

6

Ángulo de elevación y ángulo de depresión

Saberes previos

Supón que miras un avión en el cielo mientras se aproxima. Haz un dibujo de la situación y muestra cómo varía tu línea de visión hasta el momento en que el avión se encuentra por encima de tu cabeza.

Analiza

Desde un punto A de un barco en altamar, cierto observador ve el punto B en el extremo superior de un faro de 20 m de altura desde la altura de sus ojos. (Figura 3.71).

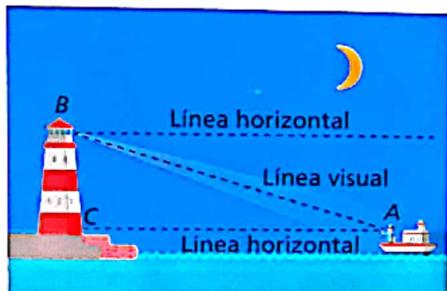


Figura 3.71

- Si el hombre se encuentra a 50 m de la base C del faro, ¿cuál es el ángulo que forma la recta AB con la horizontal? ¿Cuál es la distancia entre los puntos A y B?

Conoce

6.1 Ángulo de elevación

Para responder las preguntas se puede hacer una representación geométrica de la situación.

En este caso, se deben considerar dos líneas imaginarias: la **línea visual** del observador al extremo superior del faro y la **línea horizontal**. Seguidamente, se obtiene un esquema como el que se observa en la Figura 3.72.

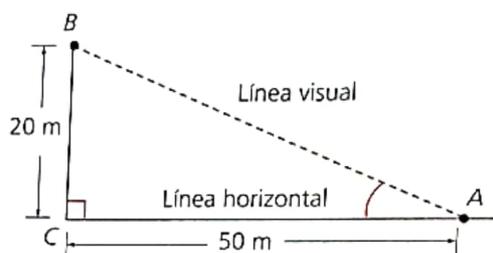


Figura 3.72

Dado que el triángulo ACB es rectángulo en C, $AC = 50$ m y $BC = 20$ m, se tiene que:

$$\tan \alpha = \frac{20}{50} = 0,4 \Rightarrow \alpha = 21,8^\circ$$

Este resultado significa que el ángulo que forma la línea visual con la horizontal es de $21,8^\circ$. Este ángulo es llamado **ángulo de elevación**.

La distancia AB, se puede calcular aplicando el teorema de Pitágoras.

$$AB^2 = (20)^2 + (50)^2 \Rightarrow AB = \sqrt{400 + 2500} = 53,85 \text{ m}$$

Por lo tanto, la distancia entre los puntos A y B es 53,85 m.

Se denomina **ángulo de elevación** al ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual entre un observador y un objeto situado por encima de la horizontal.

Ejemplo 1

Un saltamontes se encuentra a 20 m del pie de una palmera y observa la copa con un ángulo de elevación de 30° (Figura 3.73). Para calcular la altura de la palmera, se puede utilizar la siguiente relación:

$$\text{sen } 30^\circ = \frac{h}{20} \Rightarrow h = 20 \cdot 0,5 = 10 \text{ m} \leftarrow \text{Altura de la palmera}$$

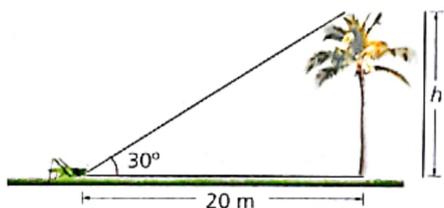


Figura 3.73

Ejemplo 2

Un árbol proyecta una sombra de 760 cm de largo. Desde el punto donde termina la sombra, una persona de 170 cm de estatura ve la copa del árbol con un ángulo de elevación de 25,78°. La Figura 3.74 muestra la representación de esta situación.

Para hallar la altura aproximada del árbol h , primero se halla la altura parcial del árbol x y luego se adiciona la altura de la persona. Para hallar x se utiliza la tangente del ángulo 25,78°.

$$\tan 25,78^\circ = \frac{x}{760} \rightarrow x = \tan 25,78^\circ \cdot 760 = 367,07$$

Sumando la altura de la persona, se tiene que $367,07 + 170 = 537,07$ cm.

Entonces, la altura del árbol es de aproximadamente 537,07 cm porque los ojos de una persona no están a la misma distancia de su altura.

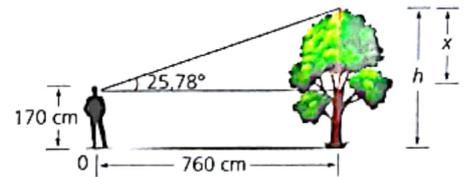


Figura 3.74

Ejemplo 3

Un cuadro está colgado en una pared de forma que su extremo más bajo se encuentra a 2,5 m del suelo. Una persona de 175 cm de estatura ve el extremo inferior del cuadro con un ángulo de elevación de 5° y el extremo superior con un ángulo de elevación de 8° (Figura 3.75).

Para saber a qué altura, con respecto al piso, se encuentra el extremo superior del cuadro, se hacen las siguientes deducciones:

Se observa que $\tan 5^\circ = \frac{75}{d}$ y $\tan 8^\circ = \frac{c + 75}{d}$; por lo tanto, $d = \frac{75}{\tan 5^\circ}$

y $d = \frac{c + 75}{\tan 8^\circ}$.

Al igualar las dos expresiones y despejar c , se obtiene:

$$\frac{75}{\tan 5^\circ} = \frac{c + 75}{\tan 8^\circ}$$

$$c = \frac{75(\tan 8^\circ - \tan 5^\circ)}{\tan 5^\circ}$$

$$c = 45,5 \text{ cm}$$

Para saber a qué altura se encuentra el extremo superior del cuadro, se adiciona el valor de c con la longitud que separa su extremo más bajo del piso. Es decir, 250 cm + 45,5 cm.

Entonces, el extremo superior del cuadro se encuentra a 295,5 cm del suelo.

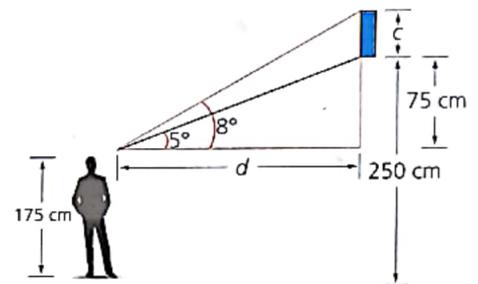


Figura 3.75

6.2 Ángulo de depresión

El **ángulo de depresión** es el ángulo formado por la línea horizontal y la línea visual entre un observador y un objeto situado por debajo de la horizontal.

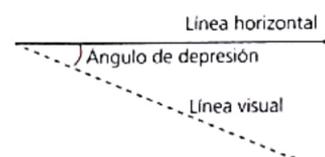


Figura 3.76