

★ ★ ★ Razones y proporciones

¿Qué es una razón (ratio)?

Una razón es una relación de dos magnitudes o también un cociente entre las magnitudes. Puede ser representada:

$$\frac{a}{b}$$

o

$$a:b$$

Expresa con una razón los siguientes enunciados

a) Un automóvil ha recorrido 280 km en 3 horas

$$\frac{280 \text{ km}}{3 \text{ h}}$$

$$280:3$$

b) Tenemos que poner 750 g de pasta para 4 comensales

$$\frac{750 \text{ g}}{4 \text{ co}}$$

$$750:4$$

c) La tarifa es de 50€ cada 2 meses

$$\frac{50 \text{ €}}{2 \text{ me}}$$

$$50:2$$

¿Qué es una proporción?

Una proporción es una igualdad entre dos razones. Así, dadas dos razones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, tendríamos una proporción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. La proporción de arriba se lee **a es a b como c es a d**. Además, a **a** y **d** se les conoce como extremos, mientras que a **b** y **c** se les conoce como a medios.

Propiedades de las proporciones

Propiedad 1: En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \boxed{a \cdot d = b \cdot c}$$

$b \neq 0 \quad d \neq 0$

$$\frac{12}{6} = \frac{10}{5} \rightarrow 12 \cdot 5 = 6 \cdot 10 \rightarrow 60 = 60$$

Propiedad 2: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \boxed{\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}}$

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} \rightarrow \frac{10+5}{5} = \frac{8+4}{4} \rightarrow \boxed{\frac{15}{5} = \frac{12}{4}}$$

Propiedad 3: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \boxed{\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}}$

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} \rightarrow \frac{10-5}{5} = \frac{8-4}{4} \rightarrow \frac{5}{5} = \frac{4}{4} \quad \boxed{1 = 1}$$

Propiedad 4: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} \rightarrow \boxed{\frac{10}{8} = \frac{5}{4}}$$

Propiedad 5: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \boxed{\frac{d}{b} = \frac{c}{a}}$

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} \rightarrow \boxed{\frac{4}{5} = \frac{8}{10}}$$

Propiedad 6: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \boxed{\frac{b}{a} = \frac{d}{c}}$

$b \neq 0 \quad d \neq 0$

$$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} \rightarrow \boxed{\frac{5}{10} = \frac{4}{8}}$$

Propiedad 7: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$

$$\frac{1}{3} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24} = \frac{1+8+16}{3+12+24} = \boxed{\frac{26}{39}}$$

Cuarta proporcional: $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{x} \rightarrow [3][x] = [4][6] \rightarrow 3x = 24 \quad x = \frac{24}{3} \rightarrow \boxed{x=8}$$

Tercera proporcionalidad: $\frac{a}{b} = \frac{b}{x}$

$$\frac{3}{6} = \frac{6}{x} \rightarrow [3][x] = [6][6] \rightarrow 3x = 36 \quad x = \frac{36}{3} \rightarrow \boxed{x=12}$$

Media proporcional: $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$

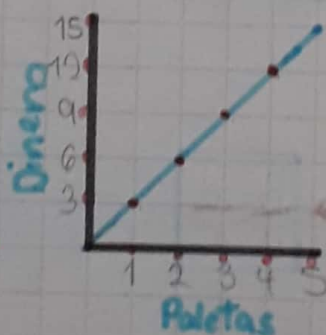
$$\frac{27}{x} = \frac{x}{3} \rightarrow [27][3] = [x][x] \rightarrow 81 = x^2 \quad \sqrt{x^2} = \sqrt{81} \rightarrow \boxed{x=9}$$

Clases de proporcionalidad

Directa: La proporcionalidad directa es aquella que si una aumenta, la otra también aumenta.

Gráfica-Ejemplo:

Paletas	Dinero
1	3
2	6
3	9
4	12



Inversa: La proporcionalidad inversa es aquella que si aumenta una disminuye la otra en la misma proporcionalidad.

Ejemplo: En mi patio tengo 20 perros que tardan 10 días en comerse un costal de alimento. ¿Cuánto tiempo tardarán 40 perros en terminarse el mismo costal de alimento?

Perros
20
40

Días
10
?

$$20 \times 10 = 200 \div 4 = 5$$

20 10
40 5