x - 5$$

## Ejemplo: La ecuación a partir del gráfico:



- 1 Debemos encontrar el punto de corte con el eje "y", es decir,  $y = -5 = b$
- 2 Determinar la pendiente:  $m = \frac{y}{x}$ , es decir,  $\frac{5}{6}$
- 3 Utilizando la forma principal:  $y = mx + b$ , obtenemos:

$$y = \frac{5}{6}x - 5$$

- 4 También se puede usar la forma de segmentos:  $\frac{x}{6} - \frac{y}{5} = 1$  /\*30

$$5x - 6y - 30 = 0$$

*OBS: Ambas ecuaciones representan la misma recta.*



# Rectas paralelas

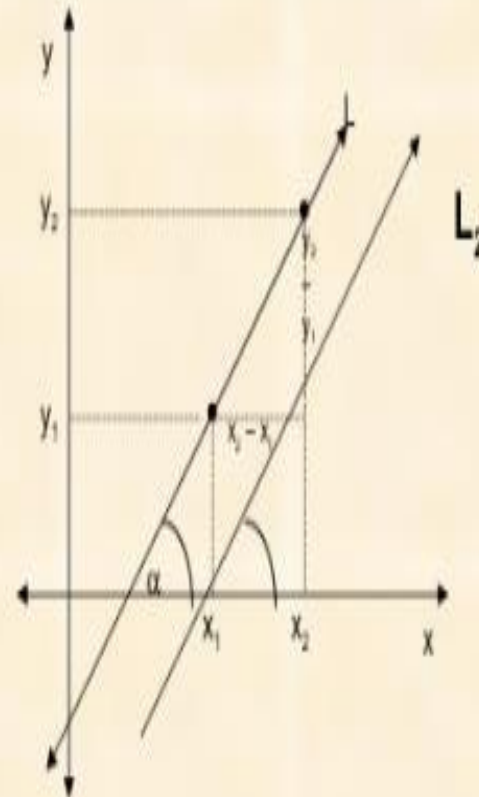
- Dos rectas  $l_1$  y  $l_2$  cuyas pendientes son  $m_1$  y  $m_2$ , son paralelas ( $l_1 \parallel l_2$ ) si y sólo si tienen la misma pendiente o si ambas son verticales.

Es decir:

$$m_1 = m_2$$

Sea  $L_1$ : recta de ecuación  $y = m_1x + n$

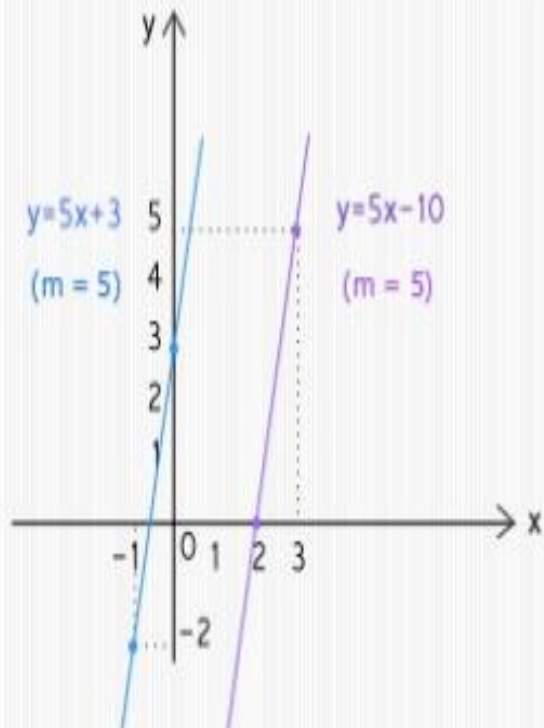
$L_2$  recta de ecuación  $y = m_2x + n$        $L_1 \parallel L_2$  si  $m_1 = m_2$



# Rectas paralelas

Se dice que dos rectas,  $L_1$  y  $L_2$  son paralelas si tienen igual pendiente y distinto coeficiente de posición.

Ejemplo:  $L_1: y = 5x + 3$  y  $L_2: y = 5x - 10$



## Ejemplo

Grafiquemos las rectas de ecuaciones

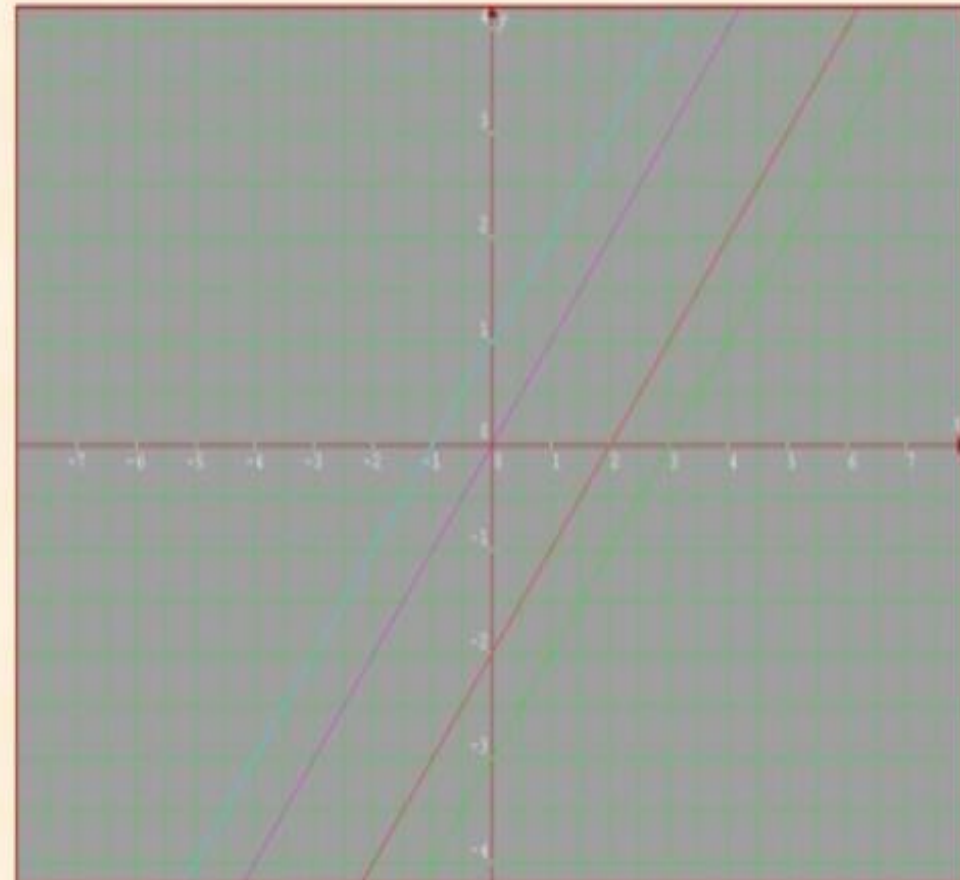
$$y = x$$

$$y = x - 2$$

$$y = x + 1$$

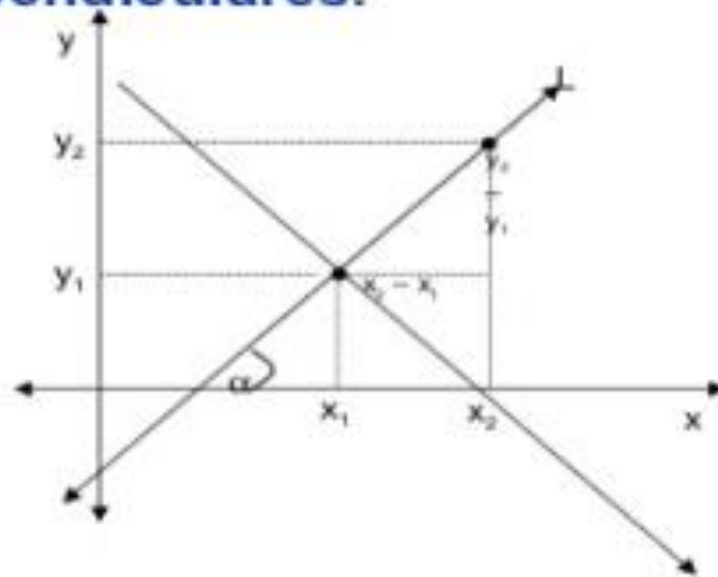
$$y = x - 3$$

En el mismo plano cartesiano



## Rectas Perpendiculares

Dos rectas que se cortan en un punto cualquiera se llaman rectas secantes, pero si además de cortarse en un punto, ambas rectas forman un ángulo recto ( de  $90^\circ$ ), se dice que son perpendiculares.



L1

si  $L_1$  es una recta de ecuación  
 $y = m_1 x + n$

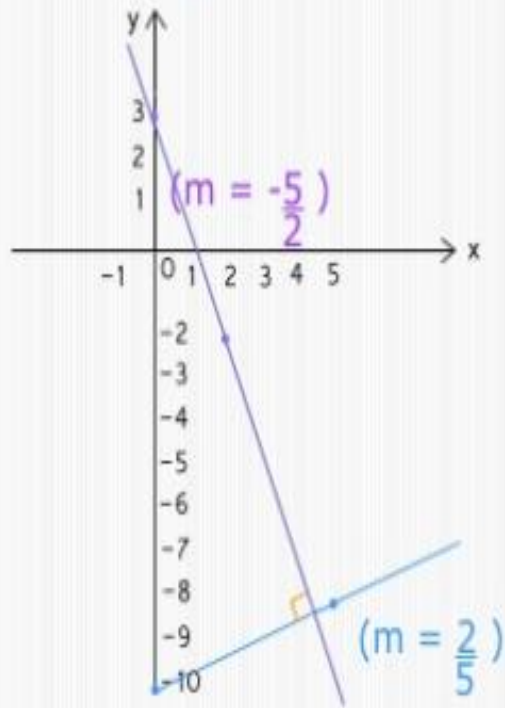
$L_2$  es una recta de ecuación  
 $y = m_2 x + n$

$$L_1 \perp L_2 \text{ si } m_1 \cdot m_2 = -1$$

## Rectas perpendiculares

Se dice que dos rectas,  $L_1$  y  $L_2$  son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a  $-1$ .

Ejemplo:  $L_1: y = -\frac{5}{2}x + 3$  y  $L_2: y = \frac{2}{5}x - 10$



## Ejemplo

Grafiquemos las rectas de ecuaciones

$$y = 4x + 3$$

$y = -\frac{1}{4}x + 1$  En el mismo plano cartesiano

