

# INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA SAGRADA FAMILIA



## Ficha Técnica

**DOCENTE**  
Idaly Valbuena Amórtegui

**ÁREA**  
Matemáticas

**FECHA DE ENTREGA AL ESTUDIANTE**  
Pendiente

**FECHA DE RECIBIDO DEL ESTUDIANTE**  
Pendiente

**AÑO**  
2021

**PERÍODO**  
Primero

**GRADO**  
Décimo

**JORNADA**  
Mañana

**NOMBRE DEL ESTUDIANTE**  
Pendiente

 Carrera 5a Número 65-41 Barrio Jordán Ibagué Tolima

 2717955

 [sagradafamiliaibague@gmail.com](mailto:sagradafamiliaibague@gmail.com)

 <https://www.ietsagradafamilia.edu.co>

## GUÍA DE APRENDIZAJE No 1

### UNIDAD 1 ÁNGULOS

#### **OBJETIVO DE APRENDIZAJE**

- Principalmente el objetivo es contribuir en el proceso de aprendizaje de cada estudiante, de una manera explicativa escrita, donde encontrará el paso a paso de cada proceso para que, al leer las diferentes descripciones, enriquezca su vocabulario matemático, asimile las operaciones realizadas y conozca las temáticas que se abordan en el grado 10°, en el área de matemáticas. Los estudiantes tienen la oportunidad de estudiar la guía en su tiempo libre y releer los procesos, practicarlos y entenderlos.

En esta guía, descubrirá que el mayor porcentaje de la temática, lo llevará a realizar trabajo de trazos, medidas y operaciones básicas en el estudio de los sistemas de medida de ángulos y la utilidad y aplicación de este conocimiento en la vida real.



## INTRODUCCIÓN

La presente guía “ÁNGULOS”, está diseñada para que:

El estudiante pueda ir avanzando a su ritmo de asimilación y de su tiempo disponible.

Es importante que el estudiante lea y escriba, para que se encuentre con sus presaberes o conocimientos previos respecto a esta temática, y los pueda reafirmar, contradecir y complementar en los encuentros virtuales con la docente, donde se escucharan sus aportes, dudas e inquietudes, que serán aclaradas o corregidas si es necesario.

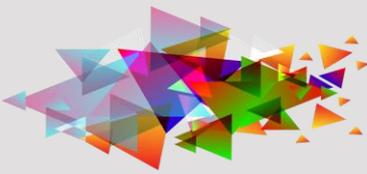
Encontrará ejemplos modelo que tienen su respectiva justificación paso a paso y gráficos correspondientes, que le servirán de apoyo para mejor comprensión.

Encontrará algunas observaciones para llamar su atención, de algunos conceptos o procesos importantes en el desarrollo de los ejercicios.

Recomendaciones para lograr una mejor comprensión de cada temática, durante el año escolar:

1. Tener su cuaderno de apuntes para copiar el paso a paso de cada ejercicio modelo y las actividades que se realizan en clase, como actividades grupales, individuales, extra clase y de refuerzo.
2. Realizar el proceso de lectura y análisis de la parte teórica y el desarrollo de ejercicios modelo, para poder entender los procesos utilizados.
3. Ubicarse en un lugar cómodo, iluminado y que le permita disponer su mente, su cuerpo y le genere actitud de concentración y de querer aprender en el tiempo que el estudiante lo considere.
4. Complementar observando videos en YouTube y estudiando en textos de grado 10°.

**Nota:** esta guía didáctica fue elaborada con el objetivo de contribuir en mejorar el nivel de comprensión del estudiante y a la vez en despertar su interés, ya que cuenta con las capacidades para lograr aprender.



### ¿QUÉ VOY A APRENDER?

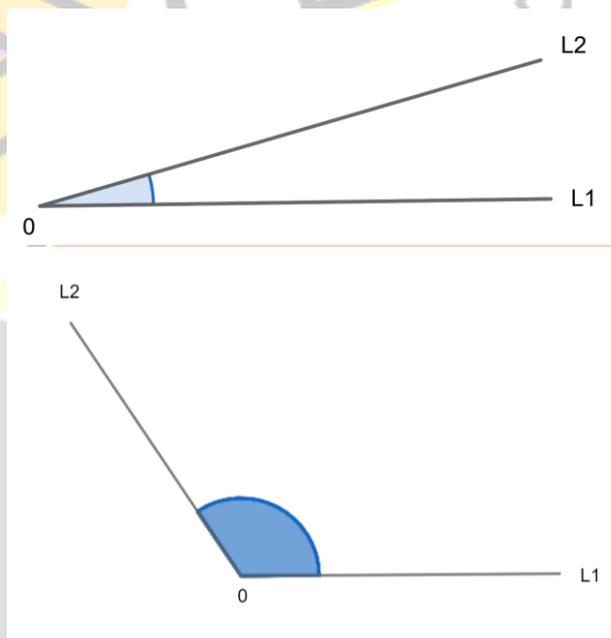
1. **Ángulos:** definición y clases de ángulos.
2. **Triángulos:** definición y clasificación.
3. **Trigonometría:** definición y reseña histórica.
4. **Sistemas de medida de ángulos.**
  - a. **Sistema sexagesimal.**
    - Ángulos en posición normal.
    - Ángulos positivos.
    - Ángulos negativos.
      - Medida y trazo de ángulos.
      - Cuadrantes.
  - b. **Sistema cíclico.**
    - Medida y trazo de ángulos en radianes.
    - Ángulos notables.
5. **Equivalencias entre los dos sistemas de medida.**
  - Conversiones grados a radianes y radianes a grados.

### RECOMENDACIONES

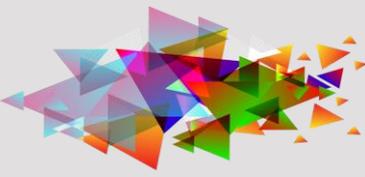
- ✓ Tener a mano regla, transportador circular, colores, cuaderno de hojas cuadradas.
- ✓ Escribir las dudas para expresarlas en clase.

### LO QUE ESTOY APRENDIENDO

#### ÁNGULO – CONCEPTO

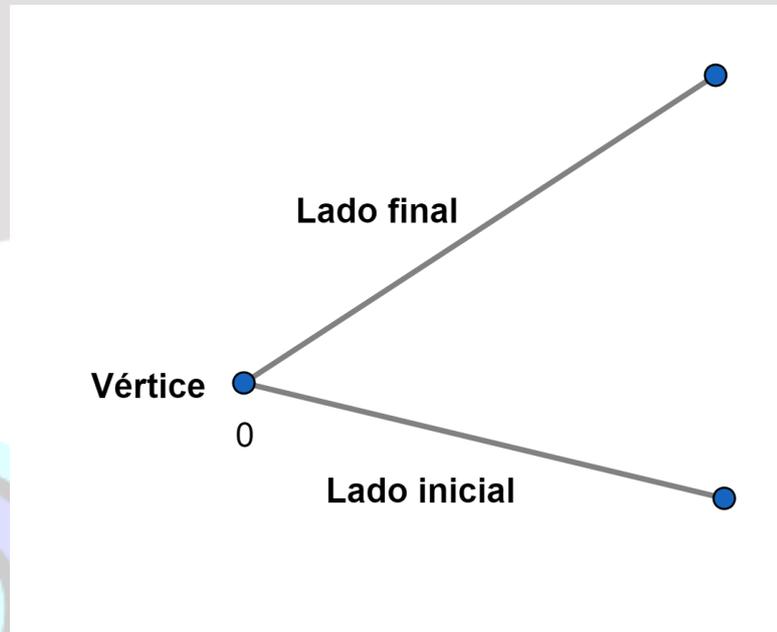


Estos dos gráficos corresponden a un ángulo



**Un ángulo se forma por dos semi rectas  
Semi rectas L1 y L2, que tienen un punto en común llamado**

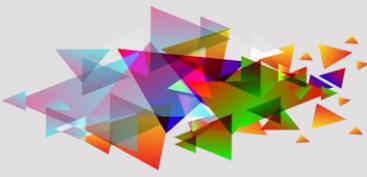
**L1: es el lado inicial del ángulo.  
L2: es el lado final del ángulo.**



**ACTIVIDAD DE EVOCACIÓN**

1. Recordar las clases de ángulos que conoce, o que ha oído mencionar; escribir su nombre, concepto y trazar su gráfico respectivo.
2. Con los dedos de las manos formar diferentes ángulos.
3. Definir:
  - a. Triángulo.
  - b. Clases de triángulos:
    - Según sus ángulos.
    - Según la medida de sus lados.

**Escribir su nombre, concepto y trazar el ángulo respectivo.**

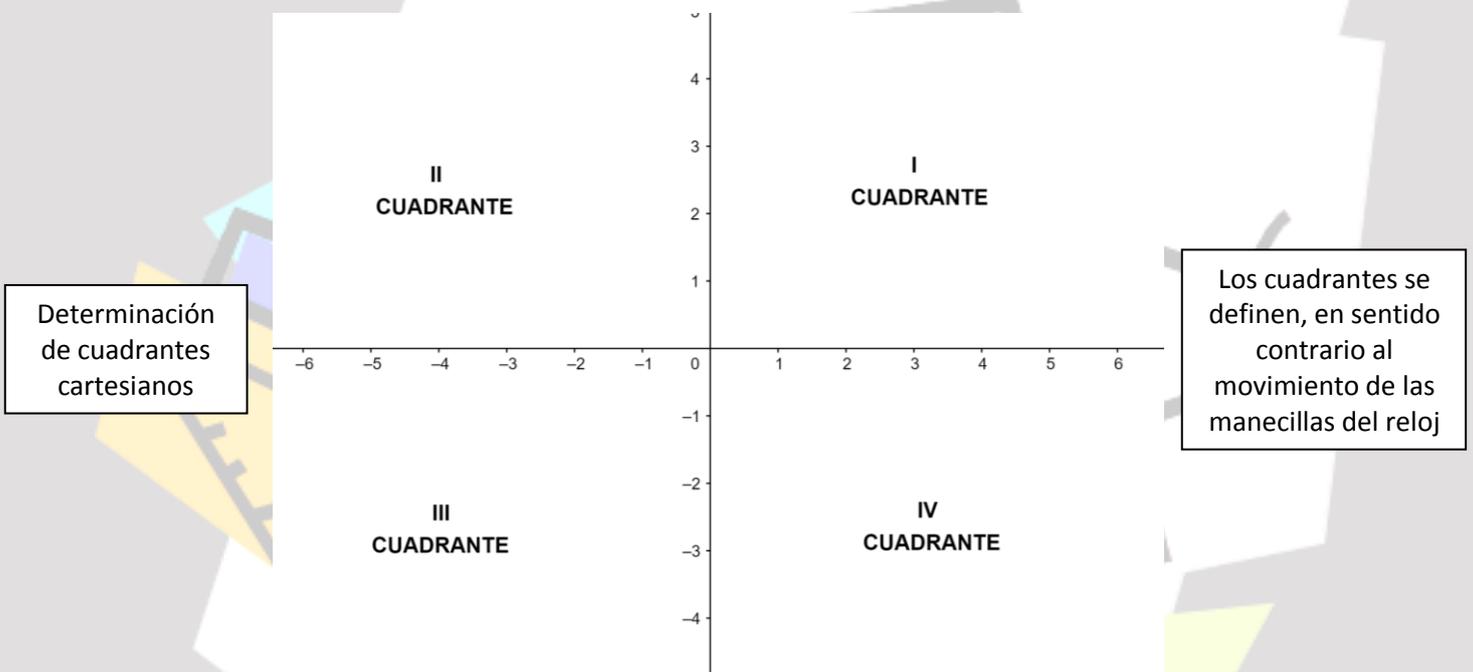


## TRIGONOMETRÍA

La trigonometría es la rama de las matemáticas, que estudia la relación entre los lados y ángulos, de los triángulos. Se ocupa, por tanto, de las funciones asociadas a los ángulos denominados **FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.**

**Actividad extra clase:** consultar la reseña histórica de la trigonometría, su desarrollo a través de la historia, sus principales representantes, el padre de la trigonometría.

### SISTEMAS DE MEDIDA DE ÁNGULOS



Los cuadrantes son 4 y en cada cuadrante hay 90°:

- **I CUADRANTE:** 0° a 90°.
- **II CUADRANTE:** 90° A 180°.
- **III CUADRANTE:** 180° a 270°.
- **IV CUADRANTE:** 270° a 360°

#### Ángulos Cuadrantales

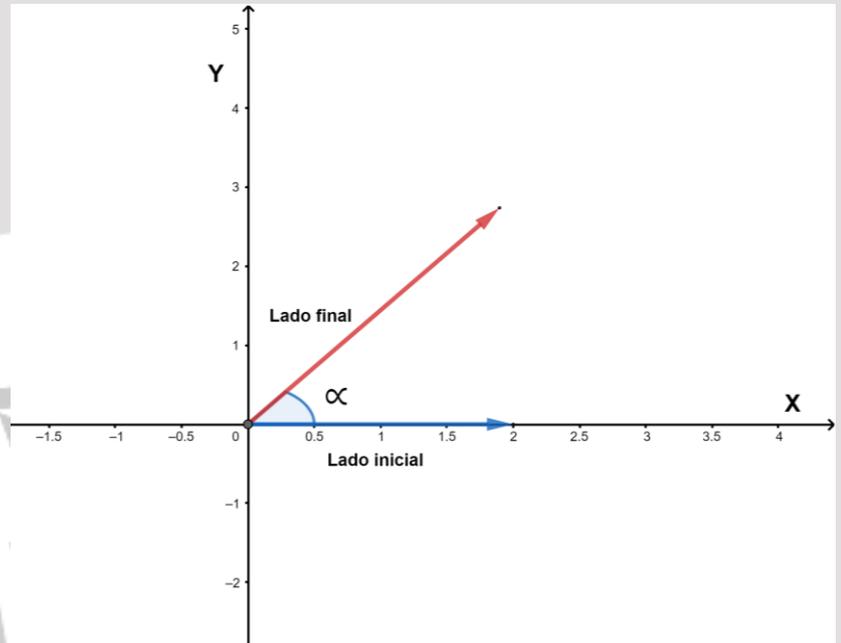
Son los ángulos que definen o limitan cada cuadrante.  
Son: 0°, 90°, 180°, 270° y 360°.



## ÁNGULOS IMPORTANTES EN EL ESTUDIO DE LA TRIGONOMETRÍA

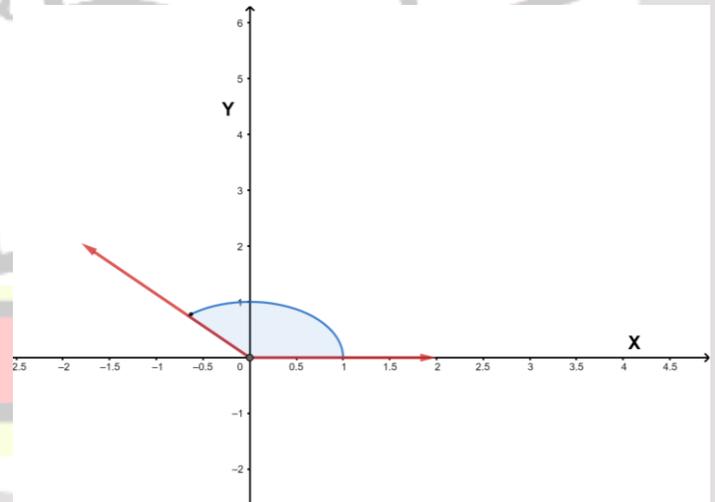
### 1. ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL.

Un ángulo se encuentra en posición normal, cuando se ubica en un plano de coordenadas cartesianas con el vértice en el origen y el lado inicial, coincide con el lado positivo del eje X.



### 2. ÁNGULOS POSITIVOS.

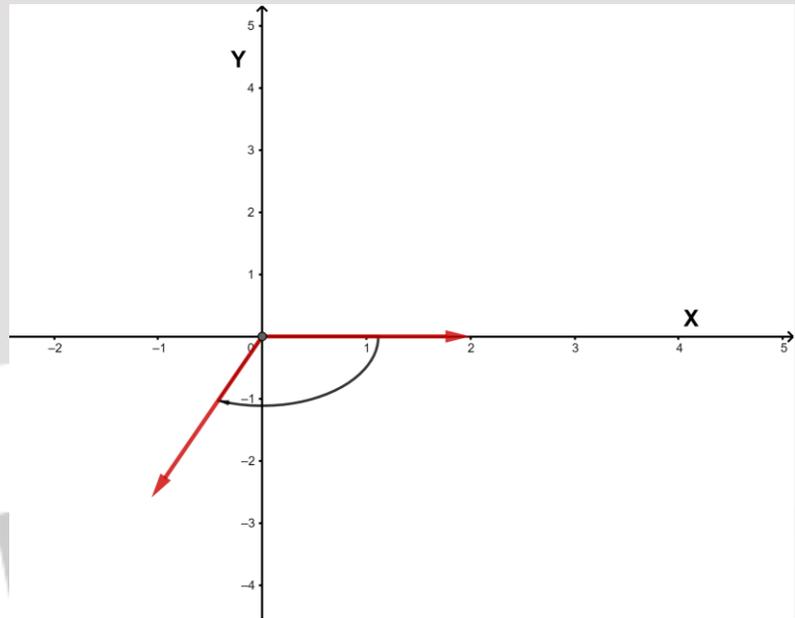
Son ángulos que se miden y se trazan en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj (hacia arriba).





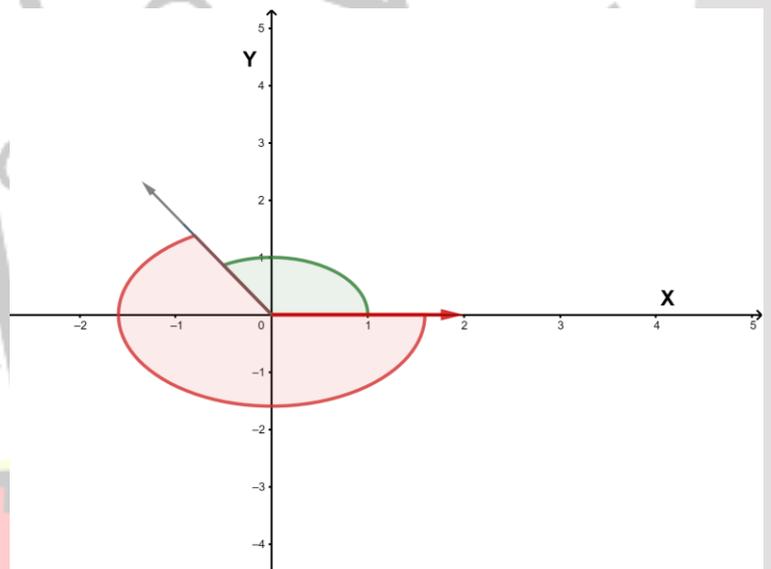
### 3. ÁNGULOS NEGATIVOS.

Son ángulos que se miden y se trazan, siguiendo el movimiento de las manecillas del reloj, (hacia abajo).



### 4. ÁNGULOS COTERMINALES.

Son ángulos que tienen el mismo lado inicial y el mismo lado final.



### SISTEMA SEXAGESIMAL PARA MEDIR ÁNGULOS

En este sistema, la unidad de medida es el **Grado Sexagesimal**  $1^\circ = \frac{1}{360^\circ}$

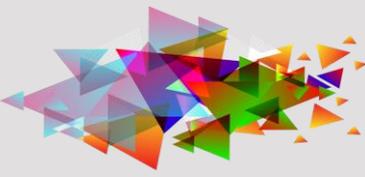
Esto significa que se considera un giro completo (una circunferencia) dividido en  $360^\circ$  y por lo tanto  $1^\circ$  es la 360ava parte de la misma.

El grado tiene dos submúltiplos:

- El minuto  $1^\circ = 60'$  un grado equivale a 60 minutos.
- El segundo  $1' = 60''$  un minuto equivale a 60 segundos.

#### Simbología:

- $^\circ$  = grado
- $'$  = minuto



" = segundo

## MEDIDA Y TRAZO DE ÁNGULOS SEXAGESIMALES EN POSICIÓN NORMAL.

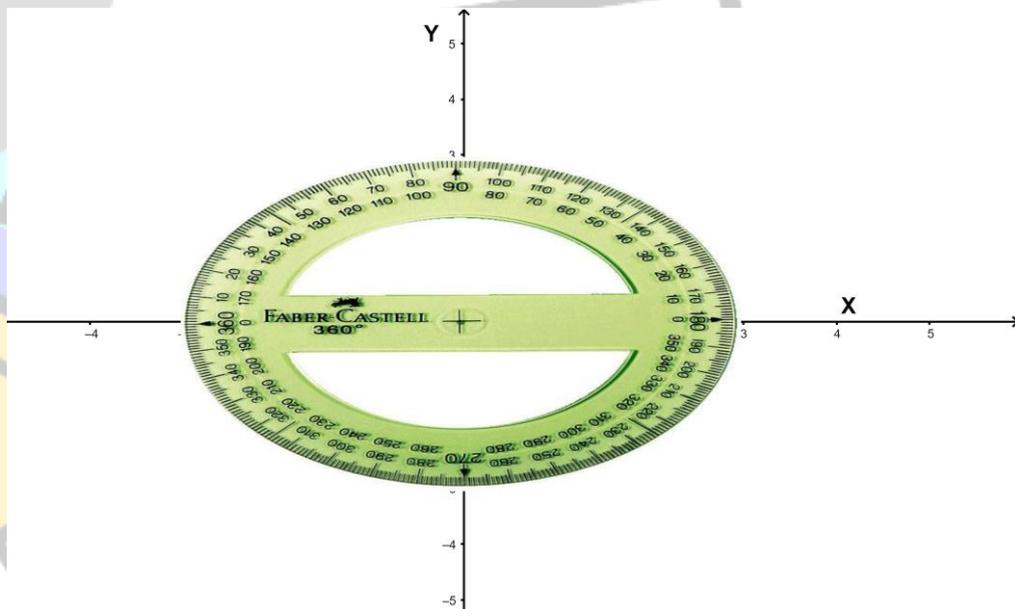
### EJERCICIOS MODELO:

**Utilizar el transportador para** medir y trazar los ángulos propuestos e indicar en qué cuadrante se encuentra el ángulo.

1.  $160^\circ$

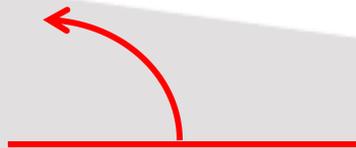
Tomamos el transportador, se traza un plano, se coloca de tal manera que el  $0^\circ$ , coincida con el eje X del plano.

- El  $90^\circ$  debe coincidir con el eje Y positivo.
- El  $180^\circ$  debe coincidir con el eje X negativo.
- El  $270^\circ$  debe coincidir con el eje Y negativo.



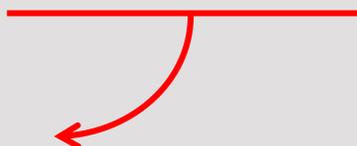
### INSTRUCCIONES

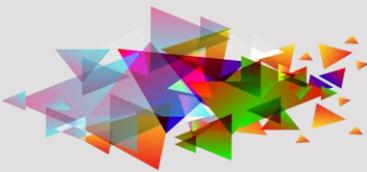
1. Si el ángulo que se va a medir es positivo, se cuenta hacia arriba o hacia la izquierda.



Hasta encontrar el valor, se coloca el arco y la flecha en ese sentido.

2. Si el ángulo es negativo, se cuenta hacia abajo o hacia la derecha, hasta encontrar el valor del ángulo.



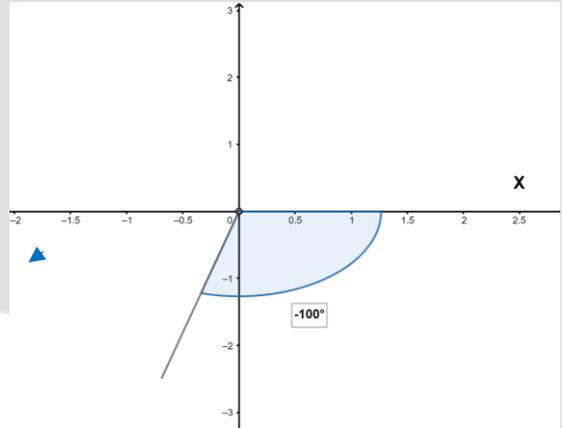
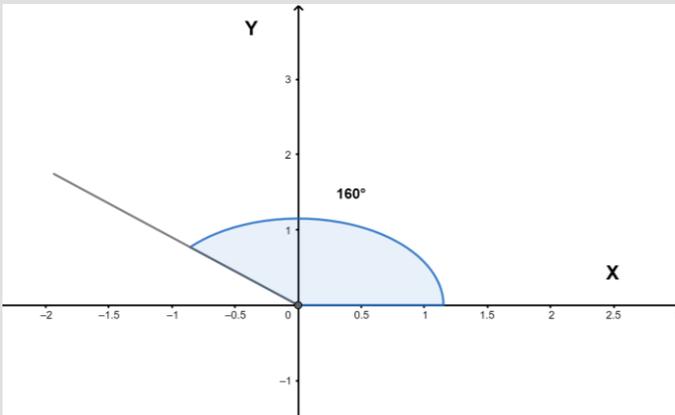


Se traza el lado final del ángulo, desde el vértice hasta donde se midió.

Ej:

a.  $160^\circ$

b.  $-100^\circ$

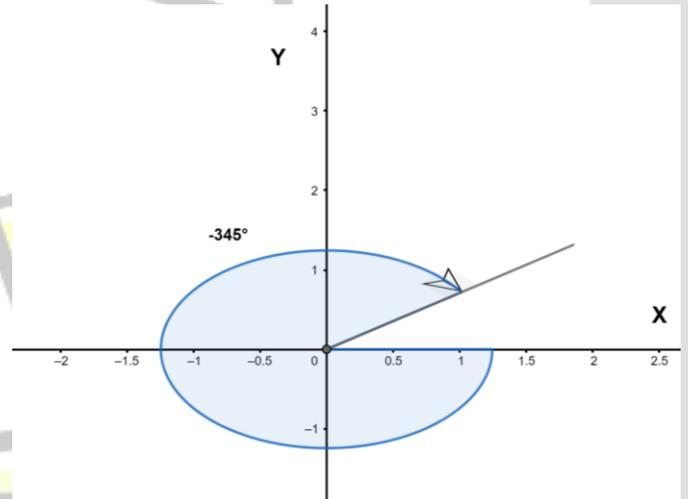
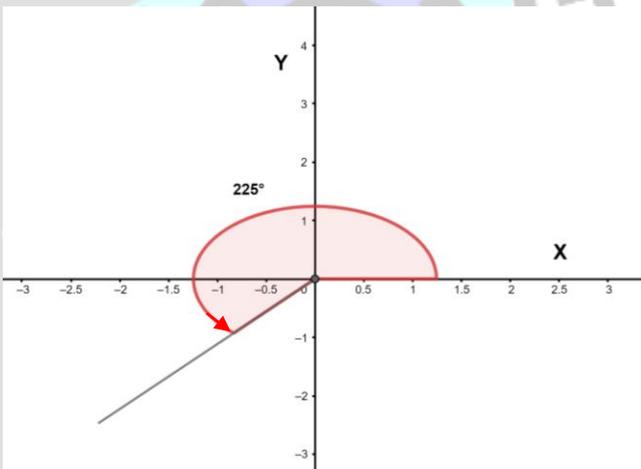


Ángulo positivo se mide hacia arriba  
Ángulo en el II C

Ángulo negativo se mide hacia abajo  
Ángulo en el III C

c.  $215^\circ$

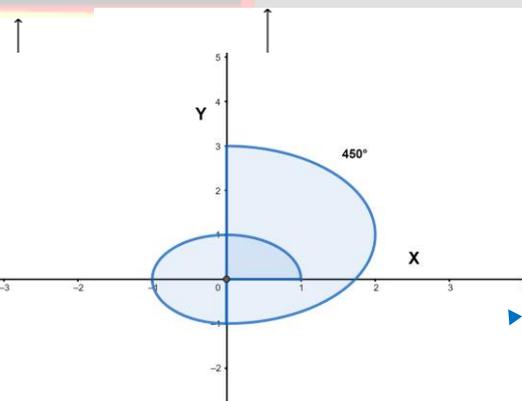
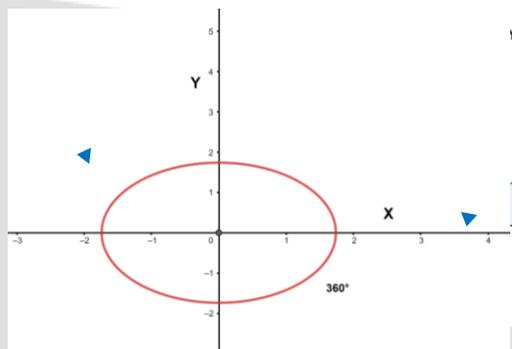
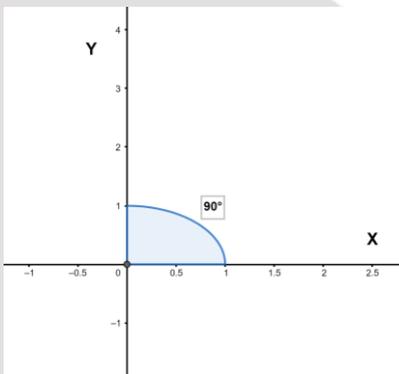
d.  $-345^\circ$



Ángulo en el III C

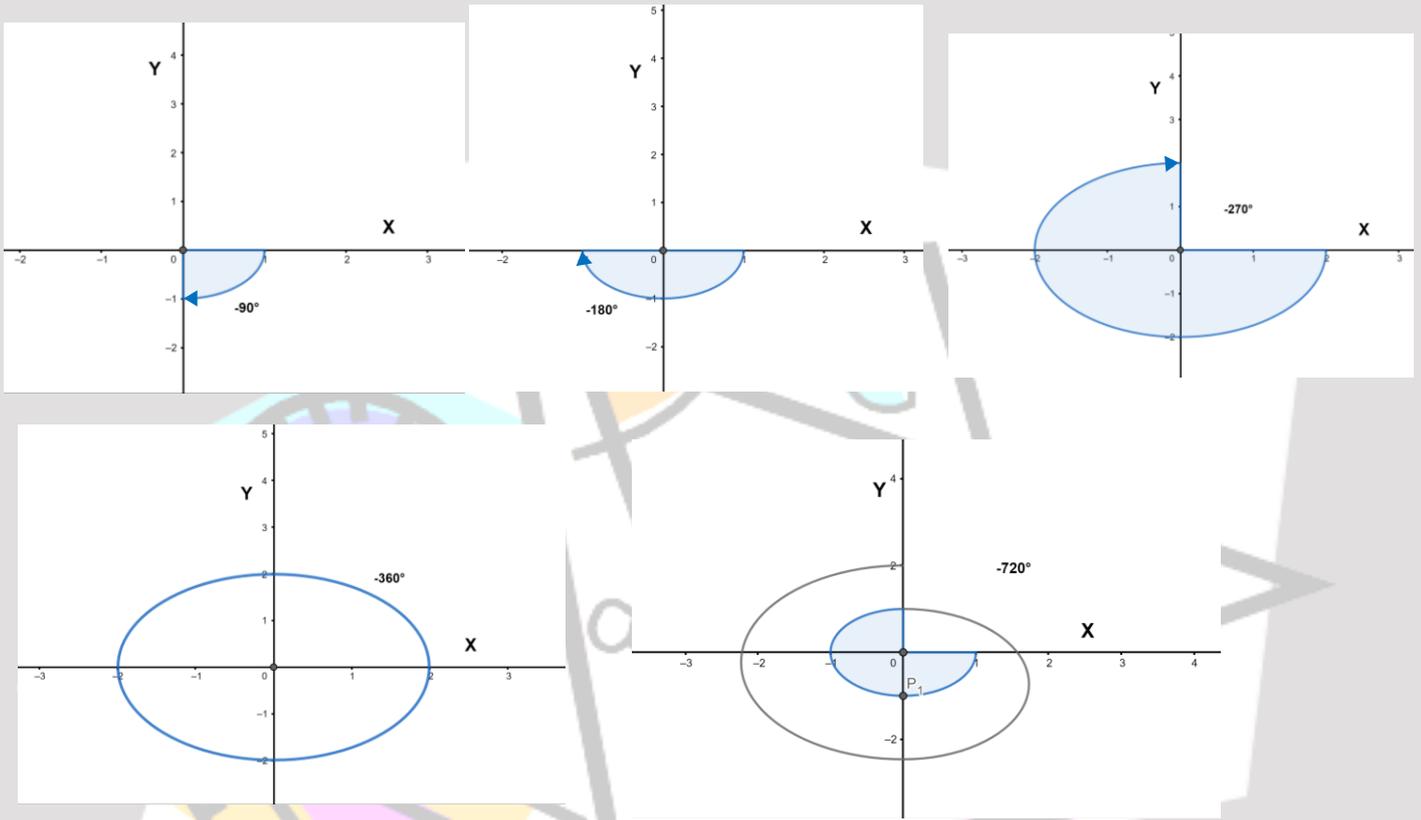
Ángulo en el I C

**Tener en cuenta:** medida y trazo de ángulos positivos.





Medida y trazado de ángulos negativos:



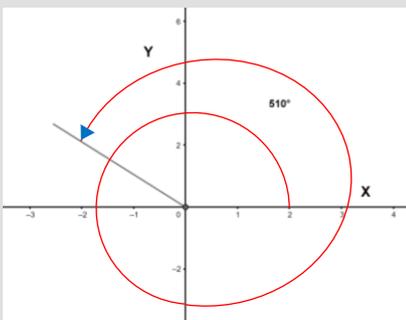
Cuando el ángulo es mayor que 360°, se inicia un nuevo giro en el mismo sentido, hasta lograr el valor propuesto:

Ej: medir y trazar los ángulos:

a. 510°

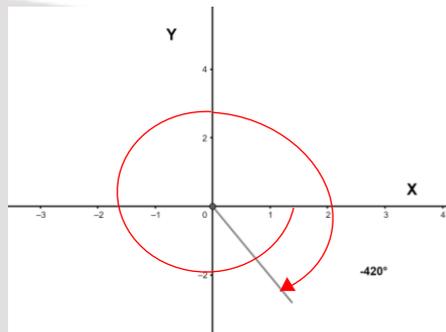
b. -420°

c. 1000°



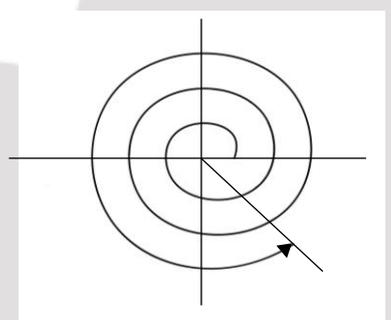
$$510^\circ - 360^\circ = 150^\circ$$

**Significa que se traza un Giro y se agregan 150°.**



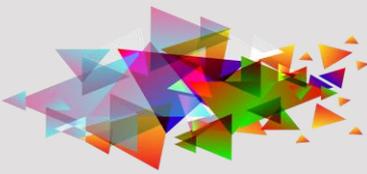
$$-420^\circ + 360^\circ = -60^\circ$$

**Significa que se traza un giro negativo y se agregan 60° negativos.**



$$1000^\circ - 720^\circ = 280^\circ$$

**Significa que se trazan 2 giros y se Agregan 280°.**



Ángulo en el II C

Ángulo en el IV C

Ángulo en el IV C

**1 giro = 360°**

**2 giros = 720°**

**3 giros = 1080°**

**4 giros = 1440°**

**Los ángulos se denotan con letras griegas como:**

**$\alpha$  (alfa),  $\beta$  (beta),  $\theta$  (teta) y también por letras mayúsculas de nuestro alfabeto como A, B, C...**

ej:  $\alpha=120^\circ$      $\beta=350^\circ$      $\theta=-160^\circ$     **A=530°**    **B=-210°**

Cuando un ángulo es mayor que 720°, se resta o se suma del ángulo que se va a trazar.

Para saber cuántos grados se agregan:

- Si el ángulo es mayor que 1080°, se resta o se suma del ángulo que se va a medir, para saber cuántos grados se deben agregar.

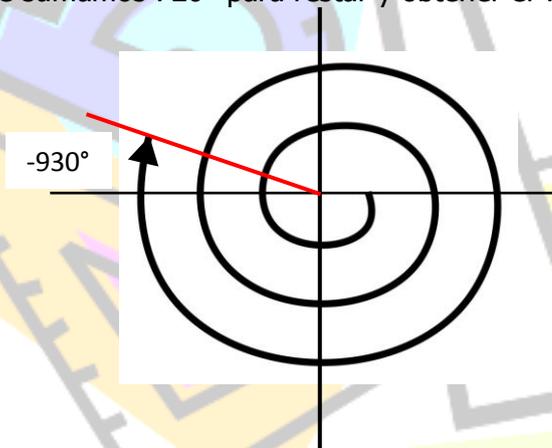
Ej: medir y trazar los ángulos propuestos:

**$\alpha=-930^\circ$**

Como  $-720^\circ$  son dos giros negativos, entonces:

$$-930^\circ + 720^\circ = -210^\circ$$

Al ángulo le sumamos 720° para restar y obtener el valor del ángulo que debo agregar.



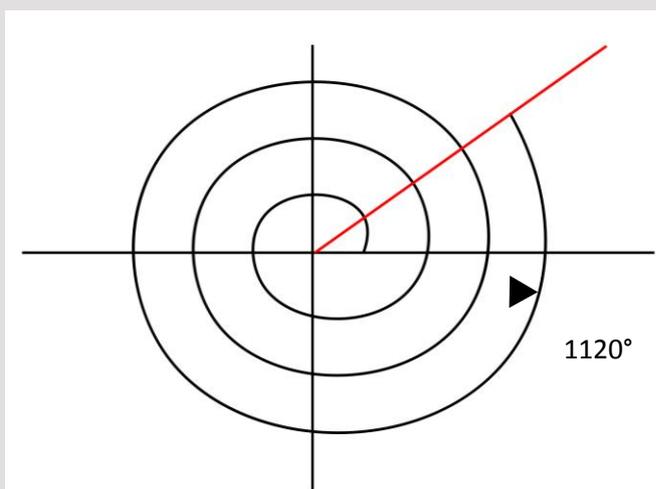
Dos giros negativos más 210° negativos, ángulo en el II C.

**$\beta=1120^\circ$**

Como 1120° es mayor que 1080° entonces:

$$1120^\circ - 1080^\circ = 40^\circ$$

Restamos 1080° que representa 3 giros y agregamos 40°.





3 giros más  $40^\circ$ .  
Ángulo en el I C

### Sugerencia:

Utilizar regla, transportador, colores diferentes y realizar todos los ejercicios que son modelo y los propuestos para practicar.

### ¡PRACTICO LO QUE APRENDÍ!

En su cuaderno de matemáticas medir y trazar los ángulos propuestos:  
Colocar el valor correspondiente, el cuadrante, realizar las operaciones requeridas si el ángulo debe dar más de un giro para justificar cada gráfico. Utilizar colores diferentes.

Trazar un plano para cada ángulo:

- $\theta = -80^\circ$        $\alpha = -290^\circ$   
 $\beta = 190^\circ$        $B = -25^\circ$   
 $A = -350^\circ$        $\theta = 135^\circ$
- $A = 750^\circ$        $\alpha = -840^\circ$   
 $B = 680^\circ$        $\beta = 1250^\circ$   
 $C = -570^\circ$        $\theta = -1420^\circ$   
 $D = 990^\circ$        $\alpha = -610^\circ$

En la medida que le sea posible, observar videos respecto al tema: Medida y trazo de ángulos.

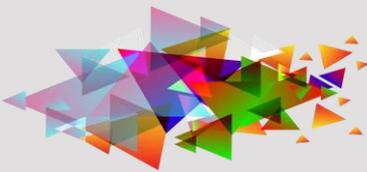
- Si tiene la oportunidad de entrar en la plataforma de sinapsis, puede ayudarle a entender el tema.
- Se le recomienda imprimir la guía.

### SIGO APRENDIENDO

OTRO SISTEMA PARA MEDIR ÁNGULOS

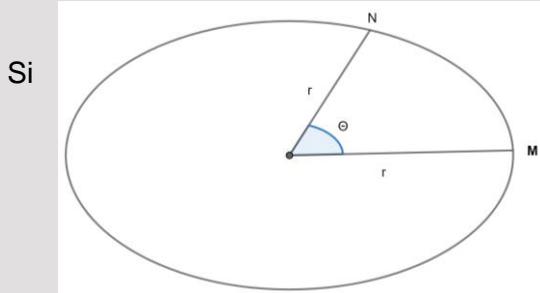
#### SISTEMA CÍCLICO

En el sistema cíclico, la unidad de medida es el **RADIAN**.



**RADIAN:** es la medida del ángulo central del círculo, subtendido por un arco de igual longitud al radio del círculo.

Abreviadamente radián se escribe: Rad.



$MN = r$

Entonces  $\theta$  mide un radián.

Como la medida de los ángulos puede expresarse en grados o en radianes, es necesario establecer una relación entre las dos medidas.

Miremos los planos:



Equivalencias	
Grados sexagesimales	Radianes
0°	0
90°	$\frac{\pi}{2}$
180°	$\pi$
270°	$\frac{3\pi}{2}$
360°	$2\pi$

Utilizaremos la proporción:  $180^\circ = \pi rad$  para conversiones de un sistema a otro.

**CONVERSIONES**

Para convertir grados en radianes o radianes en grados, utilizaremos la equivalencia  $180^\circ = \pi rad$ , aplicamos una regla de tres simple de la siguiente manera:

**Ejercicios modelo:**

1. Expresar en radianes los ángulos indicados:

a.  $120^\circ$ **Si  $180^\circ$  equivale a  $\pi$  rad**

$$120^\circ \qquad X$$

Se plantea la igualdad y la incógnita se coloca en la columna de los radianes.

$$X = \frac{120^\circ \times \pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

$$X = \frac{12 \times \pi \text{ rad}}{18}$$

Se multiplican los términos diagonalmente y se divide en el valor que queda, es decir  $180^\circ$ 

Se cancelan los grados, se simplifica (divide) por 10 en el numerador y denominador.

X= los números que tenemos se pueden simplificar (dividir) por 6:

$$X = \frac{2 \times \pi \text{ rad}}{3}$$

Es decir que

$$120^\circ = \frac{2 \times \pi \text{ rad}}{3}$$

b.  $135^\circ$  en radianes

Planteamos:

**Si  $180^\circ$  equivale a  $\pi$  rad**

$$135^\circ \qquad X$$

Se multiplica diagonal:  $135^\circ \times \pi \text{ rad}$ Y se divide en  $180^\circ$ 

$$X = \frac{135^\circ \times \pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

$$X = \frac{135 \times \pi \text{ rad}}{180} \text{ se cancelan los grados.}$$

Buscamos divisores comunes de 135 y 180.

**Recordar reglas de divisibilidad.**

Un número es divisible por 5 si termina en cero o en 5:

$$135 \div 5 = 27$$

$$180 \div 5 = 36$$

$$X = \frac{27\pi \text{ rad}}{36} \qquad 27 \text{ y } 36 \text{ se pueden simplificar por } 3.$$

$$27 \div 3 = 9$$

$$36 \div 3 = 12$$

$$X = \frac{9\pi \text{ rad}}{12} \qquad \text{nuevamente se puede simplificar por } 3.$$



$$X = \frac{3 \pi \text{ rad}}{4}$$

$$135^\circ = \frac{3 \pi \text{ rad}}{4}$$

c. **-300°**

Planteamos:

180° equivale a π rad  
 -300 X

$$X = \frac{(-300^\circ)\pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

Se simplifica

$$X = \frac{-30\pi \text{ rad}}{18}$$

Simplifico por 6:

$$\begin{aligned} -30 \div 6 &= -5 \\ 18 \div 6 &= 3 \end{aligned}$$

$$X = \frac{-5\pi \text{ rad}}{3}$$

$$-300^\circ = \frac{-5\pi \text{ rad}}{3}$$

**Conclusión:**

Para expresar grados en radianes, el ángulo dado se multiplica por  $\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$  y se realizan las simplificaciones pertinentes.

**2. Expresar en grados los ángulos dados en Radianes.**

a.  $\frac{3\pi}{2} \text{ rad}$  en grados.

Planteamos:

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$X = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$$

**Se multiplican los términos en forma diagonal.**

$$X = \frac{\frac{3\pi}{2} \text{ rad}(180^\circ)}{\pi \text{ rad}}$$

Se cancelan πrad



$$X = \frac{3(180^\circ)}{2}$$

Se multiplica 3 por 180° y se divide por 2.

$$X = \frac{540^\circ}{2}$$

$$X = 270^\circ$$

$$\frac{3\pi}{2} rad = 270^\circ$$

b.  $\frac{7\pi}{4} rad$  en grados.

**Planteamos:**

$$180^\circ = \pi rad$$

$$X = \frac{7\pi}{4} rad$$

Se multiplican los términos en forma diagonal.

$$X = \frac{\frac{7\pi}{4} rad(180^\circ)}{\pi rad}$$

Se cancelan  $\pi rad$

$$X = \frac{7(180^\circ)}{4}$$

Se multiplica 7 por 180° y se divide por 4.

$$X = \frac{1260^\circ}{4}$$

$$X = 315^\circ$$

$$\frac{7\pi}{4} rad = 315^\circ$$

**CONCLUSIÓN:**

Para expresar Radianes en grados, se multiplica el ángulo dado por:  $\frac{180^\circ}{\pi rad}$  y se realizan las operaciones básicas de simplificación y multiplicación.

**PRACTICO LO APRENDIDO**

1. Realizar el proceso necesario para expresar en radianes, los ángulos dados en grados:

- a. 45°
- b. 240°
- c. 450°
- e. 60°
- f. -330°
- g. 30°



- d.  $-210^\circ$                       h.  $150^\circ$

2. Realizar el proceso correcto para expresar en grados, los ángulos dados en Radianes:

- a.  $\frac{5\pi}{4}rad$                               d.  $\frac{7\pi}{6}rad$   
 b.  $\frac{11\pi}{3}rad$                               e.  $-\frac{3\pi}{4}rad$   
 c.  $-\frac{7\pi}{3}rad$                               f.  $3\pi rad$

**¿CÓMO SE TRAZAN ÁNGULOS EN RADIANES?**

Para medir y trazar ángulos expresados en Radianes, se trazan los planos correspondientes a los **ángulos notables** y sobre ellos, se miden los ángulos indicados.



ÁNGULOS NOTABLES	
GRADOS	RADIANES
$30^\circ$	$\frac{\pi}{6}rad$
$45^\circ$	$\frac{\pi}{4}rad$
$60^\circ$	$\frac{\pi}{3}rad$

**EJEMPLOS MODELO**

Medir y trazar los siguientes ángulos:

1.  $\frac{5\pi}{6}rad$

Como  $\frac{\pi}{6}rad = 30^\circ$

Se divide el plano de  $30^\circ$  en  $30^\circ$

Cada espacio mide  $\frac{\pi}{6}rad$

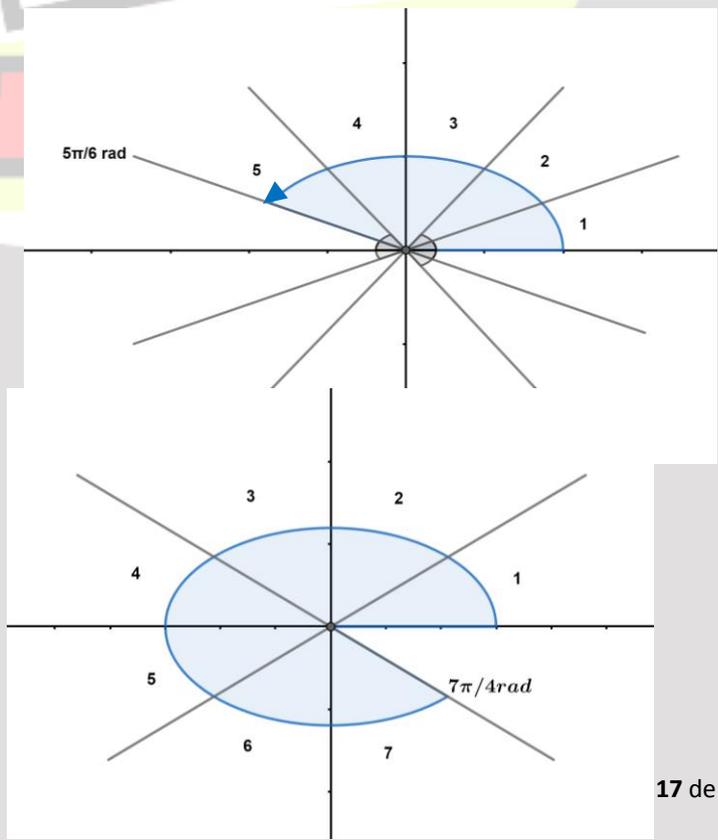
Como vamos a medir  $\frac{5\pi}{6}rad$

Se cuentan 5 espacios.

2.  $\frac{7\pi}{4}rad$

Como  $\frac{\pi}{4}rad = 45^\circ$

Se divide el plano en ángulos de  $45^\circ$ :





Cada espacio es un  $\frac{\pi}{4} rad$

Contamos 7 espacios.

3.  $-\frac{8\pi}{3} rad$

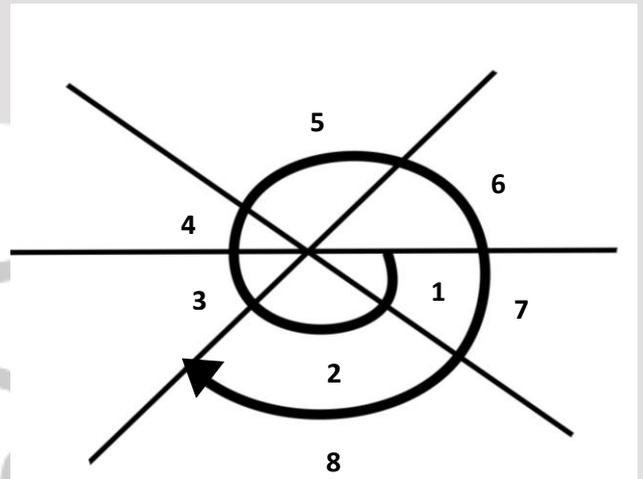
Como  $\frac{\pi}{3} rad = 60^\circ$

Se traza un giro, midiendo ángulos de  $60^\circ$ :

No se traza eje Y.

Cada espacio mide  $\frac{\pi}{3} rad$

Contamos 8 espacios en sentido negativo.



No hay necesidad de realizar ningún proceso para hallar su equivalencia en grados, simplemente se multiplica por el ángulo notable indicado, cuantas veces lo exprese el ángulo:

$$\frac{7\pi}{4} rad = 7(45^\circ) = 315^\circ$$

$$-\frac{8\pi}{3} rad = (-8)60^\circ = -480^\circ$$

### PRACTICO LO APRENDIDO

Trazar el plano correspondiente para medir los ángulos propuestos expresados en radianes y encontrar su equivalente en grados, mediante la multiplicación.

1.  $\alpha = \frac{11\pi}{4} rad$

3.  $\theta = -\frac{13\pi}{6} rad$

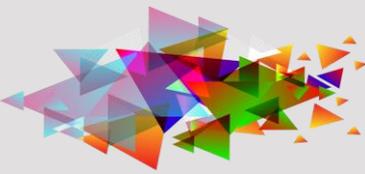
2.  $\beta = \frac{16\pi}{3} rad$

4.  $A = \frac{5\pi}{2} rad$

### ¿CÓMO SÉ QUE APRENDÍ?

Mediante la respuesta que doy a las siguientes preguntas, puedo autoevaluar mi aprendizaje:

#### LISTA DE CHEQUEO



	SI	NO
¿Puedo trazar ángulos positivos y negativos, en el sistema sexagesimal?		
¿Realizo conversiones de grados a radianes?		
¿Realizo conversiones de radianes a grados?		
¿Reconozco los ángulos notables y puedo trazar ángulos en radianes?		
¿Recordé y apliqué la simplificación de fracciones?		

### ¿QUÉ APRENDÍ?

Es bien importante, haber leído detenidamente y haber escrito y desarrollado los ejemplos modelo y haber realizado las actividades propuestas para practicar lo aprendido.

Reflexiono al dar respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué proceso me pareció fácil de entender y de realizar?

R:

2. ¿Qué fue lo que me causó dificultad al desarrollar las actividades propuestas?

R:

3. ¿Por qué me causó dificultad?

R:

4. ¿Qué aprendí? (describir en lenguaje sencillo qué aprendió).

