**INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA SAGRADA FAMILIA J.M.**

**GUÍA DIDÁCTICA ALGEBRA GRADO 9 PERIODO 2 -2020**

**TEMA: ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO PARTE 2**

**SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS**

Resolver o solucionar una ecuación de segundo grado $ax^{2}+bx+c=0$ es encontrar los valores de X que satisfacen la ecuación. Estos valores se llaman **raíces** de la ecuación de segundo grado. En el caso de la gráfica de la función cuadrática los ceros de la misma son los puntos de la gráfica (si ellos existen), para los cuales Y=0. En el caso que estamos analizando, los ceros y las raíces vendrían a significar lo mismo.

Una ecuación cuadrática o ecuación de segundo grado, puede tener cero, una o dos soluciones reales, dependiendo de los coeficientes que aparezcan en dicha ecuación. Si se trabaja en los números complejos entonces se puede decir que toda ecuación cuadrática tiene dos soluciones.

**FORMAS DE SOLUCIONAR UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA**

**1.- POR FACTORIZACIÓN:**

Recordemos que si a y b son números reales tales que ab=0, entonces a=0 ˅ b=0. Esta propiedad (que es válida también para números complejos) es útil en algunos casos, para encontrar las raíces de una ecuación cuadrática, cuando el polinomio correspondiente puede ser factorizado.

Ej. 1.- Resolver la ecuación de segundo grado $ X^{2}-3X+2=0$.

SOLUCIÓN:

El polinomio de la izquierda puede factorizarse así: $X^{2}-3X+2=(X-2)(X-1)$

Si el producto de dos factores es cero entonces, aplicando la propiedad enunciada anteriormente se tiene:

 $\left(X-2\right)=0 ˅ \left(X-1\right)=0$ y resolviendo: $ X=2 ˅ X=1$ por lo tanto 2 y 1 son la raíces de la ecuación.

Ej. 2.- Resolver por factorización la ecuación: $3X^{2}-7X+2=0$

SOLUCIÓN:

$$3X^{2}-7X+2=\left(3x-1\right)\left(X-2\right)$$

$$\left(3x-1\right)\left(X-2\right)=0 entonces \left(3x-1\right)=0 ˅ \left(X-2\right)=0$$

Resolviendo: $3x=1, X=\frac{1}{3} ˅ X-2=0, X=2 $luego las raíces de la ecuación son $\frac{1}{3}$ y 2

Ej. 3.- Resolver por factorización: $9X^{2}+6X+1=0 entonces \left(3X+1\right)^{2}=0$

$$ extrayendo raíz en ambos miembros 3X+1=0 luego X=-1/3$$

Ej.4.-Resolver por factorización: $ 4Y^{2}-Y+\frac{1}{16}=0 entonces \left(2Y- \frac{1}{4}\right)^{2}=0$

 $ extrayendo raíz en ambos miembros 2Y- \frac{1}{4}=0 luego Y=\frac{1}{8}$

Ej. 5.- Factorización de un trinomio de la forma $ax^{2}+bx+c=0$, con a $\ne $ 0

Factorizar : 2$X^{2}+3X-5=0 entonces \left(2X+5\right)\left(X-1\right)=0 luego \left\{\begin{array}{c}2X+5=0 entonces X= -5/2\\X-1=0 entonces X=1\end{array}\right.$

**Recordar:** Dos números que multiplicados den 2$X^{2}$ son ellos: 2X y X; dos números que multiplicados den -5 y además que la suma algebraica del producto de los extremos con el producto de los medios dé el término 3X.

Por lo tanto, las raíces de la ecuación son -5/2 y 1.

Ej. 6.- Resolver por factorización:

 $6X^{2}-33X+42=0 entonces \left(3X-6\right)\left(2X-7\right)=0 luego \left\{\begin{array}{c}3X-6=0 entonces X\_{1}= 2\\ 2X-7=0 entonces X\_{2}=7/2\end{array}\right.$

EJERCICIOS:

Resolver por factorización:

1.) $9X^{2}-12X+4=0 $ 2.)$ m^{2}+\frac{1}{2}m+\frac{1}{16} =0$

3.) $Y^{2}-\frac{1}{3}Y+\frac{1}{36} =0$ 4.)$ 16Z^{2}-40Z+25=0$

5.)$ 9X^{2}-6aX+a²=0 $ 6.) $49Y^{2}+42aY+9a²=0$

7.) $7X^{2}-32X-15=0$ 8.) $5X^{2}-26X+24=0$

9.) $X^{2}-5X-24=0$ 10.) $ X^{2}-11X+30=0$

11.) $t^{2}-8t+15=0$ 12.) $15X^{2}+9X-6=0$

13.) $8X^{2}-18X-5=0$ 14.)$ 6X^{2}+13X+6=0$

**2.- POR COMPLETACIÓN**:

PROCEDIMIENTO:

a.- Se aísla el término independiente

b.- Si el coeficiente de X² es diferente de 1, dividimos cada término de la ecuación por ese coeficiente.

c.- Sumamos a los dos miembros de la ecuación el cuadrado de la mitad del coeficiente de X, para formar un trinomio

 cuadrado perfecto.

d.- Factorizamos

e.- Extraemos raíz cuadrada, positiva y negativa del cuadrado.

f.- Despejamos X.

Ej. 1.- Resolver la siguiente ecuación $ X^{2}+6X-7=0 $factorizando por completación.

a.- Se aísla el termino independiente: $ X^{2}+6X=7$

b.- El coeficiente de X² es 1

c.- Se suma el cuadrado de la mitad del coeficiente de X: $X^{2}+6X+(\frac{6}{2})^{2}= 7+ (\frac{6}{2})^{2}$

d.- Factorizamos $(X+3)^{2}=16$

e.- Extraemos raíz cuadrada en ambos miembros: X + 3 = ± 3

f.- Despejamos X: X = ± 4 – 3 entonces $\left\{\begin{array}{c}X\_{1}=4-3=1\\X\_{2}= -4-3= -7\end{array}\right.$

Ej. 2.- Resolver la ecuación: $3X^{2}+5X+ \frac{3}{4}=0$

a. $3X^{2}+5X=- \frac{3}{4}$ b. $X^{2}+ \frac{5}{3}X= - \frac{1}{4}$

c. $X^{2}+ \frac{5}{3}X+\left(\frac{5}{6}\right)^{2}=- \frac{1}{4}+\frac{25}{36}$ d. $(X+ \frac{5}{6})^{2}= \frac{16}{36}$ e. $X+\frac{5}{6}= \pm \frac{4}{6}$

f. $X= \pm \frac{4}{6}- \frac{5}{6}$ entonces $\left\{\begin{array}{c}X\_{1}= \frac{4}{6} - \frac{5}{6}=-\frac{1}{6}\\X\_{2}= -\frac{4}{6} -\frac{5}{6} = -\frac{3}{2}\end{array}\right.$

EJERCICIOS:

Resolver por completación las siguientes ecuaciones:

1.) $ Y^{2}+6Y-40=0$ 2.) $ Y^{2}-8Y-9=0$

3.) $ X^{2}-5X-1=0$ 4.) $ X^{2}+9X+16=0$

5.) $5t²+4t-3=0$ 6.) $ 8t^{2}-16t-1=0$

**3.- POR FORMULA:**

DEMOSTRACIÓN DE LA FÓRMULA:

De la ecuación general $ax^{2}+bx+c=0$ demostremos la fórmula para solucionar ecuaciones cuadráticas:

a. Se aísla el término independiente: $ax^{2}+bx=-c$

b. Como el coeficiente de X² es diferente de 1, se divide la ecuación por ese coeficiente. $X^{2}+\frac{b}{a}X=- \frac{c}{a}$

c. Sumamos a cada miembro de la ecuación el

 cuadrado de la mitad del coeficiente de X: $(\frac{b}{2a})^{2}$ entonces: $X^{2}+ \frac{b}{a}X+(\frac{b}{2a})^{2}=-\frac{c}{a} + \frac{b^{2}}{4a^{2}}$

d. Factorizamos: $(X+\frac{b}{2a} )^{2}= \frac{b^{2}-4ac}{4a^{2}}$

e. Extraemos raíz en ambos miembros de la ecuación: $X+ \frac{b}{2a}= \pm \frac{\sqrt{b^{2 }-4ac}}{2a}$

f.- Despejamos X:

|  |
| --- |
| $$X= \frac{-b \pm \sqrt{b^{2 }-4ac}}{2a}$$ |

Ej. 1.- Resolver aplicando la fórmula la siguiente ecuación cuadrática: $ 5X^{2}-26X+24=0$

De la ecuación se tiene que $\left\{\begin{array}{c}a=5\\b= -26\\c=24 \end{array}\right.$ entonces: $X= \frac{-b \pm \sqrt{b^{2 }-4ac}}{2a}$ = $\frac{-(-26) \pm \sqrt{(-26)^{2 }-4(5)(24)}}{2(5)}$

$$X= \frac{26 \pm \sqrt{676-480}}{10}=\frac{26 \pm \sqrt{196}}{10}= \frac{26 \pm 14}{10} entonces: \left\{\begin{array}{c}X\_{1}= \frac{26+14}{10}=4\\X\_{2 }= \frac{26-14}{10}=1,2\end{array}\right. $$

Ej. 2.- Resolver aplicando la fórmula la siguiente ecuación cuadrática: $12t^{2}+t-6=0$

De la ecuación se tiene que $\left\{\begin{array}{c}a=12\\b= 1\\c=-6 \end{array}\right.$ entonces: $X= \frac{-b \pm \sqrt{b^{2 }-4ac}}{2a}$ = $\frac{-1 \pm \sqrt{1^{2 }-4(12)(-6)}}{2(12)}$

$$X= \frac{-1 \pm \sqrt{1+288}}{24}=\frac{-1 \pm \sqrt{289}}{24}= \frac{-1 \pm 17}{24} entonces: \left\{\begin{array}{c}X\_{1}= \frac{-1+17}{24}=\frac{2}{3}\\X\_{2 }= \frac{-1-17}{24}=-\frac{18}{24}=-\frac{3}{4}\end{array}\right. $$

EJERCICIOS:

Resolver aplicando la fórmula cuadrática las siguientes ecuaciones.:

1.) $ 5t^{2}-3t-2=0$ 2.) $ 4t^{2}+6t-1=0$

3.) $ Y^{2}-5y-6=0$ 4.) $ 1/2X^{2}-X+1/4=0$

5.) $ 5X^{2}-3X-5=0$ 6.) $ 9X^{2}+X-8=0$