**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA**

**LA SAGRADA FAMILIA de Ibagué**

Docente: John Freddy Ramírez Grado: 6º Área: Matemáticas Asesoría Taller 1 [Segundo periodo del año 2020]: Problemas de pre-álgebra con adición y sustracción de números naturales.

|  |  |
| --- | --- |
| **Desempeños** | **Descripción de los desempeños** |
| **Nivel comunicativo** | * Construye argumentaciones orales y escritas. * Establece relaciones entre conjuntos numéricos. * Manipula proposiciones en las que usa números [naturales, enteros, fraccionarios]. |
| **Nivel de Razonamiento** | * Justifica procedimientos y estrategias. * Interpreta patrones. * Estructura argumentos. |
| **Nivel Solución de Problemas** | * Aplica diferentes estrategias para la solución de un problema. * Justifica la elección de métodos o de instrumentos para la solución de un problema. * Razona las respuestas obtenidas. |

Dada la siguiente secuencia realiza:



1. Dibuja la secuencia en sus primeros diez pasos.

A partir de los cuatro primeros pasos de la secuencia de figuras geométricas, podemos notar que en el paso uno aparecen tres cuadritos, formando una especie de L invertida. El segundo paso aumenta un cuadrito hacia la izquierda y otro hacia abajo, lo que suma un aumento de dos cuadritos en total. Luego, en el tercer paso vuelve y se repite un aumento de dos cuadritos, de igual forma a como se hizo en el paso anterior. En el cuarto paso vuelve y se repite, aumentan nuevamente dos cuadritos, uno hacia la izquierda y otro hacia abajo.



Siguiendo esta misma lógica[[1]](#footnote-1) podemos construir los pasos que siguen. Así, podemos dibujar los primeros diez pasos de la secuencia con su correspondiente figura.

1. Identifica la lógica y el patrón que posee la variación del número del paso en relación con el número de cuadritos en la figura.

Vemos que a medida que vamos al paso siguiente, se aumentan de a dos cuadritos en la figura que sigue respecto a la anterior; de manera tal que se suma un cuadrito hacia la izquierda y otro hacia abajo. Esto lo podemos ver en la siguiente figura:



Inclusive, es posible notar que cuando el número del paso aumenta en una unidad, el número de cuadritos aumenta en dos unidades. Así, cuando se aumentan dos pasos, el número de cuadritos aumenta dos veces dos, o sea cuatro cuadritos en total.

1. Realiza la tabla de datos tomando los pasos desde el 1 hasta el 10.

De acuerdo con la gráfica de la secuencia y el patrón que se ha identificado en el punto anterior, es posible obtener el número de cuadritos en cada paso.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Paso** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **Número de cuadritos** | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 |

1. Construye un método para calcular el número de cuadritos sabiendo el número de paso (método directo), y otro para calcular el número del paso sabiendo el número de cuadritos (método inverso).

Una forma para encontrar un método para encontrar el número de cuadritos sabiendo el número de pasos puede ser el de analizar cómo varían los datos que se obtienen en la tabla de datos. De esta manera se pueden encontrar las semejanzas y diferencias que conllevan aplicar este patrón.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Paso** | **Número de cuadritos** | **Cálculo del valor obtenido de acuerdo con el patrón identificado** | **Análisis de acuerdo con el patrón identificado [semejanzas y diferencias]** |
| 1 | 3 | 3 | Empezamos con tres cuadritos. |
| 2 | 5 | 5 = 3 + 2 | En el segundo paso se suman dos cuadritos nuevos. |
| 3 | 7 | 7 = 3 + (2 + 2) | Aumentan otros dos, para un total de dos veces dos. |
| 4 | 9 | 9 = 3 + (2 + 2 +2) | Aumenta, desde el paso 1, tres veces dos. |
| 5 | 11 | 11 = 3 + (2 + 2 +2 +2) | Aumenta, desde el paso 1, cuatro veces dos. |
| 6 | 13 | 13 = 3 + (2 +2 +2 +2 +2 ) | Aumenta, desde el paso 1, cinco veces dos. |
| 7 | 15 | 15 = 3 + (2 +2 +2 +2 +2 +2 ) | Aumentan, desde el paso 1, seis veces dos. |
| 8 | 17 | 17 = 3 + (2 +2 +2 +2 +2 +2 +2) | Aumentan, desde el paso 1, siete veces dos. |
| 9 | 19 | 19 = 3 + (2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2) | Aumentan, desde el paso 1, 8 veces dos. |
| 10 | 21 | 21 = 3 + (2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2 +2) | Aumentan, desde el paso 1, nueve veces dos. |

Ahora podemos ver que de acuerdo con nuestro análisis[[2]](#footnote-2) podemos proponer y argumentar lo siguiente:

1. En todas las sumas que sirven para obtener el número de cuadritos total en cada paso, el número 3 permanece siempre igual; por lo que diremos que es un valor constante.
2. En cambio, aunque el valor de los cuadritos sí va cambiando, es posible notar una regularidad en el comportamiento de las sumas: cuando el valor del paso es cinco -por ejemplo- el número de veces que aumenta de a dos es uno menos que el número cinco, o sea cuatro veces; cuando es el paso diez, aumenta nueve veces de a dos cuadritos, o sea una vez menos que el valor de pasos, que es diez. Y esta semejanza se da en todas las sumas de la tabla.

Gracias a las proposiciones anteriores que se han argumentado, podemos decir que un método directo[[3]](#footnote-3) para obtener el número de cuadritos de acuerdo con el número del paso es:

Podemos tomar los dibujos de las secuencias e ir sumando de a dos en dos, hasta obtener el paso en el que queremos averiguar el número de cuadritos [representación gráfica].

Si nos piden el número de cuadritos en un paso dado, pues procedemos a sumar 2 una vez menos que el número del paso, y a ese resultado le sumamos los tres cuadritos iniciales [representación conceptual].

Lo que hacemos para obtener el número de cuadritos es realizar la suma: 3 + (2 +2 +2 …. +2), donde el número de +2 es uno menos que el valor del paso [representación aritmética generalizada].

Lo que hacemos para obtener el número de cuadritos (C) de acuerdo con el número del paso (P) es resolver la siguiente expresión algebraica [representación algebraica]:

C = 3 + (P - 1) x 2

Podemos formular el método inverso, aprovechando la representación algebraica[[4]](#footnote-4), donde la expresión quedaría que para hallar el paso debemos resolver la siguiente expresión, de acuerdo con el valor del número de cuadritos:

C = 3 + (P - 1) x 2

|  |  |
| --- | --- |
| **Expresión algebraica** | **Exposición de argumentos** |
| C - 3 = (P - 1) x 2 | Se toma el número total de cuadritos, se le restan tres cuadritos; así obtenemos el número de cuadritos que resultaron de aumentar de a dos cuadritos. |
| [(C - 3) / 2] = P -1 | Al resultado que obtuvimos lo dividimos por dos, de esta manera obtenemos el número del paso, pero restado en uno (P - 1), ya que quitamos el número de cuadritos del primer paso. |
| [(C - 3) / 2] + 1 = P | Para obtener el número de paso (P), tenemos que sumarle uno al resultado obtenido. |

1. Soluciona las siguientes preguntas haciendo uso de los métodos: (i) Cuando el paso sea 54, ¿cuántos cuadritos tendrá la figura? Usando la representación algebraica, sabiendo que el valor del paso (P) es de 54, reemplazamos y resolvemos:

C = 3 + (P - 1) x 2 = 3 + (54 - 1) x 2 = 3 + 53x2 = 3 + 106 = 109

Por tanto, el número de cuadritos en el paso 54 es de 109 cuadritos, de acuerdo con el patrón identificado.

(ii) ¿en cuál paso el número de cuadros será 4.017? Semejante a la solución anterior, reemplazamos lo que conocemos:

P = [(C - 3) / 2] + 1 = [(4.017-3) / 2] + 1 = [4.014/2] + 1 = 2.007 + 1 = 2.008

Por lo tanto, cuando el número de cuadritos C es de 4.017, el paso debe ser el P = 2.008.

1. Esta lógica es parte importante para identificar el patrón que se está dando en este caso. El patrón, de acuerdo con la Real Academia de la Lengua, se puede entender como: “**9.** m. Modelo que sirve de muestra para sacar otra cosa igual.” [tomado de <http://lema.rae.es/drae/srv/search?id=lrrzAzOQKDXX2Hltyj0s>]. Así, al identificar el patrón podemos sacar la figura en los pasos que siguen. Tal patrón puede escribirse en muchos casos numéricamente, ya no solamente limitado a la lógica que tenemos con las figuras geométricas. [↑](#footnote-ref-1)
2. Este análisis es uno posible, no es el único que era posible desarrollar. La idea es que si analizas de diferentes maneras la misma secuencia, todos los análisis deben llegar a los mismos resultados. Podrías probar analizar la secuencia suponiendo que los tres cuadritos iniciales se pueden escribir como 3 = 1 + 2; o sea que en el paso uno se puede suponer que se obtuvo tres cuadritos sumando dos al anterior [en este caso el paso cero]. [↑](#footnote-ref-2)
3. El método se puede representar gráficamente, aritméticamente, conceptualmente o algebraicamente. La idea es que lo puedas representar de la mejor manera que lo comprendas, pero lo ideal sería que aprendas a representarlo de las cuatro maneras. [↑](#footnote-ref-3)
4. Debes tener en cuenta que puedes resolver el problema usando las otras representaciones. Lo importante es que sepas de dónde salen los cálculos y puedas argumentar la forma en que construyes el proceso. Esperamos que después de resolver varios problemas, pueda llegar a realizar soluciones en las cuatro representaciones. [↑](#footnote-ref-4)