#### PROBLEMA 1:

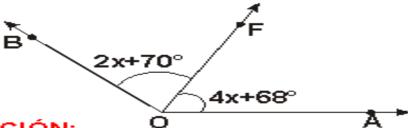
El rayo **of** es bisectriz del ángulo **AOB** de la figura. Calcular el valor de **«x».** 

A) 15°



D) 2°

E) 25°



## RESOLUCIÓN:

Como es bisectriz, entonces:

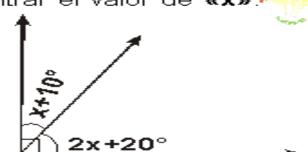
$$\Rightarrow$$
 2x+70°=4x+68°  $\Rightarrow$  70°-68°=4x-2x

$$\Rightarrow$$
2°=2x  $\Rightarrow$  1°=x

RPTA: "B"

#### PROBLEMA 2:

En la figura encontrar el valor de «x» 👭



- A) 25°
- B) 15°
- C) 10°
- D)30°
- E) 20°

#### RESOLUCIÓN:

Los ángulos consecutivos de la figura forman un ángulo recto, Luego sumarán 90°.

$$\Rightarrow$$
 x+10°+2x+20°=90°  $\Rightarrow$  x+2x+10°+20°=90°

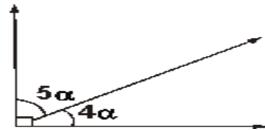
$$\Rightarrow$$
 3x+30=90°  $\Rightarrow$  x=20°

# RPTA: publica

# PROBLEMA 3:

Según figura , calcular α

A) 8° B) 9° C) 10° D) 12° E) 5°



#### RESOLUCIÓN:

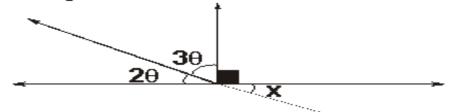
Como se trata de un ángulo recto , luego:

$$5\alpha + 4\alpha = 90^{\circ} \Rightarrow 9\alpha = 90^{\circ} \Rightarrow \alpha = 10^{\circ}$$

RPTA: "C"

#### PROBLEMA 4:

En la figura, calcular "x"



C) 36°

A) 24° B) 26°

RESOLUCIÓN:
Hallamos primero 0: 20+30=90°

D) 18°

Por ángulos opuestos por el vértice :

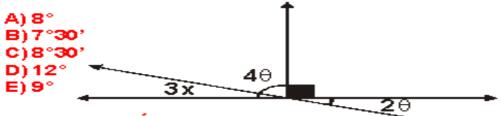
$$x=2\theta \Rightarrow x=2(18^{\circ})=36^{\circ}$$

RPTA: "C"

E) 20°

#### PROBLEMA 5:

En la figura , calcular "x"



## RESOLUCIÓN:

Hallamos primero θ:

$$4\theta+90^{\circ}+2\theta=180^{\circ} \Rightarrow 6\theta=90^{\circ} \Rightarrow \theta=15^{\circ}$$

Por ángulos opuestos por el vértice:

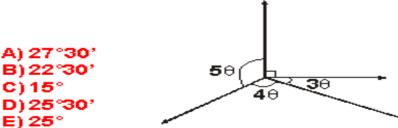


$$3x=2\theta \Rightarrow 4x=2(15^{\circ}) \Rightarrow x=7^{\circ}30'$$

RPTA: "B"

# PROBLEMA 6:

Según la figura calcular 🛛 😝



#### RESOLUCIÓN:

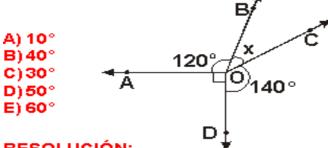
Como se trata de un ángulo de una vuelta , luego:

 $30+40+50+90°=360° \Rightarrow 120=270° \Rightarrow 0=22°30'$ 

RPTA: "B"

#### PROBLEMA 7:

Encontrar el valor de «x».



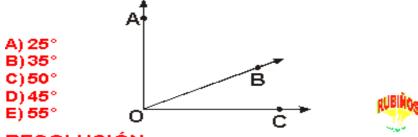
#### RESOLUCIÓN:

Los cuatro ángulos de la figura se encuentran alrededor del punto O, entonces sumarán 360°; es decir:

#### PROBLEMA 8 :

En los ángulos consecutivos AOB y BOC figura, se cumple m ⊲AOB = 50° y m ⊲BOC = 30°, se traza la bisectriz **of** del ángulo **AOB**.

Calcular m⊲FOC.



### RESOLUCIÓN:

Colocando los demás datos, en la gráfica, se obtendrá:

<sup>7</sup>50°

Bisectriz del

Se pide: m⊲FOC=25°+ 30° =55°

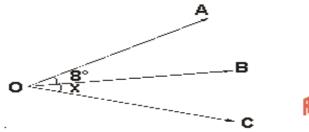
RPTA: "E"

#### PROBLEMA 9:

Dados los ángulos consecutivos AOB y BOC, se sabe que AOC mide el triple que AOB y que éste mide 8°. ¿Cuánto mide BOC?

A)6° B) 8° C) 16° D) 20° E) 10° RESOLUCIÓN:

Graficando los ángulos consecutivos:



Del dato :

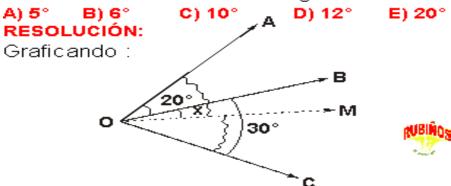
$$m \triangleleft AOC = 3(m \triangleleft AOB) \Rightarrow x + 8^{\circ} = 3(8^{\circ})$$

$$\Rightarrow$$
 x + 8= 24°  $\Rightarrow$  x = 16°

RPTA: "C"

#### PROBLEMA 10:

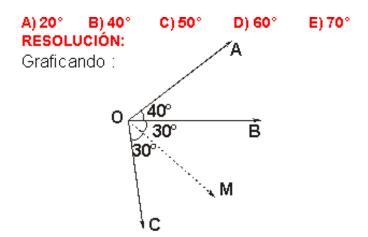
Se tienen dos ángulos consecutivos **AOB** y **BOC** que miden **20°** y **30°**, respectivamente. Se traza **OM**, bisectriz del ángulo **AOC**, determinar la medida del ángulo **BOM**.



Como om, es bisectriz de ⊲Aoc, entonces:

$$m \triangleleft AOM = m \triangleleft MOC \Rightarrow 20^{\circ} + x = 30^{\circ} - x$$
  
 $\Rightarrow 2x = 10^{\circ} \Rightarrow x = 5^{\circ}$  RPTA: "A"  
PROBLEMA 11:

Dados los ángulos consecutivos **AOB** y **BOC** que miden **40°** y **60°**, respectivamente, se traza **OM**, bisectriz del mayor. Calcular la medida del ángulo **AOM**.



Debido a que om, es bisectriz del ángulo

BOC, luego: m⊲BOM = 30°

Entonces : m < AOM = 40° + 30° = 70°

RPTA: "E"

#### PROBLEMA 12:

Calcular el suplemento de **127**° más el complemento de **79**°.

A) 62° B) 72° C) 61° D) 64° B) 53° RESOLUCIÓN:

Se pide : **S**<sub>127</sub> + **C**<sub>79</sub>

(180° - 127°) + (90° - 79°) = 53° + 11° = 64° RPTA : "D"

#### PROBLEMA 13:

Al restar el suplemento de **80**° con el complemento de **60**°, se obtiene :

A) 70° B) 62° C) 50° D) 30° E) 60° RESOLUCIÓN:

Se desea :

$$S_{80^{\circ}} - C_{60^{\circ}} = (180^{\circ} - 80^{\circ}) - (90^{\circ} - 60^{\circ})$$
  
= 100° - 30° = 70°

RPTA: "a"

#### PROBLEMA 14:



Encontrar la suma del complemento de **52°** y el suplemento de **120°**.

A) 92° B) 102° C) 98° D) 108° E) 88° RESOLUCIÓN:

Se pide :

$$\Rightarrow C_{52} + S_{120} = (90^{\circ} - 52^{\circ}) + (180^{\circ} - 120^{\circ})$$
  
$$\Rightarrow C_{52} + S_{120} = 38^{\circ} + 60^{\circ} = 98^{\circ} \text{ RPTA : "C"}$$

#### PROBLEMA 15:

El complemento de un ángulo es igual a **38°**. Calcular la medida de dicho ángulo.

A) 52° B) 30° C) 42° D) 46° E) 48° RESOLUCIÓN:

Sea «x» la medida de un ángulo, luego:

$$C_x = 38^{\circ} \Rightarrow 90^{\circ} - x = 38^{\circ}$$

$$\Rightarrow$$
 90°-38=x  $\Rightarrow$  52°=x RPTA: "A"

#### PROBLEMA 16:

Encontrar la medida de un ángulo, sabiendo que su suplemento es igual al triple de dicho ángulo.

A) 25° B) 30° C) 35° D) 45° E) 40° RESOLUCIÓN:

Sea **«x»** la medida de un ángulo, luego plantearemos:

$$S_x = 3x \Rightarrow 180^{\circ} - x = 3x \Rightarrow 180^{\circ} = 4x$$

$$\Rightarrow \frac{180^{\circ}}{4} = x \Rightarrow 45^{\circ} = x$$

RPTA: "D"

#### PROBLEMA 17:

Calcular la medida de un ángulo, si la suma de su suplemento y de su complemento es igual a **120°**.

A) 75° B) 45° C) 60° D) 70° E) 65° RESOLUCIÓN:

Sea **«x»** la medida del ángulo, luego :

$$S_x + C_x = 120^{\circ} \Rightarrow 180^{\circ} - x + 90^{\circ} - x = 120^{\circ}$$

$$\Rightarrow$$
270° – 120° = 2x  $\Rightarrow$  75° = x

RPTA: "A"

#### PROBLEMA 18:

El suplemento de un ángulo más el doble del complemento de dicho ángulo es igual al doble del ángulo mencionado. Hallar el ángulo mencionado.

A) 20° B) 15° C) 12° D) 10° E) 72° RESOLUCIÓN:

Sea **"x"** el ángulo pedido.

Del dato:

$$180^{\circ} - x + 2(90^{\circ} - x) = 2x \Rightarrow 180^{\circ} - x + 180^{\circ} - 2x = 2x$$

$$\Rightarrow$$
360°-3x=2x  $\Rightarrow$ 5x=360°  $\Rightarrow$ x=72°

RPTA: "E"

#### PROBLEMA 19:

Si el suplemento de la medida de un ángulo es los **5/2** de su complemento. Calcular la medida de dicho ángulo.

A) 20° B) 30° C) 45° D) 25° E) 42° RESOLUCIÓN:

Sea "α" el ángulo, luego:

$$180^{\circ} - \alpha = \frac{5}{2}(90^{\circ} - \alpha) \Rightarrow 360^{\circ} - 2\alpha = 450^{\circ} - 5\alpha \Rightarrow \alpha = 30^{\circ}$$
RPTA: "B"

#### PROBLEMA 20:

Si a la medida de unos de los ángulos suplementarios se les disminuye 35° para agregarle a la medida del otro , este resulta ser 8 veces lo que queda de la medida del primero ¿Cuánto vale el complemento del menor ángulo?.

A) 45° B) 35° C) 36° D) 40° E) 27° RESOLUCIÓN:

De  $\alpha$  y  $\beta$ :  $\alpha+\beta=180^{\circ} \Rightarrow \beta=180^{\circ}-\alpha$ ...(I) Si a  $\alpha$  disminuimos 35° quedaría ( $\alpha-35$ ), a  $\beta$  agregamos 35° quedaría ( $\beta+35$ )

Luego :  $(\beta+35^\circ)=8(\alpha-35^\circ)...(II)$ (I) en (II):  $((180^\circ-\alpha)+35^\circ)=8\alpha-280^\circ$   $\Rightarrow 215^\circ+280^\circ=9\alpha \Rightarrow 495^\circ=9\alpha \Rightarrow \alpha=55^\circ$   $\Rightarrow \text{El menor es } 55^\circ$ Y su complemento de  $55^\circ=(90^\circ-55^\circ)=35^\circ$ 

a complemento de 35 - (90 - 35 ) - 35 RPTA : "B"

#### PROBLEMA 21:

Si a un ángulo se le resta su complemento, es igual a **1/4** de su suplemento. Hallanda medida del ángulo

A)30° B)45° C)60° D)75° E)55° RESOLUCIÓN:

Sea a el ángulo

$$\alpha - (90^{\circ} - \alpha) = 1/4(180^{\circ} - \alpha)$$

$$\Rightarrow$$
 4(2 $\alpha$ -90°) = (180°- $\alpha$ )

$$\Rightarrow$$
 8 $\alpha$ -360°= 180° -  $\alpha$   $\Rightarrow$   $\alpha$ =60°

RPTA: "C"

#### PROBLEMA 22:

Si al suplemento del suplemento de un ángulo se le aumenta el complemento del complemento del ángulo, resulta el cuádruple del complemento del mismo. Hallar la medida del ángulo.

C) 60° D) 75° A) 30° B) 45° E) 55° RESOLUCIÓN:

Sea β elángulo

$$SS_{\beta} + CC_{\beta} = 4(C_{\beta})$$

Si: 
$$SS_{\beta} = \beta \wedge CC_{\beta} = \beta$$

$$\Rightarrow \beta + \beta = 4(90^{\circ} - \beta) \Rightarrow 6\beta = 360^{\circ} \Rightarrow \beta = 60^{\circ}$$

RPTA: "C"

#### PROBLEMA 23:

Si al suplemento de un ángulo selle disminuye el séxtuplo de su complemento. Resulta la mitad del valor del ángulo. Hallar el suplemento del ángulo.

A) 100° B) 150° C) 160° D) 140° E) 135° RESOLUCIÓN:

Sea **e** el ángulo.

$$S_{\theta} - 6 C_{\theta} = \frac{\ddot{\theta}}{2} \Rightarrow (180^{\circ} - \theta) - 6(90^{\circ} - \theta) = \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow$$
5 $\theta$ -360°= $\frac{\theta}{2}$   $\Rightarrow$ 5 $\theta$ - $\frac{\theta}{2}$ =360°

$$\Rightarrow \frac{9\theta}{2} = 360^{\circ} \Rightarrow \theta = 80^{\circ}$$

$$\Rightarrow$$
S<sub>e</sub>=S<sub>80°</sub>=180°-80°=100° RPTA: "A"

#### PROBLEMA 24:

Dos ángulos complementarios son entre la como **2** es a **3**. La diferencia de es<mark>to</mark>s ángulos es :

A)18° B) 36° C) 24° D) 27° E)30° RESOLUCIÓN:

complementarios  $\alpha \vee \theta$ Son

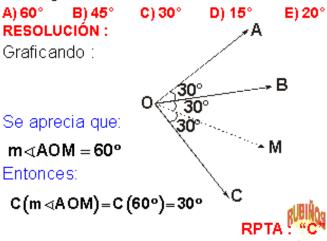
$$\Rightarrow \alpha + \theta = 90^{\circ}$$
Datos:
$$\frac{\alpha}{\theta} = \frac{2}{3} \Rightarrow \alpha = 2k \begin{cases} además : \\ (2k) + (3k) = 90^{\circ} \\ \Rightarrow 5k = 90^{\circ} \\ \Rightarrow k = 18^{\circ} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha = 36^{\circ}}{\theta = 54^{\circ}} \left\{ \theta - \alpha = 54^{\circ} - 36^{\circ} = 18^{\circ} \right\}$$

RPTA: "A"

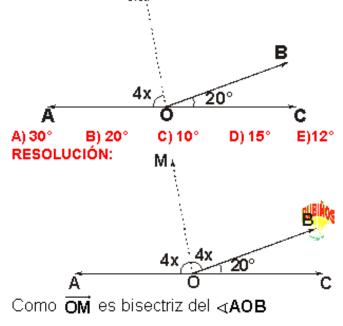
#### PROBLEMA 25:

Dibujar los ángulos **AOB** y **BOC** que midan **30°** y **60°**, respectivamente, y **OM** es bisectriz de **BOC**. Calcular el complemento del ángulo **AOM**.



#### PROBLEMA 26:

Calcular "x", si **OM** es bisectriz del ángulo **AOB**. **M**<sub>k</sub>



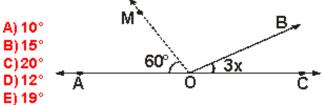
$$\Rightarrow \triangleleft AOM = \triangleleft MOB = 4x$$

Luego: 4x +4x +20°=180° ⇒ x=20°

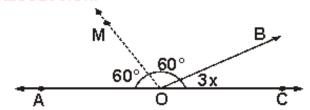
RPTA: "B"

#### PROBLEMA 27:

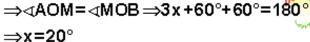
Calcular "x", si OM bisectriz del ángulo AOB.



**RESOLUCIÓN:** 



Como om es bisectriz del ⊲AOB

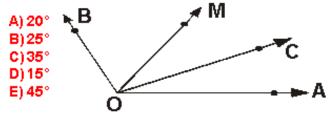


RPTA: "C"

#### PROBLEMA 28:

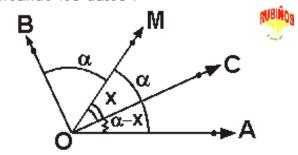
En la figura, hallar"m∢MOC"; Si:

m⊲BOC-m⊲AOC=70°, además <del>OM</del> es bisectriz del ángulo AOB.



#### RESOLUCIÓN:

Graficando los datos:



Operando condición:

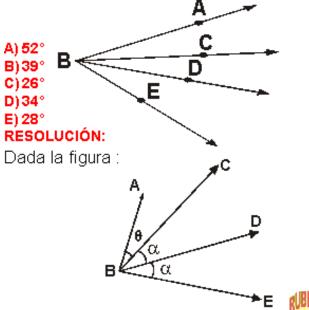
m⊲BOC-m⊲AOC=70°

$$(\alpha + x) - (\alpha - x) = 70^{\circ} \Rightarrow 2x = 70^{\circ} \Rightarrow x = 35^{\circ}$$

RPTA: "C"

#### PROBLEMA 29:

En la figura **BD** es bisectriz del ángulo **CBE** y la suma de los ángulos **ABC** y **ABE** vale **52°**. Calcular el valor del ángulo **ABD**.



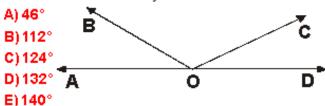
Por dato :  $2\alpha+2\theta=52^{\circ} \Rightarrow \alpha+\theta=26^{\circ}$ 

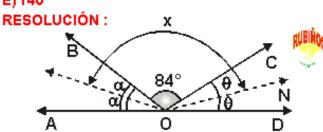
Se pide: m∢ABD=α+θ=26°

RPTA: "C"

#### PROBLEMA 30:

Del gráfico: m⊲BOC=84°. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de AÔBy CÔD





Del gráfico :

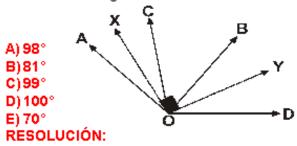
 $2\alpha+84^{\circ}+2\theta=180^{\circ}\Rightarrow 2\alpha+2\theta=96^{\circ}\Rightarrow \alpha+\theta=48^{\circ}$ 

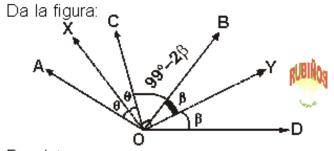
Luego: x= 84° + 48° = 132°

RPTA: "D"

#### PROBLEMA 31:

En la figura  $\overline{\mathbf{ox}}$  es la bisectriz del ángulo  $\widehat{\mathbf{AOC}}$ , y  $\mathbf{OY}$  es la bisectriz del ángulo  $\mathbf{BOD}$  y  $\mathbf{COD}$  mide  $\mathbf{99}^\circ$ . El ángulo  $\mathbf{XOY}$  mide  $\mathbf{90}^\circ$ . Calcular el ángulo  $\mathbf{AOB}$ .





Por dato :  $\theta+99^{\circ}-2\beta+\beta=90^{\circ}\Rightarrow 9^{\circ}=\beta-\theta...(I)$ 

Se pide :  $m \triangleleft AOB = 2\theta + 99^{\circ} - 2\beta$  $\Rightarrow m \triangleleft AOB = 99^{\circ} - 2(\beta - \theta)...(II)$ 

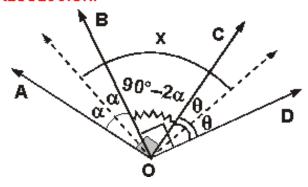
(I) en (II) m⊲AOB=99°-2(9°) ⇒ m⊲AOB=81° RPTA :"B"

#### PROBLEMA 32:

Se tiene los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD tal que:

 $m \triangleleft AOC = m \triangleleft BOD = 90^{\circ}$ . Halla la medida del ángulo formado por la bisectrices de AOB, COD.

A) 45° B) 90° C) 100° D) 120° E) 130° RESOLUCIÓN:



#### Del gráfico :

 $m \triangleleft BOC = 90^{\circ} - 2\theta = 90^{\circ} - 2\alpha \implies \alpha = \theta$ 

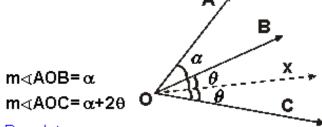
Luego:  $x = \alpha + 90^{\circ} - 2\alpha + \theta \Rightarrow x = 90^{\circ}$ 

RPTA: "B"

#### PROBLEMA 33:

Sabiendo que los ángulos de **AOB** y **AOC** son complementarios siendo **ox** bisectriz del **⊲BOC** . Entonces **⊲AOX** mide:

A) 45° B) 36° C) 54° D) 27° E) 50° RESOLUCIÓN:



Por dato:  $m \triangleleft AOB + m \triangleleft AOC = 90^{\circ}$  $\Rightarrow \alpha + (\alpha + 2\theta) = 90^{\circ} \Rightarrow \alpha + \theta = 4$ 

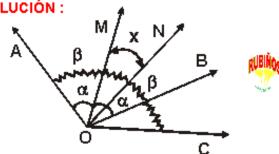
Del gráfico : m⊲AOX=α+θ=45°

RPTA: "A"

#### PROBLEMA 34:

Se tiene los ángulos consecutivos **AOB** y **BOC**. Hallar el ángulo formado por la bisectrices de los ángulos **AOC** y **AOB** sabiendo que estos se diferencian en **50**°.

A) 25° B) 30° C) 15° D) 35° E) 100° RESOLUCIÓN :



De:  $m \triangleleft AOC - m \triangleleft AOB = 50^{\circ}$  $\Rightarrow 2\beta - 2\alpha = 50^{\circ} \Rightarrow \beta - \alpha = 25^{\circ}$ 

Del gráfico: x=β-α ⇒ x=25°

RPTA: "A"

#### PROBLEMA 35:

Se tiene los ángulos consecutivos AOB, ABOC y ACOD; si OC es bisectriz ABOD y la suma de los AOB y AOD = 66° ¿Cuánto mide el AOC?

A) 33° B) 44° C) 55° D) 22° E) 66° RESOLUCIÓN:

Dato:

m⊲AOB+m⊲AOD=66°

 $\Theta$ +( $\Theta$ + 2 $\alpha$ )=66°  $\Rightarrow$  2 $\Theta$ +2 $\alpha$ = 66°  $\Rightarrow$   $\Theta$ +  $\alpha$ =33°

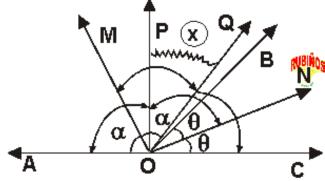
Del gráfico : m∢AOC = θ+ α=33°

RPTA: "A"

#### PROBLEMA 36:

Se tiene los ángulos adyacentes suplementarios **AOB** y **BOC** cuyas bisectrices son  $\overline{OM}$  y  $\overline{ON}$  respectivamente. Hallar del ángulo formado por la bisectrices de los **AON** y **MOC**.

A) 50° B) 55° C) 45° D) 27° E) 36° RESOLUCIÓN:



Del gráfico : α+θ= 90°

$$m \triangleleft A \, OP = m \triangleleft P \, ON = \frac{2\alpha + \theta}{2}$$

$$\mathsf{m} \triangleleft \mathsf{MOQ=m} \triangleleft \mathsf{QOC=} \frac{\alpha + 2\theta}{2}$$

$$m \triangleleft AOP + m \triangleleft POQ + m \triangleleft QOC = 2\alpha + 2\theta$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2\alpha + \theta}{2}\right) + \frac{2x}{2} + \left(\frac{\alpha + 2\theta}{2}\right) = 2\alpha + 2\theta$$
$$\Rightarrow \left(\frac{2\alpha + \theta + 2x + \alpha + 2\theta}{2}\right) = 2\alpha + 2\theta$$

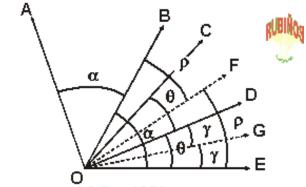
$$3\alpha + 3\theta + 2x = 4\alpha + 4\alpha \Rightarrow x = \frac{\alpha + \theta}{2} \Rightarrow x = 45^{\circ}$$
RPTA: "C"

#### PROBLEMA 37:

Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE; tal que los rayos OB y OD son las bisectrices de los ángulos AOE y COE; y mAOC =100°. Calcular la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos BOE y DOE.

A)20° B)35° C)25° D)8° E)17°

RESOLUCIÓN:



Se sabe: mAOC = 100°

$$2\alpha - 2\theta = 100^{\circ} \Rightarrow \alpha - \theta = 50^{\circ}$$

Se pide:  $\mathbf{m} \triangleleft \mathbf{FOG} = \rho - \mathbf{y}...(\mathbf{II})$ 

Pero: 
$$2p - 2y = m \triangleleft BOD \Rightarrow 2p - 2y = 50^{\circ}$$
  
 $\Rightarrow p - y = 25^{\circ}$  (lo deseado)

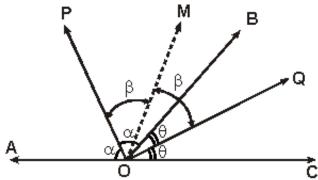
RPTA : "C

#### PROBLEMA 38:

Se tienen los ángulos consecutivos y suplementarios AOB y BOC tal que m⊲AOB - m⊲BOC=120°. Los rayos OP, OQ y OM son las bisectrices de los ángulos AOB, BOC y POQ. Se trazan los rayos OR y OS, tal que m⊲QOR=2m⊲AOR y m⊲POS=2m⊲COS. Calcular la medida

del ángulo **MON**, si el rayo **ON** es la bisectriz del ángulo **ROS**.

A)10° B)20° C)30° D)50° E)15° RESOLUCIÓN:



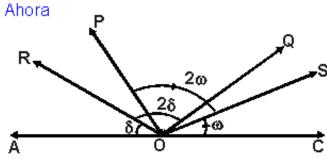
Reemplazando en los dos primeros datos:

$$2\alpha + 2\theta = 180^{\circ}$$

$$2\alpha - 2\theta = 120^{\circ}$$

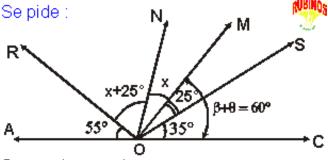
$$4\alpha = 300^{\circ} \Rightarrow \alpha = 75^{\circ} \Rightarrow \theta = 75^{\circ}$$

$$\Rightarrow 2\beta = 75^{\circ} + 15^{\circ} \Rightarrow \beta = 45^{\circ}$$



Observando las 2 figuras se deduce que:

$$\begin{array}{l} \delta + 2\delta = \alpha + 2\beta \Rightarrow 3\delta = 75^{\circ} + 2(45^{\circ}) \Rightarrow \delta = 55^{\circ} \\ 2\omega + \omega = \theta + 2\beta \Rightarrow 3\omega = 15^{\circ} + 2(45^{\circ}) \Rightarrow \omega = 35^{\circ} \end{array}$$

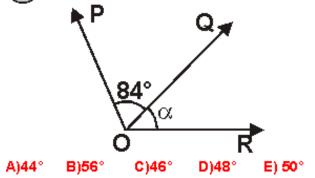


Se puede apreciar que :

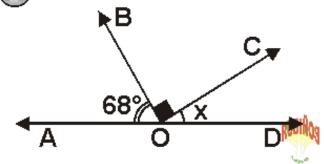
$$55^{\circ} + 2(x+25^{\circ}) + 35 = 180^{\circ} \Rightarrow x=20^{\circ}$$
 RPTA : "B"

# GUIA DE EJERCICIOS

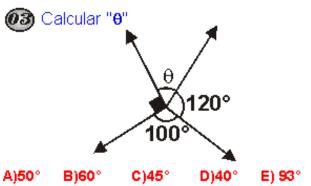
(i) Calcular "a", siendo: m≠POR = 128°.



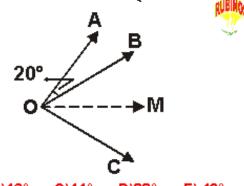
**@**Calcular "x"



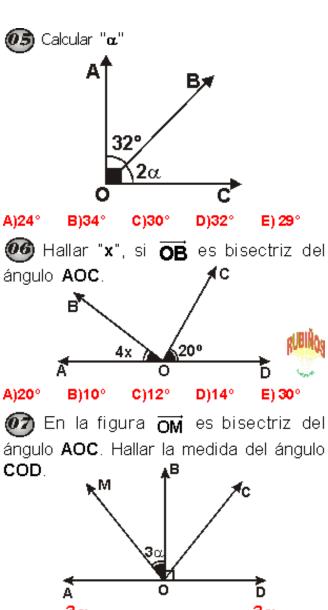
A)32° B)22° C)28° D)20° E) 18°



Si: OM es bisectriz del ⊲ BOC,
m⊲BOC = 48°. Hallar: m⊲ AOM



A)34° B)42° C)44° D)38° E) 46°



A)90°-
$$\frac{3\alpha}{2}$$
 B)45°-3 $\alpha$  C)3 $\alpha$  D) $\frac{3\alpha}{2}$  E)6 $\alpha$ 

La suma del complemento más el suplemento de cierto ángulo es igual a 140°. Hallar la medida del ángulo mencionado.

A)135° B)55° C)45° D)140° E) 65°

Mallar el suplemento de 126°.

A)44° B)54° C)64° D)58° E)48°

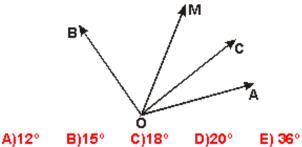
Mallar el complemento de 49°.

A)51° B)41° C)61° D)57° E) 47°

Hallar el suplemento del complemento

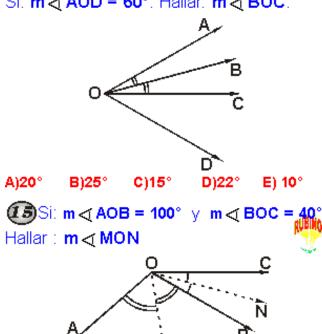
de 80°. A)160° B)150° C)170° D)135° E) 75° Hallar el complemento del suplemento de 150°. A)50° B)60° C)30° D)48° E) 75° En la figura, hallar m 

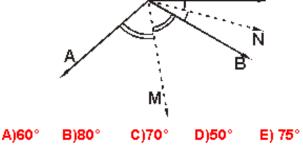
MOC, si:  $m \triangleleft BOC - m \triangleleft AOC = 40^{\circ}$ Además om bisectriz del ángulo AOB.



(13) OB y OC son bisectrices de ⊲ AOC ∢ AOD respectivamente.

Si: m < AOD = 60°. Hallar: m < BOC.





Encontrar la mitad de la tercera parte del complemento del suplemento de un ángulo que mide 102°. A)1° B)2° C)3° D)4° E) 84° Calcular "θ" **3**⊕ **2**θ A)20° B)18° C)36° D)48° E) 72° (18) Calcular "α"  $4\alpha - \theta$ <u>5α – 20°</u> α+θ B)25° A)15° C)20° D)30° E) 35 🐫 (19) Calcular "x" Зx B) 45° C)36° D) 48° A) 40° E) 35° <u>38∜</u> Ě B)74° A)64° C)58° D)54° E) 72° ¿Cuál es el doble del ángulo 30° 30'? A) 60° B) 61° C) 62° D) 63° E) 60°591 ❷¿A que es igual el doble del ángulo 28°10' 20"? A) 56° B)56° 20' 30" C) 56°20'35" D) 56°20'40" E)57°

Si : α=145° 30'; β=48° 45' 30"

Calcular:  $\alpha - \beta$ 

A) 96°30'44" B) 96°34'44" C) 96° 43'30"

D) 96° 44'30" E) 69° 44'30"

23 ¿La quinta parte de 132° es?

A) 26°30' B) 26° 42' C) 26°46' D) 26° 24' E) 26°12'

**②** ¿Cuánto es la suma de α+β?

Si:  $\alpha = 71^{\circ}24'16''$ ;  $\beta = 18^{\circ}38'48''$ 

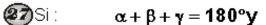
A) 92° 12'4" B) 91°17'24" C)91° 6'4"

D) 90°8'4" E) 90° 3'4"

Al dividir 245° en 4 partes, entonces cada parte medirá:

A) 60° 15' B) 61° 15' C) 50° 16'

D) 60° 20' E) 69° 15'



$$\alpha = x$$
;  $\beta = 2x$ ;  $\gamma = 3x$ 



¿Cual es al valor de 5x?

A) 30° B) 90° C) 60° D) 20° E) 150°

**②**¿Cuánto le falta a **36°52'** , Para ser igual a **90°**?

A) 53°8' B) 53° 3' C) 85°3' D) 35° 8' E) 83° 5'

**29**El triple de **23°30'12"** más el doble de **120° 32' 45"** es:

A) 275° 6'36" B) 276°36'6" C) 275°36'6" D) 277° 6'36" E) 270° 36'6"

**30** Si:  $\alpha = 32.3^{\circ} \text{ y } \beta = 45.23^{\circ}$ 

Calcular:  $5\alpha - 2\beta$ 

A) 70° 2'24" B) 71° 24' 4" C) 71° 2'24" D) 74° 4'41" E) 69° 2'24"

Si el suplemento del complemento de un ángulo es igual a los 3/2 de la diferencia entre el suplemento y el complemento del mismo ángulo. Hallar la medida del ángulo.

A)15° B)45° C)30° D)60° E) 75°

32 Hallar la medida del ángulo que forman

las bisectrices de dos ángulos adyacentes suplementarios.

A)60° B)90° C)80° D)50° E) 30°

33 Se tienen los ángulos adyacentes AÔB

y **BÔC** que se diferencian en **48º.** Calcular la medida del ángulo formado por la bisectriz

del ángulo AOC y el rayo oB.

A)48° B)24° C)18° D)12° E) 6°

El triple de la diferencia entre el suplemento de "x" y el complemento de "x" es igual al doble del suplemento del complemento del doble de "x".

A)90° B)45° C)30° D)60° E) 22<u>°30</u>°

🔊 Dados cinco rayos coplanares 🙀

OB, OC, OD y OE que forman cinco ángulos consecutivos que son proporcionales a los números: 1; 2; 3; 4 y 5. Determinar el valor del menor ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.

A)48° B)56° C)68° D)72° E) 96°

Se tienen los ángulos adyacentes AOB, BOC y COD. Se trazan la bisectriz OM y ON de los ángulos AOC y BOD. Hallar: m ✓ MON; si:

m < AOB + m < COD = 40°

A)10° B)20° C)30° D)40° E) 25081108

Si a la medida de uno de dos ángulos complementarios se le disminuye 18º para agregárselo a la medida del otro, la medida de este último resulta ser ocho veces lo que queda de la medida del primer ángulo. ¿Cuánto mide el mayor de los ángulos?

A)88° B)28° C)72° D)62° E) 75°

Se tienen los ángulos adyacentes AOB y BOC donde: m < AOB - m < BOC = 56°;

se trazan las bisectrices: OM, ON y OR de los ángulos AOB; BOC y MON respectivamente. Hallar la medida del ángulo ROB.

A)14° B)7° C)28° D)56° E) 21°

39 Sobre una recta AB se toma el punto "O" y en un mismo semiplano se trazan los rayos OC y OD de modo que los ángulos AOC, COD y DOB miden: 2θ, 3θ+20° y 3θ - 20° respectivamente.

Calcular la m < AOC.

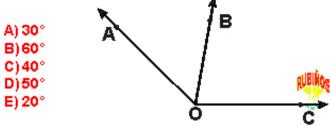
A)45° B)45°/2 C)37°/2 D)53°/2 E) 60°

Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE dispuestos de modo que: la bisectriz OX del ángulo AOB es perpendicular a la bisectriz del ángulo BOE. Si: m∢EOX = 150°, calcular la m∢BOD.

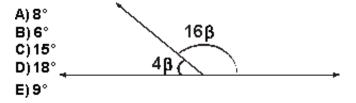
A)45° B)30° C)60° D)75° E) 50°

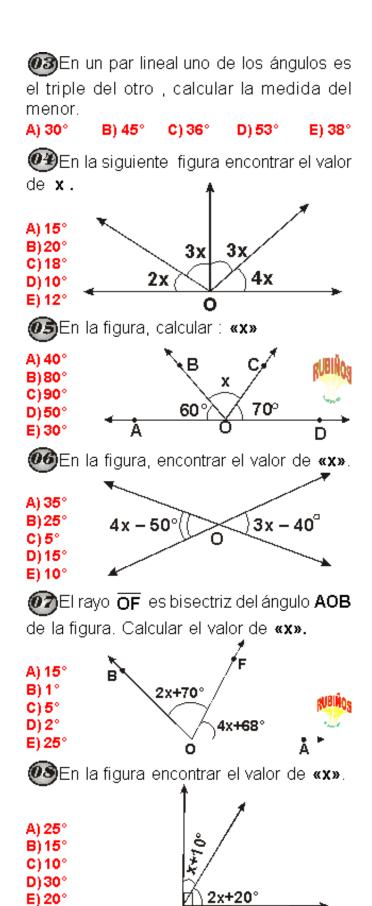
# PRACTICA DIRIGIDA

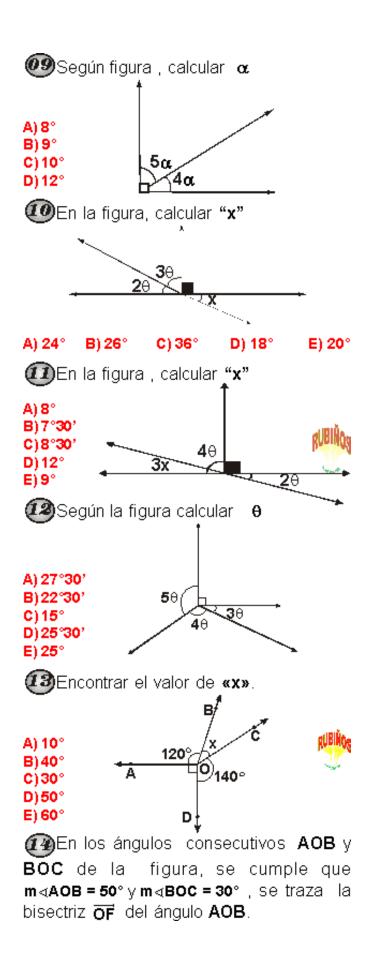
Determinar la medida del ángulo AOB, si m ⊲AOC=140°, mBOC=80°.



**@**Según la figura , calcular **β** 







Calcular m∢FOC.

A) 25° B) 35° C) 50° D) 45° E) 55°

(IS) Dados los ángulos consecutivos AOB y BOC, se sabe que AOC mide el triple que AOB y que éste mide 8°. ¿Cuánto mide BOC?

A)6° B)8° C)16° D)20° E)10°

GSe tienen dos ángulos consecutivos AOB y BOC que miden 20° y 30° respectivamente. Se traza OM, bisectriz de ángulo AOC, determinar la medida del ángulo BOM.

A) 5° B) 6° C) 10° D) 12° E) 20°

y BOC que miden 40° y 60°, respectivamente, se traza OM, bisectriz del mayor. Calcular la medida del ángulo AOM.

A) 20° B) 40° C) 50° D) 60° E) 70°

Calcular el suplemento de 127° más el complemento de 79°.

A) 62° B) 72° C) 61° D) 64° E) 53°

A) 70° B) 62° C) 50° D) 30° E) 60° con el

Encontrar la suma del complemento de 52° y el suplemento de 120°.

A) 92° B) 102° C) 98° D) 108° E) 88°

**②**El complemento de un ángulo es igual a **38°**. Calcular la medida de dicho ángulo.

A) 52° B) 30° C) 42° D) 46° E) 48°

Encontrar la medida de un ángulo , sabiendo que su suplemento es igual al triple de dicho ángulo.

- A) 25° B) 30° C) 35° D) 45° E) 40°
- Calcular la medida de un ángulo, si la suma de su suplemento y de su complemento es igual a 120°.
- A) 75° B) 45° C) 60° D) 70° E) 65°
- El suplemento de un ángulo más el doble del complemento de dicho ángulo es igual al doble del ángulo mencionado. Hallar el ángulo mencionado.
- A) 20° B) 15° C) 12° D) 10° E) 72°
- Si el suplemento de la medida de un ángulo es los 5/2 de su complemento. Calcular la medida de dicho ángulo.
- A) 20° B) 30° C) 45° D) 25° E) 42°
- Si a la medida de unos de los ángulos suplementarios se les disminuye 35° para agregarle a la medida del otro, este resulta ser 8 veces lo que queda de la medida del primero ¿Cuánto vale el complemento del menor ángulo?.
- A) 45° B) 35° C) 36° D) 40° E) 27°
- Si a un ángulo se le resta su complemento, es igual a 1/4 de su suplemento. Hallar la medida del ángulo
- A)30° B)45° C)60° D)75° E)55°
- Si al suplemento del suplemento de un ángulo se le aumenta el complemento del complemento del ángulo, resulta cuádruple del complemento del mismo. Hallar la medida del ángulo.
- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 55°
- Si al suplemento de un ángulo se le disminuye el séxtuplo de su complemento. Resulta la mitad del valor del ángulo. Hallar el suplemento del ángulo.
- A) 100° B) 150° C) 160° D) 140° E) 135°

**30** Dos ángulos complementarios son entre sí como **2** es a **3**. La diferencia de estos ángulos es :

A)18° B) 36° C) 24° D) 27° E)30°

Se tiene los ángulos consecutivos

A OB, B OC y C OD tal que:

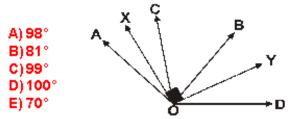
 $m \triangleleft AOC = m \triangleleft BOD = 90^{\circ}$ . Halla la medida del ángulo formado por la bisectrices de  $A\widehat{OB}$ ,  $C\widehat{OD}$ .

A) 45° B) 90° C) 100° D) 120° E) 130°

Se tiene los ángulos consecutivos **AOB** y **BOC**. Hallar el ángulo formado por la bisectrices de los ángulos **AOC** y **AOB** sabiendo que estos se diferencian en **50**°.

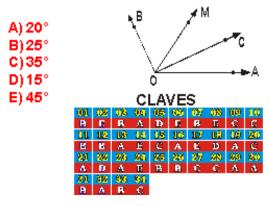
A) 25° B) 30° C) 15° D) 35° E) 100°

En la figura  $\overline{\mathbf{ox}}$  es la bisectriz del ángulo  $\widehat{\mathbf{AOC}}$ , y  $\widehat{\mathbf{oY}}$  es la bisectriz del ángulo  $\widehat{\mathbf{BOD}}$  y  $\widehat{\mathbf{COD}}$  mide  $\widehat{\mathbf{99}}^\circ$ . El ángulo  $\widehat{\mathbf{XOY}}$  mide  $\widehat{\mathbf{90}}^\circ$ . Calcular el ángulo  $\widehat{\mathbf{AOB}}$ .



**3**En la figura, hallar**"m⊲MOC"**; Si:

m⊲BOC-m⊲AOC=70°, además OMusica bisectriz del ángulo AOB.

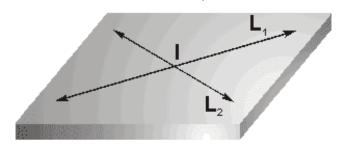


# POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS EN EL PLANO

En un plano **2** rectas pueden presentarse, así:

# I) SECANTES:

Si su intersección es un punto



Si 
$$\overrightarrow{L_1} \cap \overrightarrow{L_2} = \{I\}$$

Entonces  $\overrightarrow{\textbf{L}_1}$  y  $\overrightarrow{\textbf{L}_2}$  son secantes

# II) PARALELAS:

Si no se intersecan



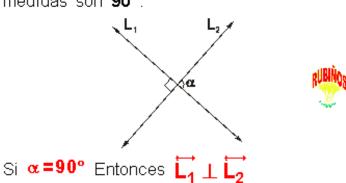
Si: 
$$\overrightarrow{L_1} \cap \overrightarrow{L_2} = \emptyset$$

Entonces L1 // L2

II se lee es paralela

# **RECTAS PERPENDICULARES**

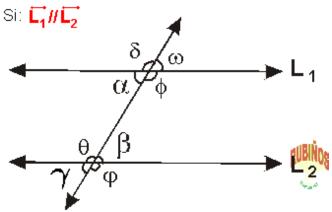
Son aquellas que determinan ángulos cuyas medidas son **90**°.



 $oldsymbol{\perp}$ : se lee es perpendicular

# ÁNGULOS DETERMINADOS POR UNA TRANSVERSAL SOBRE DOS RECTAS PARALELAS

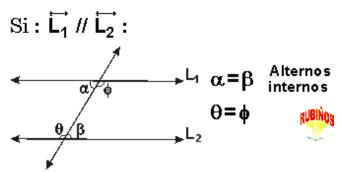
Toda recta secante a dos rectas paralelas determina con ellas ocho ángulos que según su posición (consideradas de dos en dos) reciben los nombres de: alternos, correspondientes y conjugados.



Estos 8 ángulos se agrupan en pares, que reciben diversos nombres.

# I) ÁNGULOS ALTERNOS INTERNOS:

Son los pares de ángulos internos no adyacentes cuyos interiores están a uno y otro lado de la secante. Tales ángulos, son congruentes.



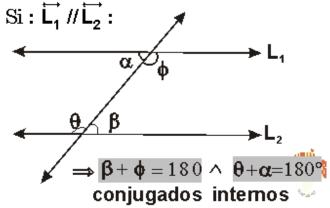
# II) ÁNGULOS ALTERNOS EXTERNOS:

Son los pares de ángulos externos no adyacentes, cuyo exterior están a uno y otro lado de la secante. Tales ángulos son congruentes.

 $Si: \overrightarrow{L_1} \# \overrightarrow{L_2}:$ 

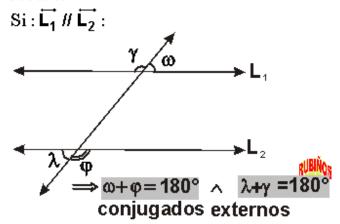
## III ) ÁNGULOS CONJUGADOS INTERNOS:

Son los pares de ángulos internos que están a un mismo lado de la recta secante tal como se muestra.



# IV) ÁNGULOS CONJUGADOS EXTERNOS:

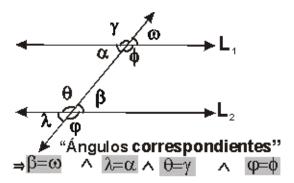
Son los pares de ángulos exteriores cuyos exteriores están a un mismo lado de la secante.



# V) ÁNGULOS CORRESPONDIENTES:

Son los pares de ángulos exteriores cuyos interiores están a un mismo lado de la secante.

$$\operatorname{Si}: \overrightarrow{L_1} / / \overrightarrow{L_2}:$$

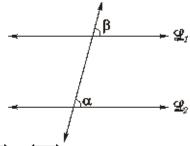


!RESUMEN¡

ÁNGULOS ALTERNOS	
Internos	Externos
β L,	Υ L,
- L <sub>2</sub>	- L₂
Si $\Gamma_1 // \Gamma_2$ Entonces: $\alpha = \beta$	Si $\Gamma_1 / / \Gamma_2$ Entonces:

ÁNGULOS CONJUGADOS	
Internos	Externos
β L,	7 / L,
Si $\Gamma_1 /\!\!/ \Gamma_2$	θ ,
Entonces:	Entonces:
<b>α + β</b> = 180°	<b>θ+γ</b> -180°

# ÁNGULOS CORRESPONDIENTES



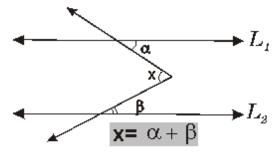
Sea:  $\cancel{\mathcal{G}_1} /\!\!/ \cancel{\mathcal{G}_2}$  , entonces  $\alpha$  y  $\beta$  son las

medidas de dos ángulos correspondientes.

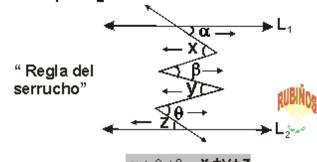
Se cumple:  $\alpha = \beta$ 

# **PROPIEDADES:**

1) Si :  $\overrightarrow{L_1} /\!\!/ \overrightarrow{L_2}$  :

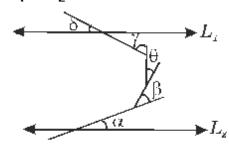


2) Si :  $\overrightarrow{\textbf{L}_1}$  //  $\overrightarrow{\textbf{L}_2}$  :



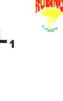
$$\alpha + \beta + \theta = x + y + z$$

3) Si : 🗀 // 🗀 :

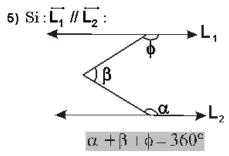


$$\alpha + \beta + 0 + \gamma + \delta = 180^{\circ}$$

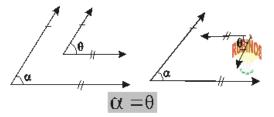
4) Si: \$\overline{\Lambda\_1} # \overline{\Lambda\_2}\$:



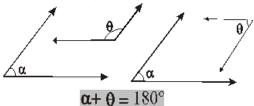
$$\mathbf{x} = \alpha + \beta + \theta$$



**a)** Dos ángulos que tienen sus lados paralelos, son congruentes,como se observa en la figura:

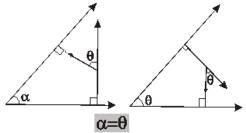


**b)** Dos ángulos que tienen sus lados paralelos, son suplementarios como se observa en la figura.

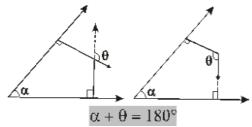


#### ÁNGULOS DE LADOS PERPENDICULARES

i) Los ángulos que tienen sus lates respectivamente perpendiculares son congruentes, como se observa en la figura.



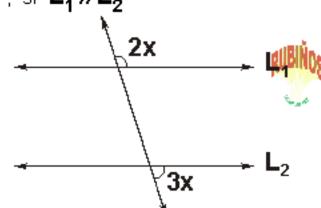
 ii) Los ángulos que tienen sus lados respectivamente perpendiculares, son suplementarios.



# PROBLEMAS RISTEMS

# PROBLEMA 1:

Calcular "x", si 🛱 ∥☐2



# RESOLUCIÓN:

A) 36° B) 18° C) 30°

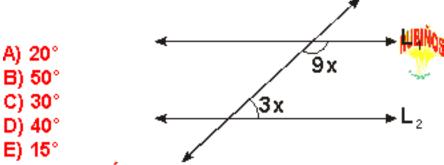
D) 24° E) 45°

Como se trata de "ángulos conjugados externos", luego:

$$2x+3x=180^{\circ} \Rightarrow 5x=180^{\circ} \Rightarrow x=36^{\circ}$$

# PROBLEMA 2:

Si  $\overrightarrow{\mathbf{L}_{1}} /\!\!/ \overrightarrow{\mathbf{L}_{2}}$ , encontrar el valor de **«x»** 



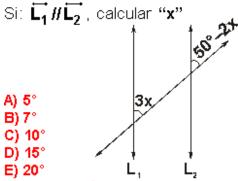
# RESOLUCIÓN:

Los ángulos son conjugados internos, entonces son suplementarios, luego:

$$9x+3x=180^{\circ} \Rightarrow 12x=180^{\circ} \Rightarrow x=15^{\circ}$$

RPTA: "E"

#### PROBLEMA 3:



#### RESOLUCIÓN:

Como se trata de ángulos correspondientes, entonces:

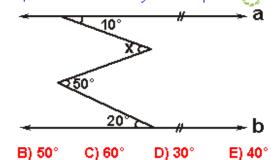
$$3x=50^{\circ}-2x \Rightarrow 5x=50^{\circ} \Rightarrow x=10^{\circ}$$

RPTA: "C"

#### PROBLEMA 4:

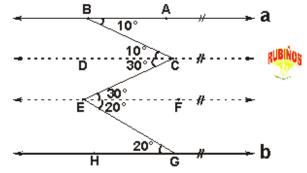


Calcular x, si las rectas a y b son paralelas.



# A) 70° B) 50° RESOLUCIÓN :

Trazamos por **C** y **E** las rectas **DC** y **EF**, paralelas entre sí y paralelas a las rectas **a** y **b**, luego: por ángulos alternos se tiene:



m⊲HGE=m⊲FEG=20°

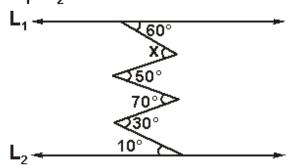
m⊲FEC=m⊲ECD=30°

m⊲ABC=m⊲BCD=10°

ya que:  $x=10^{\circ}+30^{\circ}=40^{\circ}$  RPTA: "E"

#### PROBLEMA 5:

Si:  $\overrightarrow{\textbf{L}_1} \# \overrightarrow{\textbf{L}_2}$ , calcular "x"



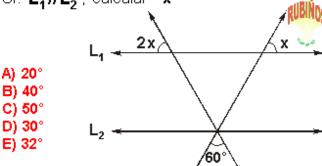
A) 30° B) 40° C) 60° D) 50° E) 45° RESOLUCIÓN :

Por la propiedad del serrucho:

$$\Rightarrow$$
 140°=x+80°  $\Rightarrow$  60°=x RPTA: "C"

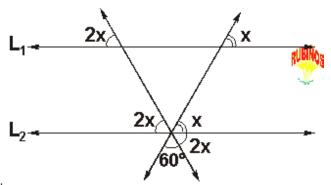
#### PROBLEMA 6:

Si: L₁#L₂, calcular "x"



#### **RESOLUCIÓN:**

Usando ángulos correspondientes colocamos los ángulos de tal manera que los tres están alineados:

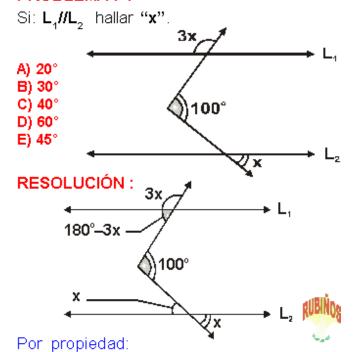


Luego:

$$x+2x+60=180^{\circ} \Rightarrow 3x=120^{\circ} \Rightarrow x=40^{\circ}$$

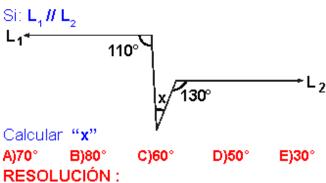
RPTA: "B"

#### PROBLEMA 7:

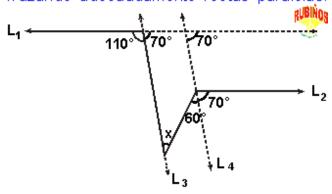


$$180^{\circ} - 3x + x = 100^{\circ} \Rightarrow 80^{\circ} = 2x \Rightarrow x = 40^{\circ}$$
RPTA: "C"

#### PROBLEMA 8:



Trazando adecuadamente rectas paralelas:

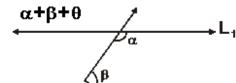


Al trazar :  $L_3$  //  $L_4$  ; se aprecia que  $x = 60^{\circ}$  RPTA : "C"

#### PROBLEMA 9:

En la figura:  $\vec{L_1} \# \vec{L_2}$ 

Hallar:



B) 360° C) 180°

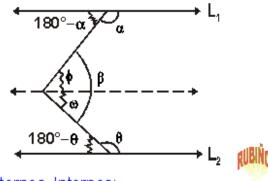
A) 120°

D) 200°

E) 135°



Se traza una recta auxiliar :



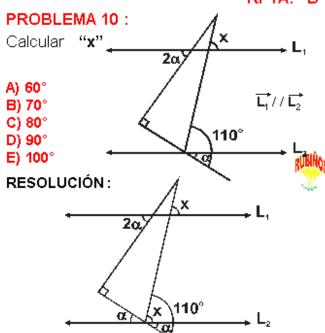
Por Alternos Internos:

$$\phi = 180^{\circ} - \alpha$$
;  $\omega = 180^{\circ} - \theta$ 

Del gráfico:  $\beta = \phi + \omega$ 

$$\Rightarrow \beta = (180^{\circ} - \alpha) + (180^{\circ} - \theta) \Rightarrow \beta + \alpha + \theta = 360^{\circ}$$

RPTA: "B"

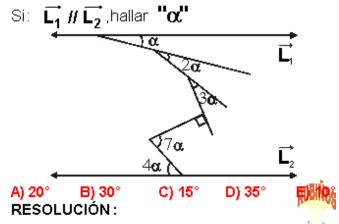


Por propiedad:  $\alpha + 2\alpha = 90^{\circ} \Rightarrow \alpha = 30^{\circ}$ Luego:

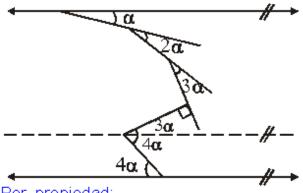
$$x+\alpha=110^{\circ} \Rightarrow x+30^{\circ}=110^{\circ} \Rightarrow x=80^{\circ}$$

RPTA:"C"

#### PROBLEMA 11:



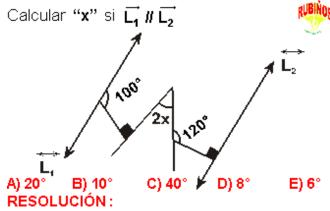
Trazando una paralela auxiliar:



Por propiedad:

$$\alpha$$
+2 $\alpha$ +3 $\alpha$ +90°+3 $\alpha$ =180°  $\Rightarrow$  9 $\alpha$ =90°  $\Rightarrow$   $\alpha$ =10° RPTA: "E"

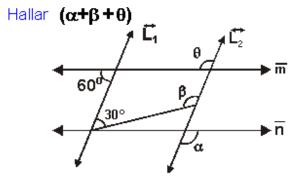
### PROBLEMA 12:

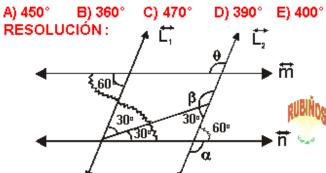


Aplicamos la regla de Zig-Zag:

#### PROBLEMA 13:

Si hallar  $\overrightarrow{L_1} \# \overrightarrow{L_2} \ y \ \overrightarrow{m} \# \overrightarrow{n}$  .





Por alternos internos:  $\theta = \alpha$ 

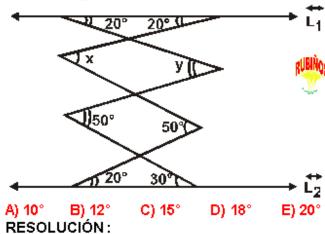
$$\beta$$
 +30°=180°  $\Rightarrow$   $\beta$ =150°

$$60^{\circ}$$
+ $\alpha$ =180°  $\Rightarrow \alpha$ =120°  $\Rightarrow \theta$ =120°

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \theta = 120^{\circ} + 150^{\circ} + 120^{\circ} = 390^{\circ}$$
RPTA: "D"

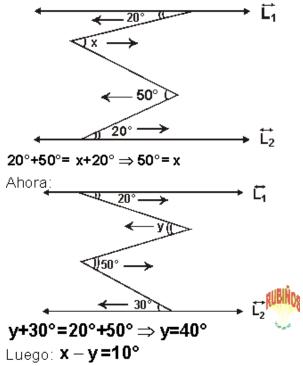
# PROBLEMA 14:

Si:  $\overrightarrow{\mathbf{L}_{\mathbf{1}}} \# \overrightarrow{\mathbf{L}_{\mathbf{2}}}$ . Calcular:  $(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ 



RESOLUCION.

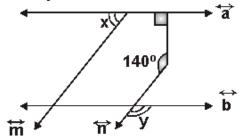
Desdoblamos los gráficos: (Zig Zag)



RPTA: "A"

## PROBLEMA 15:

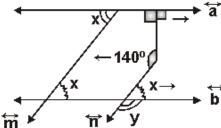
Si:  $\ddot{a} \# \ddot{b} y \vec{m} \# \ddot{n}$ , calcular: "y - x"



A) 80° B) 50° RESOLUCIÓN: C) 70° D) 100°

E) 150° g/81ਐ0s

Por ángulos alternos internos y ángulos correspondientes, se obtendrá:



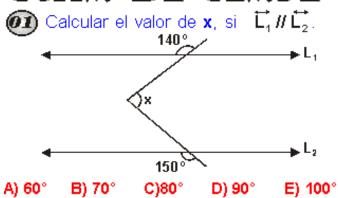
Por propiedad : x+90°=140° ⇒x=50°

Además:  $y = 180^{\circ} - x = 180^{\circ} - 50^{\circ} = 130^{\circ}$ 

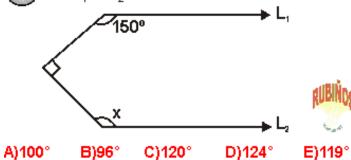
Se pide: y - x = 130° - 50°= 80°

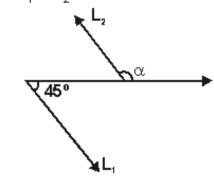
RPTA: "A"

## GUIA DE CLASE 1



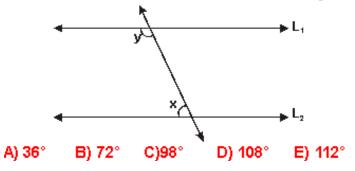
 $\bigcirc$  Si  $\overrightarrow{L}_1 H \overrightarrow{L}_2$ . Calcular  $\mathbf{x}$ .

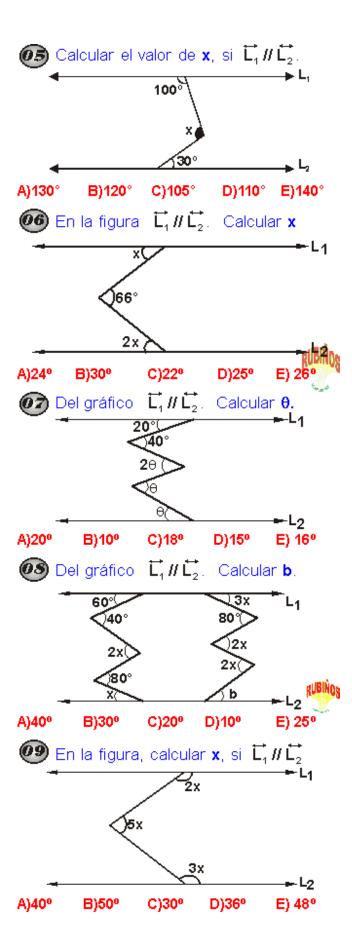


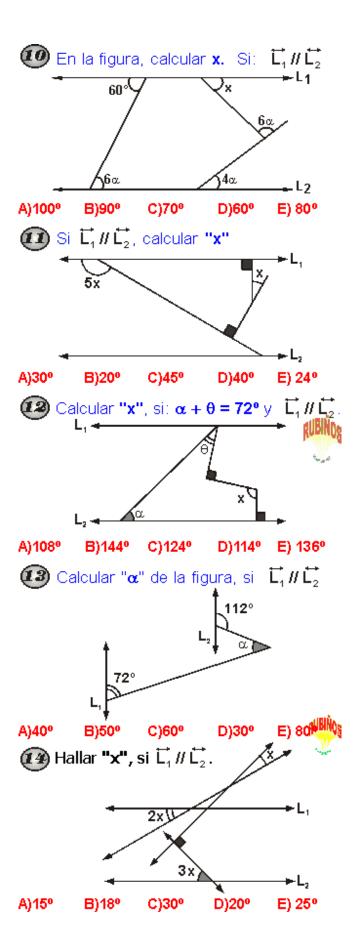


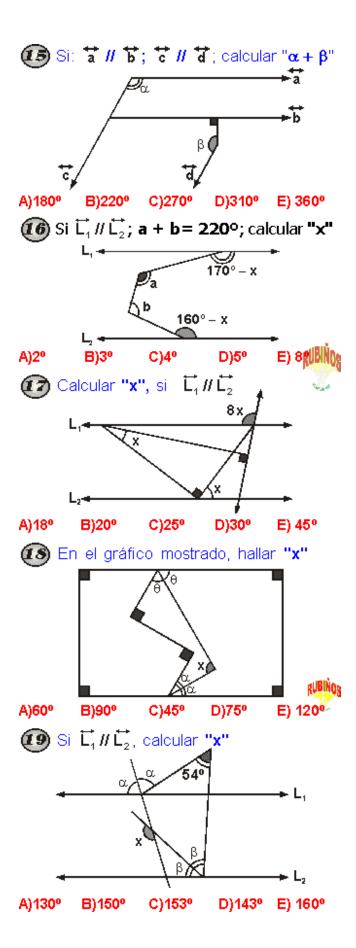
A) 125° B) 130° C) 145° D) 135° E) 115°

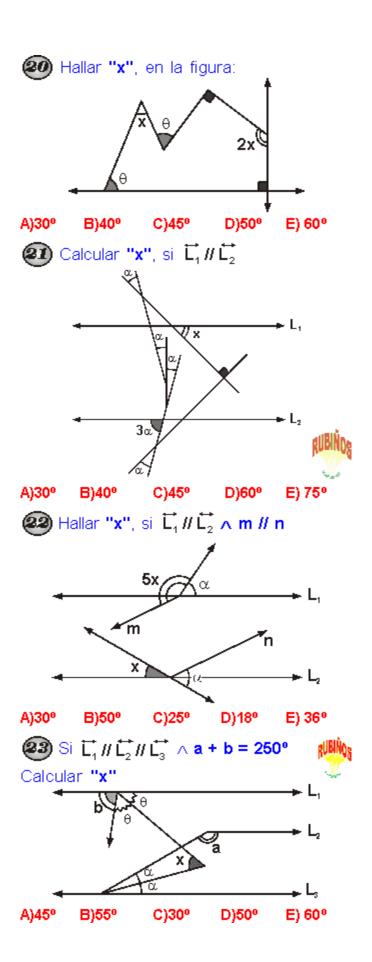
En la figura,  $\overrightarrow{L_1} H \overrightarrow{L_2}$  y el complement de "x" mide 18°. Calcular el valor de "y".











# PRACTICA DIRIGIDA

