INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA SAGRADA FAMILIA J.M.

AREA DE MATEMÁTICAS GRADO 6 PERÍODO 2 -2021

TEMA: LOS NÚMEROS NATURALES

Un número es un signo o un conjunto de éstos que permiten expresar una

determinada cantidad en relación a su unidad, en tanto, existen distintos grupos de números, como ser: números enteros, números reales, números naturales, entre otros.



Los números naturales resultan ser aquellos que nos permiten contar los elementos que se hallan en un conjunto y se trata entonces del primer conjunto de números que los primeros seres humanos utilizaron para contar objetos. 1, 2, 4, 5, 7, y 9 son ejemplos de números naturales.

Los números naturales son empleados con dos finalidades, por un lado, para especificar el tamaño de un conjunto finito y por otro lado para describir qué posición ocupa un elemento dentro de una secuencia ordenada.

Entre sus características salientes se cuentan: no tienen decimales, no son fraccionarios y se encuentran siempre a la derecha del cero en la recta real y son infinitos porque incluyen a todos los elementos de una sucesión, es decir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…

**OPERACIONES EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES**

Los números naturales son aquellos que sirven para contar los elemen­tos de un conjunto determinado. El conjunto de los números naturales se simboliza con la letra **N** mayúscula y se determina por extensión de la siguiente manera:

* **N** = {1,2, 3, 4, 5, ...}

Los elementos del conjunto N se pueden representar en una semirrecta numérica.

En el conjunto de los números naturales se definen las siguientes opera­ciones: adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radi­cación y logaritmación.

## ADICIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Dados a, b, c que pertenecen a N, se define la suma o adición como:

* a + b = c

Donde a y b se denominan sumandos y c suma o total.

Por ejemplo, en la operación 11 + 8 = 19, 11 y 8 son los sumandos y 19 es la suma o total.

La adición en el conjunto de los números naturales cumple con las siguientes propiedades:

Tabla 37: Propiedades de la Adición.

| Nombre | Definición | Ejemplo |
| --- | --- | --- |
| Clausurativa | Si a, b  N entonces,a + b  N | 2 + 5 = 7 En efecto, 2  N, 5  N y 7  N |
| Conmutativa | Si a, b  N entonces,a + b = b + a | 2+5=5+2 En efecto,7 = 7 |
| Asociativa | Si a, b, c  N entonces, a + (b + c) = (a + b) + c | 2 + (5 + 3) = (2 + 5) + 3 En efecto, 10 = 10 |
| Modulativa | Si a  N entonces, a+0=0+a=a | 5+0=0+5=5 |

## SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES

La sustracción es la operación inversa a la adición. Es decir, conocidos la su­ma y uno de los sumandos, la sustracción permite hallar el otro sumando.

Dados a, b, c  N y a> b, se define la resta o sustracción como:

* a - b = c siempre que a = b + c

a se denomina minuendo, b sustraendo y c diferencia.

Por ejemplo, 13 - 8 = 5, ya que 5 + 8 = 13. En este caso, 13 es el minuendo, 8 el sustraendo y 5 la diferencia.

**Ejemplos:**

1. Si a, b, c, d, e, f  N y, además, a + b = 5, c + d = 13 y e + f = 19, utilizar las propiedades de la adición para hallar el valor de las siguientes sumas:
2. a + c + b + d
3. a + 0 + b + e + f

**Solución:**

1. a + c + b + d

= a + b + c + d Propiedad conmutativa.

= (a + b) + (c + d) Propiedad asociativa.

= 5 + 13 Se remplaza.

 = 18

1. a + 0 + b + e + f

= (a + 0) + (b + e + f) Propiedad asociativa.

= a + (b + e + f) Propiedad Modulativa.

= (a + b) + (e + f) Propiedad asociativa.

= 5 + 19 Se remplaza.

= 24

1. Mostrar con un ejemplo que la sustracción de números naturales no cumple con las propiedades Clausurativa, conmutativa y asociativa.

**Solución:**

Tabla 38: Propiedades de la Sustracción.

| Propiedad | Ejemplo |
| --- | --- |
| Clausurativa | 9  N, 13  N pero 9 - 13  N |
| Conmutativa | 15 – 6 = 9  N, pero 9 - 15  N. Luego, 15 – 6  6 – 15. |
| Asociativa | 13 - (8 – 5) = 13 – 3 = 10 pero (13 – 8) – 5 = 5 – 5 = 0. Luego, 13 – (8 – 5)  (13 – 8) - 5  |

1. Si a = 1.019, b = 3.545, c = 1.3017 y d = 8.940, efectuar las siguien­tes operaciones:
2. a + b + c + d
3. (a + c) - (b + d)

**Solución:**

1. a + b + c + d

= 1.019 + 3.545 + 13.017 + 8.940 Se remplazan valores.

= (1.019 + 3.545) + (13.017 + 8.940) Se aplica la propiedad asociativa.

= 4.564 + 21.957 Se efectúan las sumas indicadas.

= 26.521

1. (a + c) - (b + d)

= (1.019 + 13.017) - (3.545 + 8.940) Se remplazan valores.

= 14.036 – 12.485 Se efectúan las sumas indicadas.

= 1.551 Se efectúa la resta indicada.

1. La siguiente tabla muestra el precio de algunos textos escolares para grado 6°

Tabla 39: Textos Escolares.

| Texto | Precio |
| --- | --- |
| Matemáticas | 42.550 |
| Español | 39.990 |
| Inglés | 37.525 |
| Sociales | 34.100 |
| Religión | 21.900 |

1. ¿Cuánto más cuesta el libro de matemáti­cas que el de inglés?
2. Si Angélica debe comprar los cinco textos, ¿cuánto debe pagar por ellos?
3. Angélica tiene $250.000 para comprar los cinco textos, ¿cuánto dinero le quedará después de la compra?

**Solución:**

1. Para saber cuánto más cuesta el libro de matemáticas que el de inglés, se plantea y resuelve la operación:

42.550 – 37.525 = 5.025

Luego, el libro de matemáticas cuesta $5.025 más que el libro de inglés.

1. Para saber cuánto debe pagar Angélica por los cinco textos, se plantea y se resuelve la operación:

42.550 + 39.990 + 37.525 + 34.100 + 21.900

= 176.065

Luego, Angélica deberá pagar $176.065 por los cinco textos.

1. Para saber cuánto dinero le queda a Angélica, se plantea y resuelve la ope­ración:

250.000 – 176.065

= 73.935

Luego, le quedan $73.935.

### Práctica lo aprendido

1. Agrupar y cambiar el orden de los términos para poder calcular las sumas mentalmente.
2. 98 + 3 + 97 + 2
3. 700 + 298 + 300 + 2
4. 106 + 15 + 4 + 10
5. 397 + 13 + 2 + 8
6. 326 + 4 + 14 + 6
7. 893 + 60 + 7 + 14
8. 7 + 135 + 13 + 15
9. 100 + 27 + 50 + 3
10. Escribir igual o diferente según corresponda.
11. 58 + 23 y 23 + 58
12. 62 - 13 y 13 – 62
13. 72 + 0 + 27 y 72 + 27
14. 28 + 0 y 28 - 0
15. 34 - (7 + 8) y (34 - 7) + 8
16. 93 - (25 - 3) y (93 - 25) + 3
17. (33 - 12) - 7 y 33 - (12 + 7)
18. Determinar el valor de cada expresión teniendo en cuenta las condiciones.
19. m + (n + t) + s si m + n = 6 y t + s = 12.
20. (a + b) + (c + d) si a + d = 12 y b + c = 15.
21. x + (z + n) + (w + p) + (k + l) si x + z = 12, n + k = 8, w + l = 20 y p = 5.
22. (a + m) + n - t + (b - j) si a + m = 20, n - t = 15, b – j = l.
23. t + s + (a + b) + w + x si w + s = 12, a + b = 20 y t + x = 35.
24. Hallar el valor de x que cumple la igualdad.
25. x + 173 =603
26. x - 236 = 753
27. (x - 25) + 36 = 71
28. 72 + 46 - x = 18
29. 234 + x =536
30. 353 - x = 190
31. (97 + 3) + x = 1.100
32. 136 + (36 + x) = 835
33. 365 - x + (35 + 22) = 138
34. 43 + x - (36 - 5) = 100
35. Unir las expresiones de la lista 1 con los que dan el mismo resultado de la lista 2.

**Lista 1:**

1. 176 – 53
2. 426 + 698
3. (36 + 45) + 16
4. 93 + (36 - 25)
5. (87 + 153) – 157
6. 187 - 36 – 18

**Lista 2:**

1. 36 + 47 + 50
2. 64 - 25 + (60 - 2)
3. 836 + 188 + 100
4. 50 + (105 - 32)
5. (93 - 6) – 4
6. 63 + 20 + 22
7. En un supermercado los días domingo son de oferta para los electrodomésticos. A continuación, se muestran algunas de estas ofertas.

Tabla 40: Electrodomésticos

| Electrodoméstico | Precio Sábado | Precio Domingo  |
| --- | --- | --- |
| Lavadora | 1.250.000 | 1.150.000 |
| Televisor | 6.350.000 | 5.750.000 |
| Equipo de sonido | 1.750.000 | 980.000 |
| D.V.D | 265.000 | 179.990 |

1. ¿Cuál es la diferencia al comprar un equipo de sonido, un televisor y dos DVD entre el sábado y el do­mingo?
2. ¿Cuál electrodoméstico tiene un mayor descuento?
3. ¿Cuál es el mayor número de electrodomésticos que puede comprar una persona el día domingo si lleva $10.000.000?
4. Por la compra de tres o más televisores, cualquier día de la semana, hay un descuento de $800.000. ¿Es más económico comprar tres televisores entre semana o el domingo?
5. Escribir y calcular las expresiones aritméticas.
6. El minuendo es 5.342 y la diferencia 2.328. ¿Cuál es el sustraendo?
7. La diferencia entre 18.239 y 2.354 aumentada en 545.
8. A 790 se le suma 78 y a este resultado se le resta la suma de 345 y 95.
9. Si dos números suman 136.723 y uno es el triple de 826, ¿cuál es el otro sumando?
10. El sustraendo es 3.475 y el minuendo es el sus­traendo aumentado en 1.725, ¿cuál es la diferencia?
11. Inventar una pregunta para cada situación. Luego, responderla.
12. En una ciudad hay registrados 136.726 extranje­ros. La ciudad cuenta con 1.223.538 habitantes.
13. Claudia tiene 15 años, su primo Carlos tiene 8 años más que ella, Andrea tiene el doble de años que Claudia y su hermano tiene 10 años menos que Andrea.
14. Carlos vendió su carro en $8.500.000 y ganó $3.750.000.
15. Si mi hermana tuviera 15 años menos tendría 51 años y si mi primo tuviera 16 años más ten­dría 23 años.

## MULPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Dados a, b, c  N, se define la multiplicación o producto como a X b = c donde a y b se denominan factores y c producto

.

Por ejemplo, en la operación:

7 X 4 = 28, 7 y 4 son los factores y 28 el pro­ducto.

### PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

La multiplicación en el conjunto de los números naturales, cumple con las siguientes propiedades:

Tabla 41: Propiedades de la multiplicación.

| Nombre | Definición | Ejemplo |
| --- | --- | --- |
| Clausurativa | Si a, b  N entonces, a X b  N | 9 X 4 = 36. En efecto, 9  N, 4  N y 36  N. |
| Conmutativa | Si a, b  N entonces, a x b = b x a | 9 X 4 = 4 X 9. En efecto, 36 = 36 |
| Asociativa | Si a, b, c  N entonces, a X (b X c) = (a X b) X c | 2 X (5 X 4) = (2 X 5) X 4 En efecto, 2 X 20 = 10 X 4. De donde: 40 = 40 |
| Modulativa | Si a  N entonces, a X 1 = 1 X a | 7 X 1 = 1 X 7 = 7 |
| Distributiva | Si a, b, c  N entonces, a X (b + c) = (a X b) + (a X c) | 5 X (6 + 4) = (5 X 6) + (5 X 4). En efecto, 5 X 10 = 30 + 20. De donde: 50 = 50. |

**Ejemplo:**

Si a, b, c, d, e, f  N y, además, a X b = 20, c X d = 12 y e = 5, utilizar las propiedades de la multiplicación para hallar el valor de las siguien­tes sumas:

1. a X e X b
2. a X c X b X 1 X d

**Solución:**

1. a X e X b

= a X b X e Propiedad conmutativa.

= (a X b) X e Propiedad asociativa.

= 20 X 5 a X b = 20 y e=12

= 100

1. a X c X b X 1 X d

= (a X b X c) X (d X 1) Propiedad conmutativa y asociativa.

= (a X b X c) X d Propiedad modulativa.

= (a X b) X (c X d) Propiedad asociativa.

= 20 X 12 a X b = 20 y c X d = 12

= 240

### MULTIPLICACIONES ABREVIADAS

Existen multiplicaciones que se pueden resolver con mayor facilidad siguiendo unas reglas específicas. Algunas de estas multiplicaciones son:

* Multiplicación de un número por una potencia de 10. Para multiplicar cualquier número natural por una potencia de 10, se escribe el mismo número y se acompaña de tantos ceros como tenga la potencia de 10.

Por ejemplo, 15 X 100 = 1.500

173 X 1.000 = 173.000

* Multiplicación de un número por 11, 12,..., 19. Para multiplicar cual­quier número natural por un número de dos cifras que presente tan sólo una decena, se expresa la multiplicación en forma horizontal y se multiplica el primer número por la cifra de las unidades del segundo número. Luego, se escribe este producto de derecha a izquierda a par­tir del signo X y se realiza la suma correspondiente.

Por ejemplo, 215 X 13. Se expresa la multiplicación en forma horizontal.

645 Se multiplica 215 por 3

2.795 Se efectúa la suma correspondiente.

* Multiplicación por 5: Para multiplicar cualquier nú­mero natural por 5, se divide entre dos la cifra que se va a multiplicar y al resultado se le agrega un cero. Por ejemplo, 36 X 5 = 180.
* Multiplicación por 11: Para multiplicar un número natural de dos cifras por 11, se suman dichas cifras y el resul­tado se escribe en el centro.

Por ejemplo, 27 X 11 = 297

**Ejemplos:**

1. Efectuar las siguientes multiplicaciones:
2. 27 X 10.000
3. 85 X 3.000
4. 327 X 154

**Solución**

1. 27 X 10.000 = 270.000
2. 85 X 3.000 = 255.000
3. 327 X 15 Se expresa la multiplicación en forma horizontal.

1.635 Se multiplica 327 por 5.

4.905 Se efectúa la suma correspondiente.

1. Hallar el resultado de los siguientes enunciados:
2. El doble de 27.
3. El doble de 75 aumentado en 15.
4. El triple de 36 disminuido en 8.

**Solución**

Expresiones verbales tales como "el doble" o "el triple", son expresiones mate­máticas relacionadas con productos. Así,

1. El doble de 27 se puede expresar como:

2 X 27 = 54

1. El doble de 75 aumentado en 15 se puede expresar como:

(2 X 75) + 15 = 150 + 15 = 165

1. El triple de 36 disminuido en 8 se puede expresar como

(3 X 36) - 8 = 108 - 8 = 100

1. La tabla muestra la longitud de cinco pistas de automovilismo.

Tabla 42: Longitud de las Pistas

| Pista  | Longitud |
| --- | --- |
| 1 | 2.387 |
| 2 | 3.224 |
| 3 | 4.365 |
| 4 | 1.913 |
| 5 | 5.429 |

1. ¿Cuántos metros recorrerá un automóvil si da nueve vueltas en la pista 3?
2. ¿Cuántos metros más recorre un automóvil que da seis vueltas en la pista 5, que otro automóvil que da tres vueltas en la pista 1?

**Solución**

1. La distancia recorrida por un automóvil al dar nueve vueltas en la pista 3, está dada por la expresión, 9 X 4.365 = 39.285.

Luego, un automóvil que da nueve vueltas en la pista 3, recorre una dis­tancia de 39.285 m.

1. La distancia recorrida por un automóvil al dar seis vueltas en la pista 5, está dada por la expresión, 6 X 5.429 = 32.574.

La distancia recorrida por un automóvil al dar tres vueltas en la pista 1, está dada por la expresión, 3 X 2.387 = 7.161.

Para determinar cuánto más recorre un automóvil que el otro, se plantea y se resuelve la sustracción, 32.574 – 7.161 = 25.413.

Luego, un automóvil que da seis vueltas en la pista 5, recorre 25.413 m más que un automóvil que da tres vueltas en la pista 1.

### Práctica lo aprendido

1. Utilizar las propiedades de la multiplicación para que se cumpla la igualdad, determinando los valores de a, b, c.
2. 23 X 79 = a
3. 45 X 62 = 62 X a
4. 4 X (6 + 3) = 4 X a + b X 3
5. 7 X a = 5 X b
6. 9 X (8 X a) = (9 X 8) X 7
7. (11 X a) X b = c X (6 X 4)
8. Escribir el valor de cada expresión teniendo en cuenta las condiciones dadas.
9. a X b X (c X d)

Si a X c = 81

b = 6

d = 1

1. a X (b X c) X (d X e)

Si a X d = 15

b X c = 8

e = 0

1. a X (b X c) X d

Si a X b X d = 83

c = 1

1. (a X b) X (c X d)

Si a X d = 9

b = 8

c = 5

1. Escribir y calcular cada expresión numérica.
2. El doble de la suma de 175 y 235.
3. El triple de la diferencia en­tre 845 y 579.
4. La suma de cinco veces 15 y cuatro veces 36.
5. En un torneo de fútbol participan seis equipos. Cada equipo juega con los otros dos veces. ¿Cuántos partidos se juegan en el torneo?
6. Completar la siguiente tabla multiplicando en forma abreviada.

Tabla 43: Indicación de Operaciones

| A | B | C | A por B | B por C | A por C por 10 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 36 | 11 | 45 |  |  |  |
| 52 | 100 | 12 |  |  |  |
| 329 | 10 | 72 |  |  |  |
| 15 | 783 | 96 |  |  |  |
| 25 | 14 | 1.000 |  |  |  |

1. Relacionar cada multiplicación con su producto.
2. 87 X 5
3. 326 X 9
4. 538 X 76
5. 978 X 32
6. 1.467 X 2
7. 5.111 X 8
8. 15 X 29
9. 5.216 X 6

**Productos**

1. 31.296
2. 40.888
3. 435
4. 2.934
5. Observar los datos. Luego, responder.

Tabla 44: Alimentos

| Producto | Valor |
| --- | --- |
| Hamburguesas | $5.500 |
| Pizza | $2.400 |
| Perro | $4.000 |
| Salchipapa | $3.500 |

Tabla 45: Bebidas

| Producto | Valor |
| --- | --- |
| Gaseosa 12 onzas | $800 |
| Gaseosa 15 onzas | $1.200 |
| Malteada 12 onzas | $5.000 |
| Limonada 12 onzas | $3.000 |

Marcar si la afirmación es verdadera, o si es falsa.

1. Tres hamburguesas cuestan $16.500.
2. Dos perros cuestan más que tres limonadas.
3. El perro cuesta el doble de la gaseosa 12 onzas.
4. La gaseosa cuesta el triple de la pizza.
5. El valor de la hamburguesa es cinco veces el valor de la gaseosa 15 onzas.
6. El valor de la malteada es el doble del valor de la pizza menos el valor de la gaseosa.
7. Un vendedor debe escoger entre dos opciones de salario mensual.

Opción 1:

$400.000 salario básico + $5.000 por cada venta.

Opción 2:

$450.000 salario básico + $1.000 por cada venta.

1. Si usted es quien solicita el empleo como ven­dedor, ¿qué opción permitirá ganar más dinero, para cualquier cantidad de ventas que realice?
2. Observar cada una de las siguientes secuencias. Luego, responder.

12.345.679 X 9 = 111.111.111

12.345.679 X 18 = 222.222.222

12.345.679 X 27 = 333.333.333

1. ¿Qué patrón se sigue?
2. ¿Por qué número se tendrá que multiplicar 12.345.679 para obtener 888.888.888?
3. ¿Qué patrón se repite en la siguiente secuencia?

62 X 39 = 2.418

26 X 93 = 2.418

84 X 24 = 2.016

48 X 42 = 2.016

1. ¿Cuál es la condición necesaria para que el
2. Completar los datos de cada problema con algunas de los siguientes datos. Luego, resolverlo.
* Triple
* Doble
* cuatro veces más
* seis veces más
1. Alberto tiene ( ) años, Camila tiene el ( ) de la edad de José; Lucas tiene ( ) años y José tiene ( ) la edad de Lucas. ¿Qué edad tiene cada uno?
2. Sandra compró ( ) camisetas y Felipe ( ) de Fabio. Entre todos tienen ( ) camisetas. ¿Cuántas compraron Fabio y Felipe?
3. Observar las ofertas de autos.
* Renault Megane

Cuota inicial: $7.000.000, 12 cuotas: $5.137.000

* Fiat Palio

Cuota inicial: $3.250.000, 18 cuotas: $1.900.000

* Chevrolet Corsa

Cuota inicial: $5.300.000, 10 cuotas: $1.100.000

* Chevrolet Epica

Cuota inicial: $8.500.000, 15 cuotas: $3.200.000

1. ¿Cuál de los autos es el más económico? Justificar la respuesta.

## DIVISIÓN DE NÚMEROS NATURALES

En la división de números naturales se presentan dos casos dependien­do del residuo. Estos dos casos son: división exacta y división inexacta.

**División exacta de números naturales**

La división exacta es la operación inversa a la multiplicación, ya que conocidos el producto y uno de los factores, esta permite hallar el otro factor. Una división es exacta cuando existe un número natural que multiplica­do por el divisor da como resultado el dividendo. Así,

Dados a, b, c  N, se define la división exacta como:

a  b = c siempre que a = b X c

a se denomina dividendo, b divisor y c cociente.

En este caso, el residuo de la división es 0.

Por ejemplo, 24  8 = 3, ya que 3 X 8 = 24. Así, 24 es el dividendo, 8 el divisor y 3 el cociente.

**División inexacta de números naturales**

Una división es inexacta cuando no existe un número natural que multi­plicado por el divisor da como resultado el dividendo. Así,

Dados a, b, c, r  N, se define la división inexacta como:

Imagen 27: Proceso de División Inexacta.



**Descripción imagen:** Letra a, a la izquierda l mayúscula en tinta invertida entre ella la letra b, debajo de la letra a, está la letra r y debajo de la letra b está la letra c.

Siempre que a = b X c + r

a se denomina dividendo, b divisor, c cociente y r residuo. En este caso, el residuo de la división es diferente a 0.

Por ejemplo,

Imagen 28: 27 dividido 4



**Descripción imagen:** Letra a, a la izquierda signo de la división y entre ella la letra b, debajo de la letra a, está la letra r y debajo de la letra b está la letra c.

En este caso, 27 = (4 X 6) + 3.

27 es el dividendo, 4 el divisor, 6 el cociente y 3 el residuo

**Ejemplo:**

1. Identificar cada uno de los términos de las siguientes divisiones. Luego, determinar si son exactas o inexactas.
2. 81 dividido 3
3. 139 dividido 5

**Solución:**

1. 81 dividido 3 = 27

Dividendo: 81 Divisor: 3 Cociente: 27 Residuo: 0.

La división es exacta

1. 139 dividido 5 = 27, residuo: 4

Dividendo: 139 Divisor: 5 Cociente: 27 Residuo: 4

La división es inexacta

1. Expresar las siguientes divisiones en forma de productos.
2. 95 dividido 5
3. 127 dividido 9

**Solución:**

1. 95 dividido 5 = 19 residuo 0.

Luego, 95 = 19 X 5

1. 127 dividido 9 = 14 residuo 1

Luego, 127 = (14 X 9) + 1

1. Encontrar el número asociado a cada uno de los siguientes enunciados.
2. El triple de un número es 87.
3. Siete veces un número es igual a 126.

**Solución:**

Cada enunciado puede ser planteado mediante la multiplicación y cada núme­ro hallado mediante la división. Si D es el número buscado, entonces,

1. 3 X D = 87

D = 87  3

D = 29

1. 7 X D = 126

D = 126  7

D = 18

**Propiedades de la división**

La división en el conjunto de los números naturales, cumple únicamen­te con la siguiente propiedad.

* La división es distributiva con respecto a la suma y la resta. Así,

Si a, b, c  N, entonces,

(a + b)  c = (a  c) + (b  c)

(a - b)  c = (a  c) - (b  c)

Por ejemplo, al resolver la expresión (27 + 30)  3, se tendría:

(27+ 30)  3

= (27  3) + (30  3)

= 9 + 10

= 19

Si el dividendo y el divisor de una división (exacta o inexacta) se multiplican o divide por un mismo número natural, el cociente de la divi­sión no cambia.

Por ejemplo,

* 30  6 = 5 División indicada
* 10  2 = 5 Dividiendo entre 3 el dividendo y el divisor
* 60  12 = 5 Multiplicando por 2 el dividendo y el divisor

**Ejemplo:**

1. Mostrar con un ejemplo que la división entre números naturales no cumple con las propiedades Clausurativa, conmutativa, asociativa y Modulativa.

**Solución**

* Clausurativa: 21  N, 2  N pero 21  2  N
* Conmutativa: 15  3 = 5  N pero 3  15 N

Luego, 15  3  3  15

* Asociativa: 18  (6  3) = 18  2 = 9 pero (18  6)  3 = 3  3 = 1

Luego, 18  (6  3)  (18  6)  3

* Modulativa: 13  1 = 13 pero 1  13  N
1. Un granjero tiene 952 gallinas; cada gallina pone dos huevos diarios. ¿Cuántos huevos pondrán en 30 días? Si el granjero desea empacar los huevos en cajas de a 15 cada una, ¿cuántas cajas saldrán?

**Solución:**

Para determinar cuántos huevos pondrán las gallinas en un mes, se plantea y resuelve la expresión

2 X 952 X 30 = 57.120

Por otro lado, para saber cuántas cajas saldrán al empacar los 57.120 huevos en cajas de 15 huevos, se plantea y se resuelve la expresión 57.120  15 = 3.808.

Luego, las gallinas pondrán 57.120 huevos al mes y el granjero podrá empa­carlos en 3.808 cajas de 15 huevos cada una.

### Práctica lo aprendido

1. Completar la siguiente tabla.

Tabla 46: Partes del Proceso de División.

| Dividendo | Divisor | Cociente | Residuo |
| --- | --- | --- | --- |
| 75 |  | 5 |  |
|  | 3 |  | 1 |
|  | 4 | 8 |  |
| 28 |  |  | 0 |

1. Marcar si la división que es exacta.
2. 57  4
3. 2.237  3
4. 37.650  10
5. 9.356  57
6. 10.328  14
7. 79.361  5
8. 8.563  13
9. 4.325  15
10. 3.560  10
11. Encontrar el factor desconocido D. Luego, escribir cada multiplicación como dos divisiones dife­rentes.
12. 36 XD =72
13. D X 21 =1.323
14. 46 X D = 184
15. D X 75 = 375
16. 38 X D = 342
17. D X 7 = 315
18. 23 X D = 1.081
19. 9 X D = 504
20. Escribir el número 7 utilizando cinco cifras iguales y las operaciones que se necesiten.
21. Resolver cada división aplicando la propiedad distributiva. Luego, verificar los resultados.
22. (45 + 5)  5
23. (35 - 7)  7
24. (12 + 6 - 4)  2
25. (18 - 6 + 9)  3
26. (55 - 22 - 11)  11
27. (16 + 8 + 8)  8
28. (116 - 58 - 29)  29
29. (308 - 154 - 77)  77
30. (156 - 45 - 9)  3
31. (75 + 5 - 5)  5
32. (140 - 105 + 35)  35
33. (588 + 300 - 96)  12
34. Encontrar en cada división el menor número que hay que sumar al dividendo para que el cociente aumente en una unidad y sea una división exacta.
35. 124  13
36. 23  11
37. 98  10
38. 136  17
39. 60  8
40. 75  7
41. Se quiere colocar 150 fotos en un álbum. En cada página se pueden colocar ocho fotos. ¿Cuántas páginas se pueden llenar? ¿Cuántas fotos más se necesitarán para completar otra página?
42. 1200 personas esperan para ver una exposición de arte. Se permite el ingreso a 35 personas cada 20 minutos. Si la exposición está abierta durante ocho horas, ¿podrán entrar las 1.200 personas?
43. Estas son las distintas opciones que ofrecen parques de diversiones para sus clientes.
* Pasaporte Acuático:

Niño $30.000

Adulto $35.000

Válido para 8 atracciones.

* Pasaporte Mundo

Niño: $45.000

Adulto: $30.000

Válido para 5 atracciones

* Pasaporte Karts

Niño: $32.500

Adulto: $37.500

Válido para 5 atracciones

1. ¿En qué parque, el costo de cada atracción, para un ni­ño, es más económico?
2. Dos niños y un adulto tie­nen $250.000 de presu­puesto para divertirse en cualquiera de estos parques, ¿en cuál pueden comprar más pasaportes?
3. Una familia conformada por tres niños y dos adultos tiene un presupuesto de $400.000 para a uno de los parques. ¿Cuál es la mejor opción?
4. La familia López compra un apartamento de $45.000.000. Dan $10.000.000 de cuota inicial y el resto del dinero lo pagarán en 16 cuotas mensuales.
5. ¿Cuál será el valor de cada cuota?
6. Luego del pago de la cuota inicial, la construc­tora decide que el resto del dinero lo pagarán en 24 cuotas de $3.000.000 cada una, ¿cuál será el costo real del apartamento?
7. Para el pago de la cuota inicial, se ha acordado que la mitad del dinero se dará en efectivo, una cuarta parte del dinero lo entregará una Caja de compensación familiar y el resto del dinero se dará en dos cheques de igual valor. ¿Por cuánto dinero se debe girar cada cheque?
8. Un carpintero necesita cortar en cuatro partes una tabla de 30 cm de largo, de modo que cada una de ellas mida el doble de la otra, ¿cuánto debe medir cada pieza de la tabla?
9. En una biblioteca hay 108 libros acomodados en tres estantes. En la primera estantería está la mitad de los libros y en la segunda hay 20 libros más que en la tercera. ¿Cuántos libros hay en cada estantería?
10. Inventar una pregunta para cada problema y re­solver.
11. En una imprenta se hacen 1.500 copias de un texto. Si cada día se imprimen 100 copias...
12. Para llenar un tanque de agua se dispone de dos llaves. Por una salen 10 litros de agua cada minuto y por la otra 15 litros cada minuto. El tanque tiene una capacidad de 600 litros...
13. Completar el siguiente estado de cuenta de una tarjeta de crédito.

Tabla 47: Partes del estado de cuenta

| Número de Comprobante | Fecha | Referencia | Descripción | Cargos y Abonos | Saldo | No. De cuotas | Cuotas Pagas |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 00054 | Feb. 2/06 | 541867013 | Zapatos Toti | $136.000 |  | 4 | 3 |
| 00058 | Mar.08/06 | 54327115 | Restaurante | $84.000 |  | 6 | 5 |
| 00059 | Abril 7/06 | 54327117 | Shop-Ship | $300.000 |  | 10 | 9 |
| 00038 | Abril 27/06 | 34512312 | Avance | $1.020.000 |  | 12 | 10 |
| 00032 | Mayo 15/06 | 34514317 | Food-fast | $47.700 |  | 6 | 4 |

## SOLUCIÓN DE EXPRESIONES ARITMÉTICAS

Los signos de agrupación más utilizados en las expresiones arit­méticas son:

* El paréntesis ( )
* Los corchetes [ ]
* Las llaves { }

Una expresión aritmética es aquella en la que se combinan números natu­rales mediante diversas operaciones. Para resolver expresiones aritméti­cas se deben tener en cuenta los siguientes casos.

* Para resolver una expresión sin signos de agrupación, primero se deben resolver las multiplicaciones y las divisiones indicadas en su orden respectivo. Luego, se resuelven las sumas y restas correspondientes de izquierda a derecha. Por ejemplo,

9X5 18  3 – 6 X 5

= 45 + 6 - 30 Se resuelven las multiplicaciones y divisiones indicadas

= 21 Se resuelven las sumas y restas correspondientes.

* Para resolver una expresión con signos de agrupación, estos se deben eliminar de dentro hacia fuera. Para esto se resuelven las operaciones indicadas dentro de cada uno de ellos.

15 + [9  (11 X 2 - 19)]

= 15 + [9  (22 - 19)] Se resuelve el producto del paréntesis.

= 15 + [9  3] Se eliminan los paréntesis efectuando la resta correspondientes

= 15 + 3 Se eliminan los corchetes efectuando la división indicada.

= 18 Se efectúa la suma correspondiente.

**Ejemplo:**

1. Resolver las siguientes expresiones:
2. 8 X 5 + 54  6 - 10 X 3 + 121  11
3. 12 X 3  2 + 21  3 X 5 – 9 X 5  15
4. 100 - {65 - [16 X (12  3)]}
5. [(63  7 + 11) - (7 X 4 - 8)] + 19
6. 15 – 3 X 4 + 6 – 8  2 + 12 - 15  3

**Solución**

1. 8 X 5 + 54  6 - 10 X 3 + 121  11

= 40 + 9 - 30 + 11 Se resuelven las multiplicaciones y divisiones indicadas.
= 30 Se resuelven las sumas y restas correspondientes.

1. 12 X 3  2 + 21  3 X 5- 9 X 5  15

= 36  2 + 7 X 5 - 45  15 Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

= 18 + 35 - 3 Se resuelven las sumas y restas correspondientes.

= 50

1. 100 - {65 - [16 X (12  3)]}

= 100 — {65 — [16 X 4]} Se eliminan los paréntesis.

= 100 - {65 - 64} Se eliminan los corchetes.

= 100-1 Se eliminan las llaves.

= 99 Se efectúa la resta correspondiente.

1. [(63  7 + 11) - (7 X 4 - 8)] + 19

= [(9 + 11) — (28 — 8)] + 19 Se resuelven las multiplicaciones y divisiones.

= [20 — 20] + 19 Se eliminan los paréntesis.

= 0 + 19 Se eliminan los corchetes.

= 19 Se efectúa la suma respectiva.

1. 15 – 3 X 4 + 6 - 8 2 + 12 – 15  3

= 15 – 12 + 6 – 4 + 12 – 5

= 12

1. Un extracto bancario registra los siguientes movimientos realizados durante el mes de enero:

Tabla 48: Extracto Bancario

| Fecha  | Concepto | Valor |
| --- | --- | --- |
| Ene. 03/07 | Saldo anterior | 235.500 |
| Ene. 10/07 | Consignación nómina | 439.800 |
| Ene. 15/07 | Retiro cajero | 90.000 |
| Ene. 23/07 | Consignación | 55.000 |
| Ene. 25/07 | Retiro sucursal | 142.500 |
| Ene. 30/07 | Retiro cajero | 200.000 |

Plantear y resolver una expresión aritmética que indique el nuevo saldo del ahorrador.

**Solución:**

La expresión aritmética que indica el nuevo saldo del ahorrador, está dada por:

235.500 + 439.800 – 90.000 + 55.000 – 142.500 – 200.000

= 297.800

Luego, el nuevo saldo del ahorrador es de $297.800

1. Un estanque se va a llenar con el agua que surten dos llaves. La primera llave vierte 15 litros de agua por minuto y la segunda vierte 20 litros cada minuto. Si el estanque tiene una capacidad de 1.500 litros y además, un desagüe por el que salen 25 litros de agua por minu­to. Plantear y resolver una expresión aritmética que indique la can­tidad de horas que se necesitan para llenar el estanque.

**Solución:**

La expresión aritmética que indica la cantidad de horas que se necesitan para llenar el estanque, está dada por:

1.500  (15 + 20 - 25)

Al resolver la expresión aritmética, se tiene que,

1.500  (15 + 20 - 25)

= 1.500  10

= 150

Luego, la cantidad de horas que se necesitan para llenar el estanque es de 150 minutos, es decir, dos horas y media.

1. Esteban realiza las compras que se muestran en la tabla.

Tabla 49: Compras de Esteban

| Artículo | Cantidad | Precio por unidad |
| --- | --- | --- |
| Camiseta | 3 | 21.500 |
| Pantaloneta | 3 | 16.200 |
| Medias | 5 | 7.500 |
| Cachucha | 2 | 19.800 |

Plantear y resolver una expresión aritmética que indique cuánto debe pagar Esteban mensualmente, si paga con tarjeta de crédito y difiere el valor a tres cuotas.

**Solución**

La expresión aritmética que indica el dinero que debe pagar Esteban men­sualmente, está dada por:

[(3 X 21.500) + (3 X 16.200) + (5 X 7.500) + (2 X 19.800)]  3

Al resolver la expresión aritmética, se tiene que,

[(3 X 21.500) + (3 X 16.200) + (5 X 7.500) + (2 X 19.800)]  3

= [64.500 + 48.600 + 37.500 + 39.600]  3

= 190.200  3

= 63.400

Luego, Esteban debe pagar mensualmente cuotas de $63.400.

### Práctica lo aprendido

1. Marcar en cada caso la respuesta correcta.
2. 9 X 4 + 2
* 38
* 54
1. 9 – 3 X 3
* 18
* 0
1. 11 X 17 + 9
* 14
* 216
1. 20 + 10  5
* 6
* 22
1. 120  5 X 4
* 96
* 6
1. 86 – 9 X 8
* 14
* 616
1. 86 + 3 X 12
* 212
* 122
1. (53 – 17)  6
* 8
* 6
1. 74 – 18 X 3
* 168
* 20
1. Resolver:
2. 8 X 3 + 2
3. (35 - 7)  4
4. 18  9 + 4
5. 28  7 + 5
6. 14  7 + 2
7. 9  3 + 8 X 2
8. 3 X 4 + 5 X 7
9. 8 X 3 – 4 – 2
10. 12 X 4 – 6
11. 36  4 + 12 X 3
12. Escribir el número natural que representa cada letra.
13. A X 26  B = 156
14. 16 – A  5 = B
15. A + 86 X B = 354
16. A  12 X 3 + B = 51
17. Ubicar los signos +, -, X,  para que se cumpla la igualdad en cada caso.
18. 10\_ 5\_4\_3 = 5
19. 6\_3\_18\_9 = 20
20. 85 \_ 5 \_ 6 \_ 4 = 106
21. 15\_5\_8\_5 = 72
22. 42 \_ 6 \_ 6 \_ 15 = 21
23. 12\_ 3\_15\_3 = 31
24. Unir las expresiones que tienen el mismo resultado.

**Grupo 1:**

1. [(84 - 12)  4] – 11
2. 121  11 X 3
3. 12 X 36 – 75
4. 48  2 + 12 X 12
5. 5 X 12 + 50 X 2
6. 12 + 3 X 6 + 28

**Grupo 2:**

1. (9 + 5) X 4 + 2
2. (36 - 12) X 14  2
3. 15 X (18  9) + 3
4. 54  (14 - 8) – 2
5. 45 X (3 + 5) – 3
6. [(25 + 9) X 5] – 10
7. Ubicar signos de agrupación para que se cumpla la igualdad.
8. 8 + 12  2 X 5 = 70
9. 8 + 12  2 X 5 = 50
10. 16 – 3 X 5 + 4 = 69
11. 8 + 12  2 X 5 = 2
12. 8 + 12  2 X 5 = 38
13. 16 - 3 X 5 + 4 = 5
14. 40  8 + 2 X 7 = 28
15. 40  8 + 2 X 7 = 19
16. 25 X 5 + 15  5 = 100
17. 25 X 5 + 15  5 = 28
18. Escribir la expresión numérica que corresponda a cada frase. Luego, calcular el resultado.
19. A 120 se le resta 56 y a este resultado se le resta la suma de 23 y 17.
20. A 375 se le suma el doble del producto de 26 y 39.
21. Una pareja de esposos está calculando el presu­puesto del mes, sus salarios son $1.200.000 y $950.000, respectivamente. Si emplean la cuarta parte del dine­ro en servicios; $250.000 en mercado y cada uno gasta $300.000 en gastos personales, ¿cuánto dinero les queda para ahorrar?
22. Seis amigos planean unas vacaciones 8 días y 7 noches. ¿Cuál es la opción más económica?
* Opción 1:

Gran oportunidad Euro plan

(5 días-4 noches)

Acomodación:

Sencilla: US$ 2.900

Doble: US$ 2.700

Triple: US$ 2.530

US$1.300 por noche adicional

Desde US$ 2.530

* Opción 2:

Promoción

Viaje Centroamérica

Cabañas 6 personas

(4 días - 3 noches)

US $300 más por noche adicional

Desde US$ 2.530

* Opción 3:

Centroamérica de Sueño

(6 días - 5 noches)

Acomodación:

Sencilla: US$ 12.000

Doble: US$ 23.500

Triple: US$ 35.000

Adicional por noche US$ 15.000

Desde US$ 12.000

1. Si se desea estar 10 días en Europa, ¿qué es más aconsejable, tomar de nuevo el plan o pagar las 4 noches adicionales?
2. ¿Cuánto paga una familia en el Euro plan si se acomodan en dos habitaciones sencillas y una doble?
3. ¿Cuánto más paga una pareja en Centroamérica de sueño si se queda 3 días más de lo acordado?
4. Leer cada problema. Luego, elegir la operación que lo resuelve.
5. En el grupo de danzas del cole­gio hay 25 estudiantes y en el de música hay 16. Si hay siete estudiantes que pertenecen a los dos grupos, ¿cuántos estu­diantes participan en total en las dos actividades?
6. En una video tienda hay siete estantes con 25 películas de acción cada uno y seis estantes con 10 películas de terror cada uno. ¿Cuántas películas hay en los estantes?
7. En una biblioteca hay siete ca­jas con seis libros de español cada una. Además, hay 10 cajas y en cada una hay seis libros de matemáticas y 25 de ciencias. ¿Cuántos libros hay en las cajas?
8. Con las siguientes cuatro cifras: 4, 6, 8 y 2, for­mar dos números, uno de tres cifras y otro de una cifra, tal que el producto de estos sea el mayor posible.
9. ¿Cuál es el menor número, mayor que 300, que se puede obtener utilizando cinco veces el 6?
10. Con las siguientes siete cifras: 7, 6, 3, 2, 1, 9 y 4 formar dos números uno de tres cifras y otro de cuatro cifras de tal manera que el producto de estos sea el menor posible.
11. Usar los siguientes datos para completar el enun­ciado.
12. 2.500
13. 4.000.000
14. 1.500
15. 3.000
16. 10.000.000

Un vendedor vendió cierto número de trajes por ( ) a ( ) cada uno y por cada ( ) trajes que vendió le regala­ron uno. ¿Cuántos trajes vendió? ¿Cuántos tra­jes le regalaron?

## POTENCIACIÓN EN LOS NATURALES

La potenciación es una operación que permite escribir, en forma abre­viada, productos cuyos factores son todos iguales. Así,

Si a, b, n  N, entonces, el producto de factores:

Ecuación 1: Producto de a, n veces



**Descripción Ecuación:** a x a x a x a x... x a (encerrado en una llave en la base)= b, debajo de la llave dice n veces.

Se puede expresar como



Y se lee "a a la n es igual a b" o "b es la n-ésima potencia de a"

**Elementos de la potencia de números naturales**

En la expresión a a la n = b, a recibe el nombre de base y es el factor que se repite; n recibe el nombre de exponente y es el número de veces que se repite la base; y b recibe el nombre de potencia y es el resultado de mul­tiplicar la base tantas veces como lo indique el exponente.

Por ejemplo, la expresión 4 X 4 X 4 = 64 se puede escribir como:



Donde 4 es la base, 3 el exponente y 64 la potencia.

Para hallar el valor de una potencia, se debe multiplicar la base tantas veces como lo indique el exponente.

Por ejemplo, 2 a la 5 = 32 pues 2 X 2 X 2 X 2 X 2= 32

Si un número está elevado al exponente 2, se dice que el número está "ele­vado al cuadrado"; y si está elevado al exponente 3, se dice que está "ele­vado al cubo".

**Ejemplo:**

Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la definición de poten­ciación en los números naturales.

Tabla 50: Partes de una Potenciación.

| Potencia Indicada | Producto | Base | Exponente | Potencia | Lectura |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | 7 al cubo |
|  | 2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 2  |  |  |  |  |
|  |  | 10 | 4 |  |  |

**Solución**

Tabla 51: Solución de las partes de un proceso de potenciación.

| Potencia Indicada | Producto | Base | Exponente | Potencia | Lectura |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 5 X 5 | 5 | 2 | 25 | 5 al cuadrado es 25 |
|  | 7 X 7 X 7 | 7 | 3 | 343 | 7 al cubo es 343 |
|  | 2 X 2 X 2 X 2 X 2 X 2  | 2 | 6 | 64 | 2 a la seis es 64 |
|  | 10 X 10 X 10 X 10 | 10 | 4 | 10000 | 10 a la 4 es 10000 |

### CUADRADOS Y CUBOS PERFECTOS

Un número natural es cuadrado perfecto cuando es el resultado de ele­var otro número natural al cuadrado. Por ejemplo, 49 es un cuadrado per­fecto porque es el resultado de elevar 7 al cuadrado. Esto es, 7 a la 2 = 49

Un cuadrado perfecto se puede representar como el área de un cuadrado cuyo lado mide el número natural que se eleva. Por ejemplo, 36 es un cuadrado perfecto, el cual representa el área de un cuadrado cuyo lado mide 6 uni­dades.

La siguiente tabla muestra los primeros diez cuadrados perfectos, los cua­les resultan de elevar al cuadrado los diez primeros números naturales.

Tabla 52: Cuadrados Perfectos.

| Número | Cuadrado Perfecto |
| --- | --- |
| 1 | 1 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 16 |
| 5 | 25 |
| 6 | 36 |
| 7 | 49 |
| 8 | 64 |
| 9 | 81 |
| 10 | 100 |

Un número natural es cubo perfecto cuando es el resultado de elevar otro número natural al cubo. Por ejemplo, 125 es un cubo perfecto por­que es el resultado de elevar 5 al cubo. Esto es, 5 a la 3 = 125

Un cubo perfecto se puede representar como el volu­men de un cubo cuya arista mide el número natural que se eleva. Por ejemplo, 64 es un cubo perfecto, el cual representa el volumen de un cubo cuya arista mide 4 unidades.

La siguiente tabla muestra los primeros diez cubos perfectos, los cuales resultan de elevar al cubo los diez primeros números naturales.

Tabla 53: Cubos Perfectos.

| Número | Cubo perfecto |
| --- | --- |
| 1 | 1 |
| 2 | 8 |
| 3 | 27 |
| 4 | 64 |
| 5 | 125 |
| 6 | 216 |
| 7 | 343 |
| 8 | 512 |
| 9 | 729 |
| 10 | 1000 |

**Ejemplo:**

Representar gráficamente las siguientes potencias.

1. 7 a la 2
2. 3 a la 3

**Solución**

1. 7 a la 2

Imagen 29: Cuadrado de 7



**Descripción Imagen:** Cuadrado de color verde dividido en 7 filas y en 7 columnas.

1. 3 a la 3

Imagen 30: Cubo de 3



**Descripción Imagen:** Imagen de 3 caras de un cubo de colores amarillo, azul y rojo, cada cara dividida en 3 filas y 3 columnas.

### POTENCIAS DE 10

Las potencias de 10 son utili­zadas comúnmente para repre­sentar cantidades demasiado grandes o demasiado pequeñas. Este tipo de notación se deno­mina notación científica.

Las potencias de 10 son potencias que resultan de elevar el número 10 a cualquier número natural. Por ejemplo, 1000 es una potencia de 10 pues 10 a la 3 = 1000.

El resultado de una potencia de 10 es un 1 seguido de tantos ceros como indi­que su exponente. Así,

* 10 a la 1 = 10
* 10 a la 2 = 100
* 10 a la 3 = 1.000

**Ejemplo:**

Expresar los siguientes números utilizando potencias de 10:

1. 100.000
2. 189.000
3. 1.300.000

**Solución**

1. 100.000 = 10 a la 5
2. 189.000 = 189 X 1.000 = 189 X 10 a la 3
3. 1.300.000 = 13 X 100.000 = 13 X 10 a la 5

### PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN

La potenciación en el conjunto de los números naturales, cumple con las siguientes propiedades:

1. **Producto de potencias de igual base.** Para multiplicar dos o más poten­cias de igual base, se deja la misma base y se suman los exponentes. Esto es,

****

Por ejemplo, 3 a la 5 X 3 a la 2 = 3 a la 7

1. **Cociente de potencias de igual base.** Para dividir potencias de igual base, se deja la misma base y se restan los exponentes. Esto es:

****

Por ejemplo, 

1. **Potencia de una potencia.** Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican los exponentes. Esto es,

****

Por ejemplo, (2 a la 3) a la 5 = 2 a la (3 X 5) = 2 a la 15

1. **Potencia de un producto.** La potencia de un producto es el producto de las potencias de cada uno de sus factores. Esto es,

****

Por ejemplo, (5 X 2) a la 6 = 5 a la 6 X 2 a la 6

1. **Potencia de un cociente.** La potencia de un cociente es el cociente de las potencias de cada uno de sus factores. Esto es,

**, **

Por ejemplo, 

### EL CERO Y EL UNO EN LA POTENCIACIÓN

Cuando la base o el exponente de una potencia están relacionados con los números 0 y 1, se determinan las siguientes propiedades:

1. Todo número natural elevado al exponente cero, da como resultado uno. Así,

****

1. Cero elevado a cualquier número natural, da como resultado cero. Así,

****

1. Todo número natural elevado al exponente uno, da como resultado el mismo número. Así,

****

1. Uno elevado a cualquier número natural, da como resultado uno. Así,

****

1. Cero elevado al exponente cero, no está definido en ningún sistema numérico.

**Ejemplo:**

Utilizar las propiedades de la potenciación para hallar el resultado de las siguientes potencias.

1. ****
2. ****
3. ****
4. ****

**Solución:**

1. 2 a la 3 por 2 a la 4

= 2 a la 3 + 4 Producto de potencias de igual base.

= 128

1. (3 a la 5 por 3 a la 4)/ (3 a la 7)

= (3 a la 9) / (3 a la 7) Producto de potencias de igual base.

= 3 a la 2 Cociente de potencias de igual base.

= 9

1. (5 a la 3 por 5 a la 6) / (( 5 a la 2) a la 4)

= (5 a la 3 por 5 a la 6) / (5 a la 8) Potencia de una potencia

= (5 a la 9) / (5 a la 8) Producto de potencias de igual base.

= 5 a la 1 Cociente de potencias de igual base.

= 5

1. (7 a la 6 por 7 a la 2) / (7 a la 4 por 7 a la 4)

= (7 a la 8) / (7 a la 8) Producto de potencias de igual base.

= 7 a la 0 Cociente de potencias de igual base.

= 1 Natural elevado al exponente cero.

### EXPRESIONES CON POTENCIAS

Para solucionar una expresión que contenga potencias indicadas, se debe tener en cuenta que primero se deben resolver dichas potencias para, luego, resolver las multiplicaciones y divisiones correspondientes en su orden respectivo. Por último, se resuelven las sumas y restas presentes en la expresión.

Si la expresión presenta signos de agrupación, estos se deben eliminar de dentro hacia fuera, resolviendo las operaciones indicadas en cada uno de ellos.

**Ejemplo:**

1. Resolver las siguientes expresiones.
2. 4 X  -   9
3.  X 9 +   2 - 3 X  X 
4.  - {80 - [ + ( X 2)]}

**Solución:**

1. 4 por 5 a la 2 – 3 a la 4 dividido 9

= 4 X 25 – 81  9 Se resuelven las potencias.

= 100 – 9 Se resuelven multiplicaciones y divisiones.

= 91 Se resuelve la resta correspondiente.

1. 2 a la 3 por 9 más 4 a la 3 dividido 2 menos 3 por 2 a la 5 por 13 a la cero

= 8 X 9 + 64  2 – 3 X 32 + 1 Se resuelven potencias.

= 72 + 32 \_ 96 + 1 Se resuelven multiplicaciones y divisiones.

= 9 Se resuelven sumas y restas.

1. 10 a la 2 – {80 – [3 a la 3 + ( 5 a la 2 por 2)]}

= 100 – {80 – [27 + (25 X 2)]} Se resuelven potencias.

= 100 – {80 – [27 + 50]} Se eliminan paréntesis.

= 100 – {80 – 77} Se eliminan corchetes.

= 100 – 3 Se eliminan llaves.

= 97 Se efectúa la resta indicada.

1. Una bacteria es un organismo unicelular y microscópico que se reproduce por división celular sencilla. Muchas enfermedades son causadas por bacterias. Por ejemplo, la bacteria Yersinia pestis es la causante de la peste. Esta rara bacteria azotó a Europa durante el siglo XIV y dejó millones de muertos por todo el continente.

Si se reproduce triplicándose cada 20 minutos, ¿cuántas bacterias Yersinia pestis habrá después de transcurridas dos horas?

**Solución**:

No es tan difícil como se piensa...

El tiempo en que se reproduce la bacteria es de 20 minutos. Es decir, se repro­duce seis veces en el transcurso de las dos horas. Debido a que la bacteria se | triplica, el número de bacterias Yersinia pestis que habrá después de este tiempo, está dado por una potencia de base 3.

Así, 3 a la 6 = 729.

Luego, habrá 729 bacterias Yersinia pestis después de transcurridas dos horas.

### Práctica lo aprendido

1. Escribir cada potencia como un producto
2. 7 a la 2
3. 3 a la 4
4. 9 a la 3
5. 6 a la 4
6. 2 a la 7
7. 4 a la 3
8. 5 a la 5
9. 7 a la 4
10. 5 a la 2
11. 8 a la 3
12. Expresar como potencia cada producto.
13. 2 X 2 X 2 X 2
14. 3 X 3 X 3
15. 7 X 7 X 7 X 7 X 7
16. 5 X 5 X 5 X 5 X 5 X 5 X 5
17. 9 X 9 X 9 X 9
18. 12 X 12 X 12 X 12 X 12
19. Completar la tabla.

Tabla 54: Partes de una potenciación.

| Producto | Base | Exponente | Potencia | Se lee |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 3 X 3 X 3 |  |  |  |  |
|  | 4 |  | 64 |  |
|  | 3 | 8 |  |  |
| 2 X 2 X 2 X 2 X 2 |  |  |  |  |
|  | 6 |  | 216 |  |
|  |  |  |  | “5 al cuadrado es 25” |

1. Relacionar las tres columnas.

**Columna 1:**

1. 5 a la 2
2. 2 X 2 X 2 X 2
3. 3 a la 0
4. 3 X 3
5. 7
6. 9 X 9

**Columna 2:**

1. 1
2. 7 a la 1
3. 5 X 5
4. 9 a la 2
5. 3 a la 2
6. 2 a la 4

**Columna 3:**

1. 25
2. 16
3. 81
4. 7
5. 1
6. 9
7. ¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir un sector cuadrado de una pared cuyos lados miden 90 cm?
8. Indicar mediante una poten­cia, ¿cuántos cubos hay en el piso?

Imagen 31: Cuadrado de 5



**Descripción Imagen:** Cuadrado de color verde dividido en 5 filas y en 5 columnas.

1. Indicar mediante una potencia la cantidad de cubos que hay.

Imagen 32: Cubo de 5



**Descripción Imagen:** Imagen de 3 caras de un cubo de colores rojo, amarillo, verde. Cada una dividido en 5 filas y 5 columnas.

1. Escribir en forma abreviada y calcular.
2. Tres elevado al cubo
3. Seis elevado al cuadrado
4. Dos elevado al cubo
5. Cuatro elevado al cuadrado
6. Los griegos representaban un núme­ro cuadrado perfecto, partiendo de un punto y aña­diendo al borde la cantidad de puntos necesarios hacía la izquierda y hacía arriba, para formar un cuadrado. Los griegos lla­maron a este borde gnomo. Completar la secuencia hasta los primeros cinco números cuadrados.
7. Investigar una forma de encontrar la suma de los primeros números cuadrados perfectos.
8. Expresar los siguientes productos de manera que uno de los factores sea una potencia de 10. Luego, resolverlo.
9. 92 X 3.000
10. 4 X 12.000
11. 7 X 82.000
12. 36 X 5.000
13. 11 X 200
14. 81 X 1.000
15. 1.500 X 30
16. 500 X 15
17. 43 X 12.000
18. 28 X 4.000
19. 38 X 250.000
20. 73 X 9.000
21. Completar la siguiente tabla.

Tabla 55: Distancias a la tierra

| De la Tierra | Distancias en Km | Distancias utilizando potencias de 10 |
| --- | --- | --- |
| La Luna |  | 3.844 X 10 a la 2 km |
| Sol |  | 1.496 X 10 a la 5km |
| Marte |  | 7.824 X 10 a la 4km |
| Plutón |  | 57.504 X 10 a la 5 km |
| Mercurio |  | 916 X 10 a la 5 km |

1. Expresar como una sola potencia.
2. 2 a la 3 X 2
3. 5 a la 5 X (5 a la 2) a la 0  5 a la 3
4. 3 a la 2 X 3 a la 6 X 3 a la 3  3 a la 4
5. (4 a la 2) a la 3 X 4 a la 4  2 a la 4
6. 4 a la 2 X 4 a la 3 X 4 a la 2  2 a la 2
7. 3 a la 4  9 a la 2
8. Escribir >, < o = según corresponda.
9. 7 a la 2 y 2 a la 7
10. 3 a la 2 X 3 a la 5 – 3 a la 3 y 3 a la 4
11. [(5 a la 3) a la 1] a la 2 y [(5 a la 0 ) a la 2] a la 3
12. 6 a la 3 X (6 a la 3) a la 2 y 3 a la 6 X [3 a la 6] a la 2
13. 4 a la 3  4 a la 2 y 1 a la 0
14. (10 a la 5) a la 2  10 a la 0 y (10 a la 2) a la 5
15. Verificar si las siguientes afirmaciones son verdaderas, teniendo en cuenta que a = 2, b = 3, c = 4.
16. (a X b X c) a la 2 = a a la 2 X b a la 2 X c a la 2
17. a a la b  b a la a
18. (b + c) a la a  (b a la a + c a la a)
19. a a la 0  b a la 0
20. (c - a) a la b  (c a la b – a a la b)
21. (a a la b) a la c  a a la (b a la c)
22. ¿Cuáles son los dígitos de las unidades, decenas y centenas del número 5 a la 12.345?
23. Escribir si la expresión es correcta o si no lo es.
24. 9 a la 2 X 4 a la 4 – 4 a la 1 = 9 a la 2 X 4 a la 3
25. a a la 0 = a
26. 2 a la 10  2 a la 4 X 2 a la 3  (2 a la 5)  7
27. (2 a la 2) a la 3  (2 a la 3) a la 2
28. 3 a la 12  3 a la 8 X 3 a la 4 = 3 a la 0
29. (7 a la 2) a la 3 = (2 a la 7) a la 3
30. (5 a la 2 X 5 a la 5) a la 2 = (5 a la 2) a la 7
31. 8 a la 3 X 8 a la 2 8 = 8 a la 2
32. Utilizar las propiedades de la potenciación para simplificar cada expresión.
33. [(8 a la 2)a la 4 X 3 a la 6 X 8 a la 4 X (3 a la 2 X 9) a la 4] / [9 X (3 a la 4) a la 5 X 8 a la 4]
34. [3 a la 5 X 4 a la 4 X (3 a la 2)a la 4 X 4] / [(2 a la 2) a la 2 X 3 a la 5 X 4 a la 2]
35. Resolver las siguientes expresiones.
36. 8 a la 2 X 5 – 7 a la 2  7
37. 54  6 X 8  2
38. 100 – 5 a la 2 – 7 a la 0 X 8  2 a la 2
39. 20 + 100  10 a la 2 + 2 a la 8  2 a la 5
40. 13 X 10 a la 2 - 10 + 5 a la 2 X 5 a la 3  5 a la 4
41. Escribir los paréntesis en el lugar correspondiente para que se cumpla la igualdad.
42. 3 a la 3 – 5 a la 2 X 5 – 5 a la 0 + 17  3 = 14
43. 5 a la 2 X 3 a la 2  5 – 5 a la 0 + 17  3 = 9

## RADICACIÓN EN LOS NATURALES

La radicación es una operación inversa a la potenciación. Permite hallar la base cuando se conocen el exponente y la potencia. Así,

Si a, b, n  N y n > 1, entonces:

Ecuación 2: Radicación.



**Descripción Ecuación:** Símbolo chulo alargado a la derecha desde la punta superior, en el espacio del chulo hay una n, y debajo de la línea alargado hay una b igual a.

Si y sólo si:



En la expresión , n recibe el nombre de índice, b de cantidad subradical o radicando y a de raíz n-ésima.

Por ejemplo, la expresión 5 a la 3 = 125 se puede escribir como raíz tercera de 125 = 5, donde 3 es el índice de la raíz, 125 la cantidad subradical y 5 la raíz.

Para extraer la raíz exacta de un número natural, se busca un número tal que elevado al índice de la raíz dé como resultado la cantidad subradical o radi­cando.

Por ejemplo, Raíz quinta de 32 = 2, pues 2 a la 5 = 32

Las raíces cuyo índice es 2 se denominan raíces cuadradas. A diferencia de los demás casos, en este tipo de raíces no se escribe el índice.

Por ejemplo, raíz de 4, raíz de 25 y raíz de100 son raíces cuadradas.

Las raíces cuyo índice es 3 se denominan raíces cúbicas. Por ejemplo, raíz cúbica de 27, raíz cúbica de 64 y raíz cúbica de 216 son raíces cúbicas.

En la siguiente tabla se muestran algunos ejemplos de raíces.

Tabla 56: Partes de la potenciación.

| Potencia | Raíz Indicada | Índice | Cantidad Subradical | Raíz | Lectura |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 9 a la 2 = 81 | Raíz (81) = 9 | 2 | 81 | 9 | La raíz cuadrada de 81 es 9 |
| 4 a la 3 = 64 | Raíz Cúbica (64) = 4 | 3 | 64 | 4 | La raíz cúbica de 64 es 4 |
| 3 a la 5 = 243 | Raíz Quinta (243) = 3 | 5 | 243 | 3 | La raíz quinta de 243 es 3 |
| 2 a la 7 = 128 | Raíz Séptima (128) = 2 | 7 | 128 | 2 | La raíz séptima de 128 es 2 |

### PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

La radicación en el conjunto de los números naturales, cumple con las siguientes propiedades:

1. **Raíz n-ésima de un producto.** La raíz n-ésima de un producto es igual
al producto de las raíces n-ésimas de cada uno de los factores. Esto es,

****

1. **Raíz n-ésima de un cociente.** La raíz n-ésima de un cociente es igual
al cociente de las raíces n-ésimas de cada uno de los factores. Esto es,

****

### EL CERO Y EL UNO EN LA RADICACIÓN

Cuando la cantidad subradical de una raíz indicada está relacionada con los números 0 y 1, se determinan las siguientes propiedades:

1. La raíz n-ésima de 1, da como resultado 1. Así,



1. La raíz n-ésima de 0, da como resultado 0. Así,



**Ejemplo:**

1. Hallar la medida del lado de un terreno con área igual a 169 metros cuadrados.

**Solución:**

La expresión que determina la medida del lado, está dada por



1. Utilizar las propiedades de la radicación para hallar el resultado de las siguientes raíces.
2. 
3. 

**Solución**

1. Raíz cúbica (27 X 1.000)

= raíz cúbica (27) X raíz cúbica (1.000) Raíz n-ésima de un producto.

= 3 X 10

= 30

1. Raíz cuarta (256 dividido 16)

= Raíz cuarta (256) dividido Raíz cuarta (16) Raíz n-ésima de un cociente.

= 4 dividido 2

= 2

### EXPRESIONES CON RAÍCES

Para resolver una expresión en la que se combinan las diversas opera­ciones vistas, se debe tener en cuenta que primero deben resolverse las potencias y raíces indicadas, luego, las multiplicaciones y divisiones en su orden respectivo, y, por último, las sumas y restas correspondientes. Si el polinomio presenta signos de agrupación, estos se deben eliminar de dentro hacia fuera resolviendo las operaciones indicadas dentro de cada uno de ellos.

**Ejemplo:**

Resolver las siguientes expresiones.

1. 
2. 

**Solución**

1. = 7 X 4 + 32  2 - 5 X 8 + 1 Se resuelven potencias y raíces.

= 28 + 16 - 40 + 1 Se resuelven multiplicaciones y divisiones.

= 5 Se resuelven sumas y restas.

1. = 4 + {10 - [5 X (9 - 9)]} Se resuelven potencias y raíces.

= 4 + {10 - [5 X 0]} Se eliminan paréntesis.

= 4 + {10 - 0} Se eliminan corchetes y llaves.

= 4

### Práctica lo aprendido

1. Calcular cada potencia y escribirla en forma de raíz
2. 8 a la 2
3. 3 a la 6
4. 5 a la 3
5. 9 a la 4
6. 2 a la 8
7. 10 a la 2
8. 12 a la 3
9. 4 a la 4
10. Completar la siguiente tabla.

Tabla 57: Partes de la Radicación.

| Índice | Radicando | Notación | Raíz |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 | 16 | Raíz(16) | 4 |
| 3 |  |  | 3 |
| ? |  | Raíz(49) |  |
| ? |  |  |  |
| ? |  |  |  |
| ? |  |  |  |

1. Subrayar las raíces exactas y encerrar las que no lo son. Justificar la respuesta.
2. Raíz(5)
3. Raíz cúbica(1.000)
4. Raíz (30)
5. Raíz(25)
6. Raíz cúbica (81)
7. Raíz (1)
8. Raíz cúbica (9)
9. Raíz(10000)
10. Raíz cúbica (49)
11. Raíz (0)
12. Raíz cuarta (32)
13. Encontrar el valor de cada raíz. Jus­tificar la respuesta con la potenciación.
14. Raíz cúbica (125)
15. Raíz (36)
16. Raíz cúbica (729)
17. Raíz quinta(5 a la 3 X 5 a la 2)
18. Raíz séptima (128)
19. Raíz novena [(3 a la 2 X 3) a la 3]
20. En las siguientes igualdades se borra­ron exponentes, símbolos radicales e índices. Escribir­los para que se cumpla la igualdad.
21. 576 = 24
22. 19 = 6.859
23. 169 = 13
24. 256 = 4
25. 32 = 2
26. 5 = 125
27. 12 = 1.728
28. 56 = 1
29. 36 = 6
30. Calcular las siguientes raíces aplicando las propiedades de la radicación.
31. Raíz (4 X 25)
32. Raíz (64 X 81 X 100)
33. Raíz (81  9)
34. Raíz cúbica (64  8)
35. Raíz quinta (1 X 100.000)
36. Raíz (36  9)
37. Raíz cuarta ( 16 X 81)
38. Raíz ( 2 a la 2 X 3 a la 2 X 25)
39. Raíz cubica (27 X 125)
40. Raíz cuarta (10 a la 3  1.000)
41. Raíz (49  49)
42. Raíz cuarta (0  16)
43. Calcular el resultado de cada expresión.
44. 3 a la 2  3 a la 2 - 2  raíz(4) + 4 a la 2
45. 4 a la 2 + 4 a la 3 – Raíz( 16) 5 a la 0
46. (Raíz(25) + 5) a la 2  5
47. Raíz(36) X 2 - 2 - 3 X Raíz(4)
48. 3 a la 2 + Raíz(81) X 3 a la 1 + 3 a la 4  9
49. Calcular las siguientes raíces.
50. Raíz(Raíz(81))
51. Raíz(Raíz Cúbica (1.000.000))
52. Raíz(Raíz(256))
53. Raíz(Raíz cuarta (8 a la 2))
54. Raíz(Raíz(625))
55. Raíz Cúbica(Raíz(1.000.000))

## LOGARITMACIÓN EN LOS NATURALES

Al igual que la radicación, la logaritmación es una operación inversa a la potenciación. Esta operación permite hallar el exponente cuando se conocen la base y la potencia. Así,

Si a, b, n  N, y a  1 entonces,

Ecuación 3: Logaritmo



Descripción ecuación: Log subíndice (a) b = n

Si y sólo si



Por ejemplo, 3 a la 4 = 81 se puede expresar como Log base 3 de 81 = 4.

Los logaritmos cuya base es 10 se denominan logaritmos decimales. A diferencia de los demás logaritmos, en este tipo de logaritmos no se escri­be la base. Por ejemplo, Log 100 y Log 1.000 son logaritmos decimales.

La palabra Logaritmo proviene de las palabras griegas logas que significa relación y arithmos que significa número. Fue introducida por primera vez en 1614 por el matemático escocés John Napier, quien también introdujo el punto decimal para separar las cifras decimales de las enteras.

**Ejemplo:**

Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la relación existente entre potenciación, radicación y logaritmación de números naturales.

Tabla 58: Relación entre otras operaciones.

| Base | Exponente | Potencia | Potenciación | Raíz | Logaritmo |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 6 | 64 |  |  |  |
|  |  |  | 3 a la 5 = 243 |  |  |
|  |  |  |  | Raíz cuarta (625) = 5 |  |
|  |  |  |  |  | Log 1000 = 3 |

**Solución**

Tabla 59: Solución de la relación.

| Base | Exponente | Potencia | Potenciación | Raíz | Logaritmo |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 6 | 64 | 2 a la 6 = 64 | Raíz Sexta(64) = 2 | Log base2 de 64 = 6 |
| 3 | 5 | 243 | 3 a la 5 = 243 | Raíz Quinta (243) = 3 | Log base 3 de 243 = 5 |
| 5 | 4 | 625 | 5 a la 4 = 625 | Raíz Cuarta (625) = 5 | Log base 5 de 625 = 4 |
| 10 | 3 | 1000 | 10 a la 3 = 1000 | Raíz cúbica(1.000) = 10 | Log 1.000 = 3 |

### PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

La logaritmación en el conjunto de los números naturales, cumple con las siguientes propiedades.

1. **Logaritmo de un producto.** El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de cada uno de los factores. Esto es,



1. **Logaritmo de un cociente.** El logaritmo de un cociente es la diferen­cia de los logaritmos del dividendo y el divisor. Esto es,



1. **Logaritmo de una potencia.** El logaritmo de una potencia es el pro­ducto del exponente por el logaritmo de la base. Esto es,



### EL CERO Y EL UNO EN LA LOGARITMACIÓN

Cuando los diferentes términos de un logaritmo están relacionados con los números 0 y 1, se determinan las siguientes propiedades:

1. El logaritmo de 1 en cualquier base, es 0. Así,



1. El logaritmo en base x de x, es 1. Así,



1. El logaritmo de O en cualquier base, no está definido en ningún siste­ma numérico.

**Ejemplos:**

1. Utilizar las propiedades de la logaritmación para hallar el resultado de las siguientes expresiones.
2. Log base 2 (3 a la 2 X 8) + Log base 5 (125  25)
3. Log base 3 (243 a la 2) + Log base 6 (216 a la 7)

**Solución:**

1. Log base 2 (3 a la 2 X 8) + Log base 5 (125  25)

= Log base 2 (3 a la 2) + Log base 2 (8) + Log base 5 (125) — Log base 5 (25) Log de un producto y de un cociente.

= 5 + 3 + 3 – 2 Se efectúan los logaritmos.

= 9 Se efectúan las sumas y restas.

1. Log base 3 (243 a la 2) + Log base 6 (216 a la 7)

= (2 X Log base 3 (243)) + (7 X Log base 6 (216)) Logaritmo de una potencia.

= (2 X 5) + (7 X 3) Se efectúan los logaritmos.

= 10 + 21 Se efectúan las sumas y restas.

= 31

1. Una bacteria se reproduce duplicándose cada hora. ¿Cuántas horas habrán transcurrido en el momento que hay exactamente 4096 bac­terias?

**Solución**

Debido a que la bacteria se reproduce duplicándose, el número de horas que habrán transcurrido en el momento que hay exactamente 4096 bacterias, está determinado por un logaritmo de base 2. Así,

Log base 2 (4096) = 12 pues 2 a la 12 = 4096

Luego, habrán transcurrido 12 horas en el momento que hay exactamente 4096 bacterias.

### Práctica lo aprendido

1. Escribir el número que corresponde a x. Luego, escribir cada expresión como un logaritmo.
2. 2 a la x = 8
3. 3 a la x = 81
4. 5 a la x = 625
5. 10 a la x = 1.000
6. 6 a la x = 216
7. 2 a la x = 64
8. 9 a la x = 729
9. 11 a la x = 1.331
10. 7 a la x = 343
11. 4 a la x = 1.024
12. 15 a la x = 225
13. 10 a la x = 10.000
14. Completar la siguiente tabla.

Tabla 60: Ejercicio de partes del logaritmo

| Logaritmación | Base | Número | Logaritmo | Se lee |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Log base 3 (27) |  | 27 |  |  |
|  | 4 |  | 3 |  |
|  | 8 | 64 |  |  |
| Log base 5(125) = 3 |  |  |  |  |

1. Encontrar x, y según corresponda y justificar como potencia.
2. Log base 2 8 = 3
3. Log 100 = x
4. Log base 5 (x) = 4
5. Log base 3 (x) = y
6. Log base 6 (x) = y
7. Escribir >, < o = según corresponda.
8. Log base 6 (36) y 6 a la 2
9. Raíz(81) y Log base 9 (81)
10. (7 a la 0) a la 3 y Log base 6 (6)
11. Log 100 y 10 a la 3
12. Raíz cuarta (27 X 3) y 9 a la 2
13. Log 10 y 10 a la 0
14. Log base 5 (25 X 5) y Log base 5 (25  5)
15. Log base 8 (512) – Log base 8 (64) y (8 a la 0) a la 5
16. Unir las expresiones correspondien­tes en cada columna.

**Potenciación**

1. 5 a la 3
2. 10 a la 4
3. 8 a la 3
4. 9 a la 4
5. 11 a la 2
6. 3 a la 7

**Radicación**

1. Raíz cuarta(6.561)
2. Raíz(121)
3. Raíz cúbica (125)
4. Raíz séptima( (2.187)
5. Raíz cuarta (10.000)
6. Raíz cubica (512)

**Logaritmación**

1. Log (10 a la 4)
2. Log base 11 (121)
3. Log base 8 (512)
4. Log base 3 (2.187)
5. Log base 9 (9 a ala 4)
6. Log base 5 (125)
7. Calcular cada logaritmo aplicando las propiedades.
8. Log base 5 (125  25)
9. Log base 3 (9  3)
10. Log base 11 (1331  121)
11. Log base 7 (49 a la 2)
12. Log ((10 a la 6) a la 2)
13. Log 10000  Log 100
14. Log 100  Log 10

# TEMA 4: TEORÍA DE NÚMEROS

Los cometas son cuerpos celestes formados por un núcleo de hielo y roca rodeado a su vez por una atmósfera nebulosa llamada cabellera o cola.

A medida que un cometa se aproxima al Sol, la alta temperatura solar provoca la evaporación del hielo, haciendo que brille en gran manera. La visibilidad de los cometas depende de la longi­tud de su cola y de su cercanía al Sol y a la Tierra.

Ciertos cometas se acercan a un planeta en determinados perío­dos de tiempo. Un primer cometa se acerca cada 12 años, un segundo cometa cada 24 años y un tercer cometa, cada 60 años. Si la última vez que se aproximaron fue en 1.889, ¿al cabo de cuán­tos años se volverán a encontrar? En ese período de tiempo, ¿cuántas veces habrá pasado cada cometa por dicho planeta?

## MÚLTIPLOS

El conjunto de múltiplos de un número a, se simboliza , y resulta de multiplicar dicho número por todos y cada uno de los números natura­les, incluyendo el 0.

Por ejemplo, el conjunto de todos los múltiplos del número 7 se simboliza , y se determina de la siguiente manera:

 = {0, 7, 14, 21, 28, 35...} Pues:

* 7 X 0 = 0
* 7 X 1 = 7
* 7 X 2 = 14
* 7 X 3 = 21...

El conjunto de múltiplos de un número a cumple las siguientes propie­dades:

1. El número cero siempre pertenece al conjunto, pues todo número mul­tiplicado por cero, da como resultado 0, es decir, a X 0 = 0.

Por ejemplo, 0 es múltiplo de 5 porque 5 X 0 = 0.

1. El número a siempre pertenece al conjunto , pues todo número multiplicado por uno, da como resultado el mismo número, es decir,

a X 1 = 1.

Por ejemplo, 7 es múltiplo de 7 porque 7 X 1 = 7.

1. El conjunto de los múltiplos de cualquier número natural es infinito ya que el conjunto de números naturales es infinito.

Ejemplo

1. Hallar los primeros ocho múltiplos de cada uno de los siguientes números:
2. 5
3. 12

Solución

1. Se multiplica 5 por cada uno de los primeros números naturales (incluyen­do el 0).

Así,

5 X 0 = 0

5 X 1 = 5

5 X 2 = 10

5 X 3 = 15

5 X 4 = 20

5 X 5 = 25

5 X 6 = 30

5 X 7 = 35

Luego,  = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35...}

1. Se multiplica 12 por cada uno de los primeros números naturales.

Así,
12 X 0 = 0

12 X 1 = 12

12 X 2 = 24

12 X 3 = 36

12 X 4 = 48

12 X 5 = 60

12 X 6 = 72

12 X 7 = 84

Luego,  = {0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84...}

1. Determinar de qué números son múltiplos, los siguientes conjuntos:
2.  = {..., 36, 45, 54, 63, 72, 81, ...}
3.  = {..., 99, 110, 121, 132, 143, 154, ...}
4.  = {..., 90, 105, 120, 135, 150, 165, ...}

Solución:

1. a = 9
2. b = 11
3. c = 15
4. Determinar cuáles de los siguientes números son múltiplos de 3, múltiplos de 5 y múltiplos de 3 y 5 simultáneamente.
* 36
* 120
* 225
* 1.025
* 2.050

Solución

* Múltiplos de 3:

36 pues 12 X 3 = 36

120 pues 40 X 3 = 120

225 pues 75 X 3 = 225

1.035 pues 345 X 3 = 1.035

* Múltiplos de 5:

120 pues 24 X 5 = 120

225 pues 45 X 5 = 225

 1.035 pues 207 X 5 = 1.035

 2.050 pues 410 X 5 = 2.050

* Múltiplos de 3 y 5:

225 pues 75 X 3 = 225 y 45 X 5 = 225

120 pues 40 X 3 = 120 y 24 X 5 = 120

1.035 pues 345 X 3 = 1.035 y 207 X 5 = 1.035

1. Mario tiene en su alcancía entre 200 y 220 monedas. Si se sabe que el número de monedas que tiene es múltiplo de 3 y múltiplo de 7, ¿cuántas monedas hay en la alcancía?

Solución

Los múltiplos de 3 entre 200 y 220 son: 201, 204, 207, 210, 213, 216 y 219. Los múltiplos de 7 entre 200 y 220 son: 203, 210 y 217. Luego, el número que cumple con las dos condiciones es 210.

### Práctica lo aprendido

1. Relacionar el grupo 1 con sus múltiplos correspondientes.

Grupo 1:

1. 
2. 
3. 
4. 

Múltiplos:

1. {..., 18, 24, 30, 36, 42, ...}
2. {..., 24, 27, 30, 33, 36, ...}
3. {..., 24, 36, 48, 60, 72, ...}
4. {..., 18, 27, 36, 45, 54, ...}
5. Encerrar el número que no es múl­tiplo del número indicado.
6.  = {..., 8, 10, 12, 14, 17, 18, ...}
7. = {..., 42, 56, 60, 84, 98, ...}
8.  = {..., 72, 90, 108, 128, 144, ...}
9.  = {..., 69, 92, 117, 138, ...}
10. En un torneo de fútbol se asignan pun­tajes a los equipos de la siguiente forma: 5 por parti­do ganado, 3 por partido empatado y 2 por partido perdido.
11. El puntaje de los Lagartos está entre 40 y 50. Además, es múltiplo de 3 y 5. ¿Cuál es el puntaje de los Lagartos?
12. El equipo de los Invencibles ganó tres partidos, empató 2 y perdió 1. ¿Cuál es el puntaje de los Invencibles?, ¿de qué números es múltiplo?
13. El puntaje de las Panteras no superó los 35 puntos. Además, es múltiplo de 2, 3 y 5. ¿Cuál es el puntaje de las Panteras?
14. Un cajero automático utiliza billetes cuya denomi­nación es $10.000, $20.000 y $50.000. ¿Cuántos billetes
y de qué denominación entregará a una persona que hace un retiro de $600.000 y que además recibe la
menor cantidad de billetes?
15. La longitud que avanza en un paso una persona es 60 cm. Si su paso es constante, ¿es posible que haya cami­nado exactamente cuatro kilómetros?
16. Escribir un número que cumpla cada condición.
17. Múltiplo de 4 y de 5 entre 631 y 698.
18. Múltiplo de 7 y 10 entre 250 y 320.
19. Múltiplo de 4, 6 y 13 entre 280 y 350.

## DIVISORES

Los divisores de un número se pueden obtener identificando las multiplicaciones cuyo pro­ducto sea dicho número. Por ejemplo, para hallar los diviso­res de 16 se identifican las multiplicaciones cuyo producto sea 16. Así,

* 1 X 16
* 2 X 8
* 4 X 4

Luego, los divisores de 16 son 1, 2, 4, 8 y 16.

El conjunto de divisores de un número a, se simboliza , y es el conjunto de todos los números que dividen exactamente a dicho número.

Por ejem­plo, el conjunto de todos los divisores del número 8 se simbolizan  y se representan de la siguiente manera:

 = {1, 2, 4, 8} pues,

* 8  1 = 8
* 8  2 = 4
* 8  4 = 2
* 8  8 = 1

El conjunto de divisores de un número a cumple las siguientes propie­dades:

1. El número uno siempre pertenece al conjunto, pues todo número divi­dido entre uno da como resultado el mismo número, es decir, a  1 = a.

Por ejemplo, 1 es divisor de 9 porque 9  1=9.

1. El número a siempre pertenece al conjunto , pues todo número divi­dido entre sí mismo da como resultado 1, es decir, a  a = 1.

Por ejemplo, 11 es divisor de 11 porque 11  11 = 1.

1. El conjunto de los divisores de cualquier número natural es finito.

ALGO IMPORTANTE: Divisores propios: conjunto de divisores que no incluyen a dicho número. Por ejemplo, los divisores propios de 12 son 1, 2, 3, 4 y 6.

Ejemplo:

1. Hallar los divisores de cada uno de los siguientes números:
2. 20
3. 24

Solución

1.  = {1, 2, 4, 5, 10, 20} pues se verifica que,
* 20  4 = 5
* 20  5 = 4
* 20  1 = 20
* 20  2 = 10
* 20  10 = 2
* 20  20 = 1
1.  = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} pues se verifica que,
* 24  1 = 24
* 24  2 = 12
* 24  3 = 8
* 24  4 = 6
* 24  6 = 4
* 24  8 = 3
* 24  12 = 2
* 24  24 = 1
1. Un número perfecto es aquel que es igual a la suma de todos sus divi­sores propios. Por ejemplo, el número 6 es perfecto, puesto que la suma de 1, 2 y 3, sus divisores propios, es 6. Determinar si cada uno de los siguientes números son perfectos:
2. 28
3. 36

Solución

1. Los divisores propios de 28 son 1, 2, 4, 7 y 14. Al efectuar la suma de dichos
divisores se tiene que, 1 + 2 + 4 + 7 +14 = 28

Luego, 28 es un número perfecto.

1. Los divisores propios de 36 son 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12 y 18. Al efectuar la suma de dichos divisores se tiene que: 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 +12+ 18 = 55

Luego, 36 no es un número perfecto.

1. Dos números son amigos cuando la suma de los divisores propios de cada uno, da como resultado el otro. Por ejemplo, los números 220 y 284 son números que cumplen esta propiedad:
*  = {1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110}

1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284

*  = {1, 2, 4, 71, 142}
1. + 2 + 4 + 71 + 142 = 220
2. Determinar si los números 1.184 y 1.210 son números amigos.

Solución

1. Los divisores propios de 1.184 son 1, 2, 4, 8, 16, 32, 37, 74, 148, 296, 592.

Al efectuar la suma de dichos divisores se tiene que:

1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 37 + 74 + 148 + 296 + 592 = 1.210

Los divisores propios de 1.210 son 1, 2, 5, 10, 11, 22, 55, 110, 121, 242, 605.

Al efectuar la suma de dichos divisores se tiene que,

1 + 2 + 5 + 10 + 11 + 22 + 55 + 110 + 121 + 242 + 605 = 1.184

Luego, los números 1.184 y 1.210 son números amigos.

### Práctica lo aprendido

1. Completar la siguiente tabla.

Tabla 61: Divisores

| Número | Divisores |
| --- | --- |
| 8 |  |
|  | 7, 3, 21, 1 |
| 70 |  |
|  | 10, 5, 1, 2, 25, 50 |
| 81 |  |
|  | 18, 1, 3, 6, 12, 36, 4, 2, 9 |
| 25 |  |
|  | 6, 2, 3, 9, 1, 18 |
| 100 |  |
|  | 2, 1, 26, 13 |

1. Completar las siguientes frases con las palabras múltiplo o divisor. Luego, justificar cada afirmación.
2. El cero no es \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ de ningún número.
3. Todo número es \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ de sí mismo y de la unidad.
4. El 24 es \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ de 8.
5. Todo número que es \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ de otro, lo es de los de este.
6. Encontrar números que cumplan con las siguientes condiciones.
7. cinco números que tenga tres divisores.
8. cinco números que tenga dos divisores.
9. cinco números cuyos divisores diferentes de 1 sean pares.
10. cinco números que sean divisibles entre 2 y 3.
11. Escribir V si la afirmación es verda­dera, o F, si es falsa. En caso de ser falsa presentar un ejemplo que lo justifique.
12. Si a es divisor de b y c, entonces, es divisor de b + c.
13. Si a es divisor de b, entonces, a no es divisor de los múltiplos de b.
14. Si a1 + a2 + a3 + a4 son múltiplos de a entonces, a1 + a2 + a3 + a4 es múltiplo de a.
15. Si a es divisor de b y c, entonces, a es divisor de b – c donde b > c.
16. En una clase hay 35 estudiantes. ¿De cuántas for­mas se pueden agrupar de tal manera que cada grupo tenga la misma cantidad de estudiantes?

## CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Los criterios de divisibilidad son técnicas con las cuales se puede deter­minar, de manera rápida y sencilla, cuándo un número es divisible entre otro. Los criterios de divisibilidad comúnmente utilizados son:

* Divisibilidad entre dos. Un número es divisible entre dos, cuando su última cifra es cero o par. Por ejemplo, el número 16 es divisible entre 2 pues su última cifra 6, es un número par.
* Divisibilidad entre tres. Un número es divisible entre tres si la suma de sus cifras es múltiplo de tres. Por ejemplo, el número 36 es divisi­ble entre 3 pues 3 + 6 = 9 y 9 es múltiplo de 3.
* Divisibilidad entre cuatro. Un número es divisible entre cuatro, cuan­do sus dos últimas cifras son ceros o un múltiplo de cuatro. Por ejem­plo, el número 128 es divisible entre 4 pues 28 es múltiplo de 4.
* Divisibilidad entre cinco. Un número es divisible entre cinco, cuando su última cifra es cero o cinco. Por ejemplo, 75 es divisible entre 5 pues su última cifra es 5.
* Divisibilidad entre seis. Un número es divisible entre seis, si es divisi­ble entre dos y entre tres. Por ejemplo, 24 es divisible entre 2 pues su última cifra es par, y es divisible entre 3 pues la suma de sus cifras 2 + 4 = 6 es múltiplo de 3. Por lo tanto, 24 es divisible entre 6.
* Divisibilidad entre nueve. Un número es divisible entre nueve, si la suma de sus cifras es múltiplo de nueve. Por ejemplo, el número 189 es divisible entre 9 pues 1 + 8 + 9 = 18 y 18 es múltiplo de 9.
* Divisibilidad entre diez. Un número es divisible entre diez, si su últi­ma cifra es cero. Por ejemplo, 80 es divisible entre 10 pues su última cifra es 0.

Los pitagóricos estudiaron Las diversas propiedades de algunos números, entre los que se encon­traron los números amigos. El menor par de números amigos, 220 y 284, fue el único par de núme­ros conocido por ellos. Siglos más tarde, Fierre de Fermat (1601-1665) descubrió un segundo par de números amigos: 17.296 y 18.416. Más adelante, Rene Descartes (1596-1650) descubrió un nuevo par de números amigos: 9.363.584 y 9.437.056.

Otros números amigos son:

* 2.620 y 2.924
* 6.232 y 6.368

**Ejemplo:**

1. Utilizar los criterios de divisibilidad para determinar si el número 540 es divisible entre 2, 3, 4, 5, 6, 9 ó 10.
* Es divisible entre 2, pues su última cifra es 0.
* Es divisible entre 3, pues 5 + 4 + 0 = 9, y9 es múltiplo de 3.
* Es divisible entre 4, pues 40 es múltiplo de 4.
* Es divisible entre 5, pues su última cifra es 0.
* Es divisible entre 6, pues es divisible entre 2 y 3.
* Es divisible entre 9, pues 5 + 4 + 0 = 9, y9 es múltiplo de 9.
* Es divisible entre 10, pues su última cifra es 0.
1. Escribir la cifra adecuada en cada número para que cumpla con el criterio de divisibilidad dado.
2. 3\_25 es divisible entre 3
3. 52\_6 es divisible entre 4

**Solución:**

1. 3\_25 es divisible entre 3.

Para que el número sea divisible entre 3 se debe cumplir que la suma de sus cifras sea múltiplo de 3. Así, los números 2, 5 y 8 cumplen con la con­dición dada.

1. 52\_6 es divisible entre 4.

Para que el número sea divisible entre 4 se debe cumplir que el número formado por sus dos últimas cifras sea múltiplo de 4. Así, los números 1, 3, 5, 7 y 9 cumplen con la condición dada.

1. Utilizar los criterios de divisibilidad, para determinar si la afirma­ción es verdadera o falsa.
* Si 18 es divisible entre 3 y 18 es divisible entre 9, entonces 18 es divisible entre 3 X 9 = 27.

**Solución**

La afirmación es falsa, pues 27 no divide a 18. Luego, no es posible concluir que si dos números son divisores de un número, el producto de ellos será divisor de dicho número.

### Práctica lo aprendido

1. Marcar con x la casilla correspondiente.

Tabla 62: Selección de Divisores

| Números | 2 | 3 | 6 | 5 | 10 | 4 | 9 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 48 |  |  |  |  |  |  |  |
| 824 |  |  |  |  |  |  |  |
| 108 |  |  |  |  |  |  |  |
| 125 |  |  |  |  |  |  |  |
| 54 |  |  |  |  |  |  |  |
| 153 |  |  |  |  |  |  |  |
| 90 |  |  |  |  |  |  |  |
| 300 |  |  |  |  |  |  |  |
| 639 |  |  |  |  |  |  |  |
| 100 |  |  |  |  |  |  |  |

1. Eliminar los dígitos necesarios para obtener un número de tres cifras que cumplan con las condiciones dadas.
* Divisible entre 3
1. 568.934
2. 9.017.345
3. 5.487.327
* Divisible entre 6
1. 56.793.210
2. 2.348.675
3. 9.321.604
* Divisible entre 4
1. 640.793
2. 831.429
3. 107.432
4. En una bandeja de 40 metros cuadrados se quieren poner galletas de distintos tamaños sin que se solapen unas con otras.
5. ¿Cuántas galletas cuadradas de 2 cm X 2 cm caben?
6. Si se hacen galletas de 4 cm X 2 cm, ¿queda espacio libre en la bandeja?
7. ¿Cuántas galletas de 4 cm X 2 cm menos que de 2 cm X 2 cm se pueden ubicar en la bandeja?
8. Si se quieren hacer galletas cuadradas lo más gran­ des posibles de tal manera que no quede espacio en la bandeja, ¿de qué dimensiones se deberían hacer? ¿Cuántas galletas serían?
9. Es posible poner galletas de 3 cm X 2 cm de tal forma que no quede espacio en la bandeja. Justificar la respuesta.
10. Representar una bandeja cuadrada que cumpla la condición dada.
11. Se pueden poner 16 galletas de 3 cm X 3 cm.
12. ¿Cuáles son las dimensiones de la bandeja?
13. Marcar V si la afirmación es verda­dera o X si no lo es. Justificar la respuesta.
14. Un número divisible entre cinco no puede ser divisible entre tres.
15. Todo número divisible entre 18, es divisible entre 2 y 9.
16. Todo número divisible entre cuatro, también es divisible entre 16.
17. Un número divisible entre dos puede ser divi­sible entre cinco.
18. Si un número es divisible entre a y b a la vez, también es divisible entre a + b.
19. Hallar el valor de x para que se cum­pla la condición dada.
20. X a la 5 es divisible entre tres y entre cinco.
21. X a la 4 X 3 es divisible entre dos, tres y seis.
22. X a la 6 + 4 es divisible entre dos, cuatro, cinco y diez.
23. X a la 3 + x a la 2 es divisible entre dos, tres, seis y nueve.
24. Con 60 cuadrados, ¿cuántos rectángulos de formas distintas y sin que sobren cuadrados se pueden formar?
25. ¿Cuál es el menor número que hay que sumar a 937 para obtener un número divisible entre 6?
26. Una fábrica de dulces produce cierta cantidad dia­ria que empacan en bolsas, de tal forma que la canti­dad de dulces en cada bolsa es divisible entre 11 y 10 y no mayor a 150 dulces. Si utilizan 220 bolsas, ¿cuán­
tos dulces se producen en un día?
27. Lucía quiere preparar 47 emparedados para sus invitados. Si el pan viene en bolsas de seis unidades cada una, el que­so y el jamón en empaques de 15 y 20 unidades, respectiva­mente, ¿cuál será el mínimo número de paquetes que debe comprar para preparar los emparedados? ¿Cuántas unidades sobrarán de cada producto?

## NÚMEROS PRIMOS

Un número es primo cuando únicamente tiene dos divisores: 1 y él mismo.

Por ejemplo, 13 es un número primo ya que sus únicos divisores son 1 y 13.

Para hallar los números primos, Eratóstenes, famoso matemático del siglo III a.C., ideó un método conocido como la criba de Eratóstenes, tabla que permite hallar los números primos hasta un determinado número. Para construir dicha tabla, es necesario tener en cuenta los pasos que se describen en la criba de Eratóstenes.

CRIBA DE ERATÓSTENES

Se escribe la serie de los números naturales desde el número uno hasta el número que se deseen encontrar los primos. En este caso, se hallarán los números primos del 1 al 100. Luego, se tacha el número 1 y a partir del número 2 (único primo par), se tachan todos los múltiplos de 2. Así,

Tabla 63: Criba de Eratóstenes

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

De igual manera, se hace con los números 3, 5, 7... Y sus respectivos múl­tiplos.

Tabla 64: Números Primos

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Así, los números que quedan sin tachar son los números primos corres­pondientes hasta el número dado. De esta manera, los números primos menores que 100 son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

NÚMEROS COMPUESTOS

Se dice que un número es compuesto, si tiene más de dos divisores. Por ejemplo, el número 15 tiene como divisores  = {1, 3, 5, 15}, luego es un número compuesto por tener más de dos divisores.

En la criba de Eratóstenes, toda la serie de números sombreados (sin con­tar el número 1) son números compuestos.

Ni el uno ni el cero se consideran números primos porque el uno tiene un único divisor que es él mismo, y el cero tiene infinitos divisores.

### Práctica lo aprendido

1. Escribir V, si la afirmación es verda­dera o F, si es falsa.
2. Todo número compuesto tiene por lo menos un factor primo mayor que 1.
3. La suma de dos números primos es un núme­ro primo.
4. El producto de un número primo y uno com­puesto es un número compuesto.
5. Todos los números compuestos son pares.
6. Todo número primo que divide al producto de varios factores divide por lo menos a uno de ellos.
6. Todos los números primos son impares.
7. Expresar los siguientes números como una suma de varios números primos.
8. 90
9. 36
10. 52
11. 85
12. 76
13. 303
14. 324
15. 107
16. 255
17. Dos números son primos gemelos cuando la diferencia entre los dos es 2. Ejemplo: 3 y 5. 16. Hallar cinco pares de primos gemelos.
18. Con la ecuación 4k + 3, k  N es posi­ble escribir algunos números primos y algunos núme­ros compuestos. Con esta información completa la siguiente tabla.

Tabla 65: Primos y Compuestos.

| Número | k | Primo | Compuesto |
| --- | --- | --- | --- |
| 23 |  | x |  |
|  |  |  | X |
|  | 10 |  |  |
|  | 8 |  |  |
|  |  |  | x |
| 63 |  |  |  |

1. ¿Cuál es el número que equivale al triple del menor número primo aumentado en 13? ¿El número que se obtiene es primo o compuesto? ¿Por qué?
2. ¿En cuánto se debe aumentar 109 para obtener el número primo más cercano a este?
3. Encontrar tres números compuestos impares divi­sibles entre 11.
4. Encontrar tres números compuestos pares divisi­bles entre 7 y 14.

## DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN FACTORES PRIMOS

Todo número compuesto se puede expresar como el producto de dos o más factores primos. Para descomponer un número en factores primos, se divide sucesivamente el número dado entre cada uno de los números primos hasta llegar al número 1 como último cociente.

Ejemplo

1. Descomponer los siguientes números en factores primos:
2. 60
3. 525

Solución:

1. 60.
* 60 es divisible entre 2. Entonces 60  2 = 30
* 30 es divisible entre 2. Entonces 30  2 = 15
* 15 es divisible entre 3. Entonces 15  3 = 5
* 5 es divisible entre 5. Entonces 5  5 = 1

Así, 60 = .

Otra forma de descomponer un número en factores primos es utilizando un diagrama de árbol. Así:

Imagen 33: Descomposición del 60.

****

Descripción imagen: 60 se desprende a izquierda el 4, a derecha el 15, entre estos el signo X. Del 4 se desprende a izquierda el 2 y a derecha el 2, entre estos el signo X. Del 15 se desprende a izquierda el 3 y a derecha el 5, entre estos el signo X. El producto de los números que se desprenden tanto del 4 como del 15 corresponden a la descomposición del 60.

Se busca cualquier par de números cuyo producto sea el número dado.

Se sigue la descomposición hasta que todos sean factores primos.

Luego, 60 = .

1. 525
* 525 es divisible entre 3. Entonces 525  3 = 175
* 175 es divisible entre 5. Entonces 175  5 = 35
* 35 es divisible entre 5. Entonces 35  5 = 7
* 7 es divisible entre 7. Entonces 7  7 = 1

Así, 525 = 

Por diagrama de árbol, se tiene que,

Imagen 34: Descomposición del 525

****

Descripción imagen: 525 se desprende a izquierda el 15, a derecha el 35, entre estos el signo X. Del 15 se desprende a izquierda el 3 y a derecha el 5, entre estos el signo X. Del 35 se desprende a izquierda el 5 y a derecha el 7, entre estos el signo X. El producto de los números que se desprenden tanto del 15 como del 35 corresponden a la descomposición del 525.

Luego, 525 = 

### Práctica lo aprendido

1. Relacionar cada número con su descomposición en diferentes factores y factores primos.

Números

1. 150
2. 600
3. 225
4. 80
5. 1.550
6. 128
7. 40
8. 1.350
9. 5.000

Factores

1. 10 X 4 X 2
2. 5 X 2 X 4
3. 40 X 3 X 5
4. 155 X 5 X 2
5. 16 X 4 X 2
6. 45 X 5
7. 2 X 15 X 5
8. 125 X 10 X 4
9. 10 X 15 X 9

Descomposición

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. Verifica si la descomposición en factores primos es correcta, si no lo es corrígele.
11. 49.000 = 
12. 1.600 = 
13. 37.800 = 
14. 2.352 = 
15. 18.200 = 
16. 1.225 = 
17. 200 = 
18. 4.096 = 
19. 648 = 
20. 5.488 = 
21. 22.400 = 
22. 3.861 = 
23. 37.800 = 
24. 11.907 = 
25. Descomponer en factores primos los siguientes números.
26. 640
27. 63
28. 1.800
29. 420
30. 7.000
31. 90
32. 1.144
33. 75
34. 8.750
35. Seleccionar los números que son factores primos del número dado.

Tabla 66: Identificación de Divisores.

| Números | a | b | C | d | e | f | g | h | I |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 900 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 8 | 11 | 13 |
| 1.008 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 8 | 11 | 13 |
| 567 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 8 | 11 | 13 |
| 5.720 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 8 | 11 | 13 |
| 936 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 9 | 8 | 11 | 13 |

## MÁXIMO COMÚN DIVISOR PENSAMIENTO NUMÉRICO

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divi­sores comunes de dichos números. Por ejemplo, para hallar el máximo común divisor de los números 8, 12 y 16 se hallan los divisores de cada número, se toman los divisores comunes y se escoge el mayor. Así,

= {1, 2, 4, 8}

 = {1, 2, 3, 4, 6, 12}

 = {1, 2, 4, 8, 16}

En este caso, los divisores comunes son el 1, el 2 y el 4. Así, el máximo común divisor entre 8, 12 y 16 es 4 y se simboliza como

mcd (8, 12, 16) = 4

Otra forma de hallar el máximo común divisor de dos o más números, consiste en descomponer simultáneamente dichos números en factores primos. El máximo común divisor será el producto de sus divisores comunes.

La descomposición en factores primos de una serie de números se realiza de la siguiente manera:

1. Organización de los números de manera horizontal.
2. A la izquierda del ultimo número se separa con una línea vertical los divisores y se escribe el primer divisor.
3. Debajo de los números se escribe el resultado de la división de cada uno de estos por el primer divisor en caso de que esta sea posible, si no lo es, se escribe el mismo número.
4. Cuando se evacua la división por el divisor 2, se continúa de manera accedente con los números primos que sea posible.
5. Cuando se obtenga cociente 1 para cada uno de los números iniciales, se finaliza el proceso.
6. Se marcan con asterisco los números que son divisores comunes a todos.

Imagen 35: Obtención mcd entre 12, 18 y 24

****

Descripción Imagen: 12, 18 24 organizados horizontalmente a la derecha del 24 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada y a la izquierda de esta pero en el mismo nivel el primer divisor que es 2\*. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: 6, 9, 12, después de la línea el 2, resultados 3, 9, 6, después de la línea el 2, resultados 3, 9, 3, después de la línea el 3\*, resultados 1, 3, 1, después de la línea el 3, resultados 1 (debajo solo del 3).

El 2 es divisor de todos los números (divisor común).

El 3 es divisor de todos los números (divisor común).

Luego, mcd (12, 18, 24) = 2 X 3 = 6.

Ejemplo

1. Hallar el máximo común divisor de los siguientes números:
2. 36 y 42
3. 30, 45 y 60

Solución

Imagen 36: Descomposición de 36 y 42



Descripción Imagen: 36, 42 organizados horizontalmente a la derecha del 42 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2\*. Debajo de cada uno de los 2 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 18, 21, después de la línea el 2, resultados 9, 21 después de la línea el 3\*, resultados 3, 7 después de la línea el 3, resultados 1, 7 después de la línea el 7, resultados 1 (debajo solo del 7).

El 2\* es divisor de 36 y 42 (divisor común)

El 3\* es divisor de 36 y 42 (divisor común)

Luego, mcd (36, 42) = 2 X 3 = 6

Imagen 37: Descomposición del 30, 45 y 60.

1. ****

Descripción Imagen: 30, 45, 60 organizados horizontalmente a la derecha del 60 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 15, 45, 30, después de la línea el 2, resultados 15, 45, 15 después de la línea el 3\*, resultados 5, 5, 5 después de la línea el 5\*, resultados 1, 1, 1.

El 3 es divisor de 30, 45 y 60 (divisor común)

El 5 es divisor de 30, 45 y 60 (divisor común)

Luego, mcd (30, 45, 60) = 3 X 5 = 15

1. Cristina tiene 18 rosas amarillas, 27 rosas blancas y 45 rosas rojas para hacer ramos.
2. ¿Cuál es el mayor número de rosas de igual color que puede poner en
cada ramo sin que le sobre ninguna?
3. ¿Cuántos ramos salen de cada color?

Solución

1. Se halla el máximo común divisor de 18, 27 y 45, para determinar el mayor número de rosas que puede poner Cristina en cada ramo. Así,

Imagen 38: Descomposición de 18, 27, 45.

****

Descripción Imagen: 18, 27, 45 organizados horizontalmente a la derecha del 45 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 9, 27, 45, después de la línea el 3\*, resultados 3, 9, 15 después de la línea el 3\*, resultados 1, 3, 5 después de la línea el 3, resultados 1, 5, debajo del 3 y del 5, después de la línea el 5, debajo del 5 el 1.

Luego, mcd (18, 27, 45) =  = 9. Entonces, el mayor número de rosas que debe poner Cristina en cada ramo es 9.

1. Para determinar cuántos ramos saldrán de cada color, basta con dividir cada número de rosas de igual color entre el máximo común divisor:
* 18  9 = 2 ramos de rosas amarillas
* 27  9 = 3 ramos de rosas blancas
* 45  9 = 5 ramos de rosas rojas

Así, Cristina obtendrá 2 ramos de rosas amarillas, 3 ramos de rosas blancas y 5 ramos de rosas rojas.

1. Una persona tiene tres terrenos de áreas 16 , 64  y 80 . Desea fraccionarlos de tal manera que queden, respectivamente, lotes iguales y de la mayor superficie posible.
2. ¿Cuál será el área máxima de cada lote?
3. ¿Cuántos lotes se obtendrán de cada terreno y cuántos en total?

Solución

1. Se halla el máximo común divisor de 16, 64 y 80. Así,

Imagen 39: Descomposición del 16, 64 y 80.

****

Descripción Imagen: 16, 64, 80 organizados horizontalmente a la derecha del 80 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2\*. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 8, 32, 40, después de la línea el 2\*, resultados 4, 16, 20 después de la línea el 2\*, resultados 2, 4, 10 después de la línea el 2\*, resultados 1, 2, 5, después de la línea el 2, resultados 1, 5, debajo del 2 y 5 , después de la línea el 5, debajo del 5 el 1.

Luego, mcd (16, 64, 80) =  = 16. Entonces, el área máxima de cada lote es de 16 .

1. Para determinar el número de lotes que saldrán de cada terreno, se divide el área de cada lote entre el máximo común divisor.
* 16  16 = 1 lote del terreno de 16 
* 64  16 = 4 lotes del terreno de 64 
* 80  16 = 5 lotes del terreno de 80 

Así, en total saldrán 1 + 4 + 5 = 10 lotes de 16  cada uno.

### Práctica lo aprendido

1. Calcular el mcd de cada grupo de nú­meros.
2. 33, 77
3. 54, 76 y 114
4. 57, 133 y 532
5. 600, 1.200 y 1.800
6. 171, 342 y 684
7. 200, 150 y 25
8. 500 y 900
9. 840, 960 y 720
10. 35, 50 y 120
11. Escribir el número D que hace falta para que la igualdad se cumpla.
12. mcd(14D5, 37D) = 27
13. mcd(13D, 2D, 30) = 5
14. mcd(D0, 3D, D6) = 6
15. mcd(1D0, 46D) = 4
16. Un triángulo tiene 18  de área.
17. ¿Es posible formar el ABC con triángulos de 4  sin que se solapen entre ellos? Justificar la respuesta.
18. ¿Es posible formar el ABC con triángulos de 9  sin que se solapen entre ellos?
Justificar.
19. ¿Es posible formar el ABC con triángulos de 2  y 3  sin que se solapen entre ellos? Si es así, ¿cuántos triángulos se necesitarán de cada uno?
20. En la siguiente tabla se registraron las dimensiones de cuatro pistas de baile.

Tabla 67: Largo y Ancho de Pistas.

| Pista | Largo | Ancho |
| --- | --- | --- |
| Pista A | 12 | 4 |
| Pista B | 15 | 6 |
| Pista C | 10 | 5 |
| Pista D | 16 | 7 |

Se quieren poner baldosas cuadradas para recubrir las superficies de las pistas sin que se desperdicie material.

1. ¿Qué dimensiones, como máximo, deben tener las baldosas que recubrirán la pista A? ¿Cuántas se usarán?
2. ¿Qué dimensiones, como máximo, deben tener las baldosas que recubrirán la pista B?
3. ¿Qué dimensiones, como máximo, deben tener las baldosas que recubrirán la pista D?
4. ¿En cuál pista se usarán más baldosas?
5. Escribir cinco ejemplos numéricos pa­ra cada expresión.
6. Si el mcd(a, b) = c, entonces, mcd(,) = 
7. Si el mcd(a, b) = 1, entonces, mcd(a + b, ab) = 1.
8. Si el mcd (b, c) = 1, entonces, mcd(a, bc) = mcd(a, b) X mcd(a, c).
9. Si el mcd(a, b) = 1 y b es múltiplo de c, entonces, mcd(a, c) = 1.
10. Dos números a y b se dicen primos relativos si mcd(a, b) = 1. Escoger siete parejas de primos relativos entre los siguientes números.
* 36
* 45
* 66
* 18
* 227
* 24
* 99
* 78
* 31
* 17
* 312
* 24
* 67
* 315
* 46
* 35
* 36
1. Encontrar los números pedidos.
2. mcd(a, b) = 14
3. mcd(a, b) = 8
4. mcd(a, b) = 210 tal que 250 < a < 520 y 580 < b < 650.
5. En un campamento hay 48 mujeres y 56 hombres. Hay que formar grupos con igual cantidad de inte­grantes, de manera que en cada uno la cantidad de hombres sea la misma y la cantidad de mujeres tam­bién. ¿Cuál es la mayor cantidad de grupos que se pue­den armar y cómo estarán formados?
6. Xiomara tiene 45 piedras azules, 60 piedras rojas y 30 piedras verdes. Si ella quiere hacer el mayor núme­ro de collares iguales sin que sobre ninguna piedra, ¿cuántos collares iguales puede hacer? ¿Cuántas pie­dras de cada color tendrá cada collar?
7. Se desea cortar los siguientes trozos de madera en partes iguales y de la mayor longitud posible. ¿Cuál se­rá la longitud máxima de cada pieza? ¿Cuántas partes se obtendrán de cada trozo?
* Trozo 1: 360 cm
* Trozo 2: 480 cm
* Trozo 3: 240 cm

## MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El mínimo común múltiplo de dos o más números es el menor múltiplo común diferente de O de dichos números. Por ejemplo, para hallar el mínimo común múltiplo de los números 4, 8 y 12, se hallan los múlti­plos de cada número, se toman los múltiplos comunes y se escoge el menor. Así:

 = {0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, ...}

 = {0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56,...}

 = {0, 12, 24, 36, 48, 60,...}

En este caso, los múltiplos comunes son el 24 y el 48. Así, el mínimo común múltiplo entre 4, 8 y 12 es 24 y se simboliza como mcm (4, 8, 12) = 24.

Otra forma de hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, consiste en descomponerlos simultáneamente en factores primos, donde el mcm será el producto de estos factores. Así:

Imagen 40: Descomposición del 4, 8 y 12.

****

Descripción Imagen: 4, 8, 12 organizados horizontalmente a la derecha del 12 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 2, 4, 6, después de la línea el 2, resultados 1, 2, 3 después de la línea el 2, resultados 1, 3 debajo del 2 y del 3, después de la línea el 3, resultado 1.

Luego, mcd (4, 8, 12) = 2 X 2 X 2 X 3 =  X 3 = 24.

Ejemplo

1. Hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de los siguientes números:
2. 20, 30 y 45
3. 16, 24, 80 y 120

Solución:

Imagen 41: Descomposición del 20, 30 y 45.

1. 

Descripción Imagen: 20, 30, 45 organizados horizontalmente a la derecha del 45 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 10, 15, 45, después de la línea el 2, resultados 5, 15, 45 después de la línea el 3, resultados 5, 5, 15 después de la línea el 3, resultados 5, 5, 5 después de la línea el 5\*, resultados 1, 1, 1.

El 5 los divide a los tres.

Luego, mcd (20, 30, 45) = 5 y mcm (20, 30, 45) =  X  X 5 = 180.

Imagen 42: Descomposición del 16, 24, 80 y 120.

1. ****

Descripción Imagen: 16, 24, 80 y 120 organizados horizontalmente a la derecha del 120 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2\*. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 8, 12, 40, 60, después de la línea el 2\*, resultados 4, 6, 20, 30 después de la línea el 2\*, resultados 2, 3, 10, 15 después de la línea el 2, resultados 1, 3, 5, 15, después de la línea el 3, resultados 1, 5, 5, debajo del 3, 5 y 15. Después de la línea el 5, debajo del 5, 5 el 1, 1.

Luego, mcd (16, 24, 80, 120) = = 8 y mcm (16, 24, 80, 120) =  X 3 X 5 = 240.

1. Una sirena suena cada 10 segundos, otra cada 12 segundos y una ter­cera, cada 15 segundos. Si a las 6:00 a.m. coincidieron las tres, ¿a qué hora volverán a sonar nuevamente al mismo tiempo?

Solución

Se halla el mínimo común múltiplo entre 10, 12 y 15.

Imagen 43: Descomposición del 10, 12 y 15.

****

Descripción Imagen: 10, 12 y 15 organizados horizontalmente a la derecha del 15 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 5, 6, 15, después de la línea el 2, resultados 5, 3, 15, después de la línea el 3, resultados 5, 1, 5 después de la línea el 5, resultados 1 y 1, debajo del 5 y 5.

Luego, mcm (10, 12, 15) =  X 3 X 5 = 60.

Las sirenas volverán a sonar nue­vamente en 60 segundos (1 minuto), es decir, a las 6:01 a.m.

1. Los cometas son cuerpos celestes formados por un núcleo de hielo y roca rodeado a su vez por una atmósfera nebulosa llamada cabe­llera o cola.

A medida que un cometa se aproxima al Sol, la alta temperatura solar provoca la evaporación del hielo, haciendo que brille en gran manera. La visibilidad de los cometas depende de la longitud de su cola y de su cercanía al Sol y a la Tierra.

Ciertos cometas se acercan a un planeta en determinados períodos de tiempo. Un primer cometa se acerca cada 12 años, un segundo cometa cada 24 años y un tercer cometa, cada 60 años. Si la última vez que se aproximaron fue en 1889, ¿al cabo de cuántos años se vol­verán a encontrar? En ese período de tiempo, ¿cuántas veces habrá pasado cada cometa por dicho planeta?

Solución

En primer lugar, se halla el mínimo común múltiplo entre 12, 24 y 60:

Imagen 44: Descomposición del 12, 24 y 60.

****

**Descripción Imagen:** 12, 24 y 60 organizados horizontalmente a la derecha del 60 se encuentra una línea vertical que está hasta la última división realizada, a la izquierda de esta el número 2. Debajo de cada uno de los 3 números está escrito el resultado de la división por el número primo indicado, de la siguiente manera: resultados 6, 12, 30, después de la línea el 2, resultados 3, 6, 15, después de la línea el 2, resultados 3, 3, 15 después de la línea el 3, resultados 1, 1, 5 después de la línea el 5, debajo del 5 el 1.

Luego, mcm (12, 24, 60) =  X 3 X 5 = 120.

Entonces, los tres cometas se encontrarán al cabo de 120 años, es decir, en el año 2009.

Para determinar cuántas veces habrá pasado cada cometa por dicho planeta, basta con dividir 120 entre cada uno de los períodos de acercamiento al pla­neta. Así:

* Primer cometa 120  12 = 10
* Segundo cometa 120  24 = 5
* Tercer cometa 120  60 = 2

Luego, el primer cometa habrá pasado diez veces, el segundo cometa cinco < veces y el tercer cometa dos veces.

### Práctica lo aprendido

1. Hallar el mcm de los siguientes números:
2. 9 y 27
3. 24 y 58
4. 100 y 70
5. 30 y 45
6. 60 y 180
7. 56, 72 y 34
8. 16, 84 y 13
9. 18, 72 y 32
10. 120, 300 y 90
11. Escribir tres ejemplos numéricos para cada expresión.
12. mcm(a, b) = (a X b)  mcd(a, b)
13. mcd(a, b) = 1, entonces, mcm(a, b) = ab.
14. Sí b es múltiplo de a, entonces, mcm(a, b) = b.
15. En una tabla de 32 columnas se organizaron algunos símbolos que se repiten en forma periódica. A continuación se muestra una parte de la tabla.

Tabla 68: Organización de Símbolos.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | A |  |  | A |  |  | A |
|  | B |  | B |  | B |  | B |  |
|  |  |  | C |  |  |  | C |  |

1. ¿En qué columnas coinciden A y C?
2. ¿En qué columnas coinciden A y B?
3. ¿En qué columnas coinciden A, B y C?
4. ¿Cuál símbolo se repite menor cantidad de veces?, ¿por qué?
5. Para que coincidan A, B y C cuatro veces. ¿Cuántas columnas como mínimo debe tener la tabla?
6. Unir cada grupo de números con su mcm y mcd.

Números

1. 90 y 36
2. 8, 16 y 32
3. 55, 45 y 36
4. 100, 150 y 10
5. 24 y 51
6. 6, 16 y 28
7. 228 y 36

mcm

1. 1.980
2. 408
3. 684
4. 180
5. 336
6. 32
7. 300
8. Una cuerda de 90 cm se marca con colores distintos: con rojo cada 5 cm, con verde cada 10 cm, con azul cada 15 cm. Escribir en qué puntos de la cuerda coinciden los siguientes colores.
9. Rojo y verde
10. Rojo y azul
11. Verde y azul
12. ¿En algún punto coincidirán los tres colores? Justificar la respuesta.
13. En un colegio hay tres tim­bres, uno para preescolar, que suena cada 30 minutos, otro para primaria, que suena cada 45 minutos, y el de bachillerato, que suena cada 60 minutos. Si los tres suenan al tiempo a las 7:00 a.m.:
14. ¿A qué hora volverán a sonar los tres al tiempo?
15. En el momento en que vuelven a sonar los tres tim­bres, ¿cuántas veces habrá sonado el timbre de prima­ria?
16. Si el timbre de preescolar ha sonado 15 veces, ¿qué hora es?
17. ¿A qué horas suenan al tiempo los timbres de pri­maria y bachillerato?
18. El coordinador de preescolar decide alargar la hora del timbre diez minutos más durante la semana cultural. ¿Cuántas veces coincidirá este timbre con el de bachi­llerato?
19. Los vuelos a Medellín salen cada 50 minutos; a Pereira cada dos horas y a Bucaramanga cada cuatro horas. Si a las 7:00 a.m. salieron vuelos para los tres desti­nos, ¿a qué hora volverán a salir simultáneamente?
20. La mamá de Santiago lo inscribió durante sus vacaciones en tres cursos que funcionan de domingo a domingo.

Curso 1:

Pintura: Cada 3 días. Inicia junio 13.

Curso 2:

Guitarra: Cada 2 días. Inicia 13 de Junio

Curso 3:

Natación: Cada 6 días. Inicia 13 de junio.

1. ¿Qué días del mes de junio y julio coincidirán sus clases de pintura, natación y música?
2. ¿Cuántos días durante los meses de junio y julio tendrá dos actividades?
3. ¿Existe días en que sólo realice una actividad? ¿Cuáles son?

# BIBLIOGRAFÍA

1. Estrada, W. (2008). *Delta 6*. Bogotá D.C.: Grupo Editorial Norma.
2. Salgado, D. (2013). *Nuevas Matemáticas*. Bogotá D.C.: Santillana.