

Teorema del coseno

Temas y subtemas

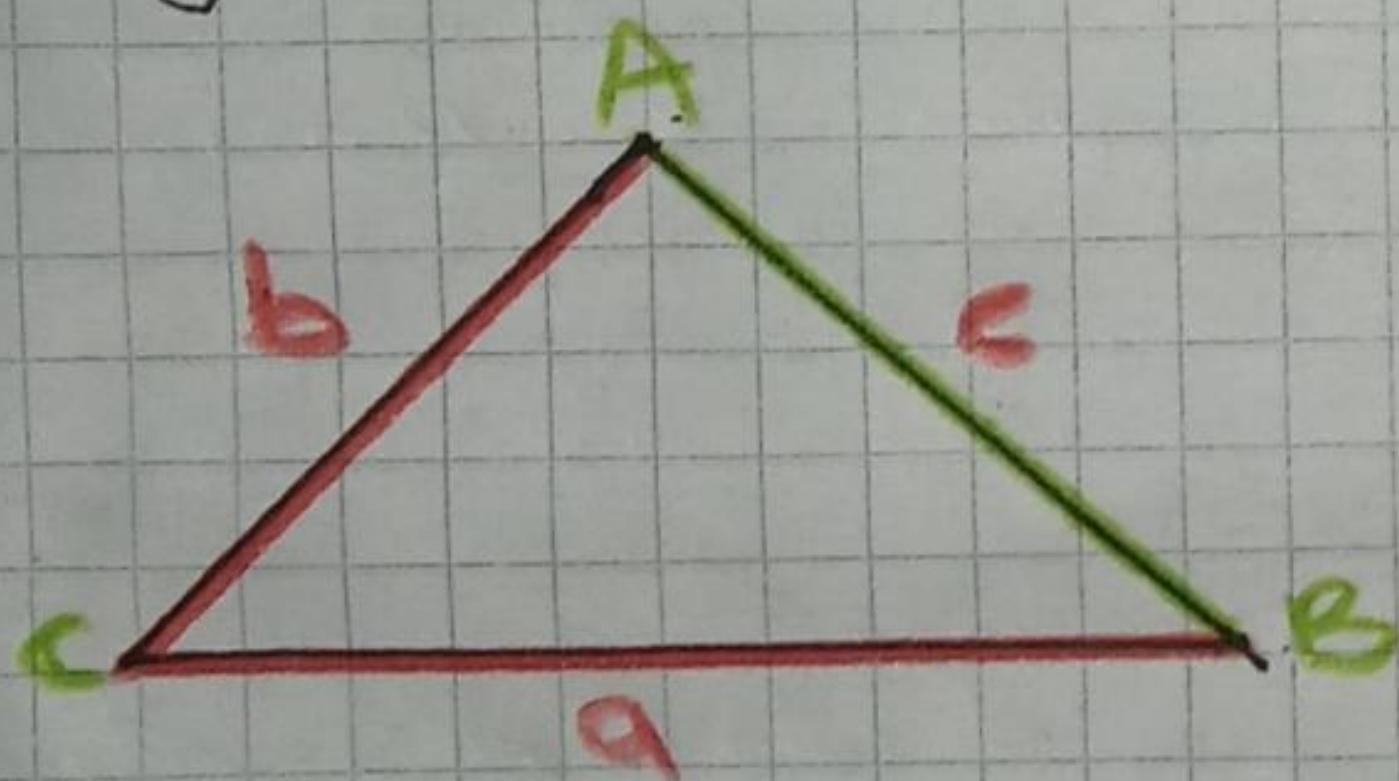
Teorema del coseno

el teorema del coseno es una generalización del teorema de pitágoras en los triángulos no rectángulos que relaciona un lado de un triángulo con los otros dos y con el coseno de ángulo formado por estos dos lados. Es un teorema comúnmente utilizado en trigonometría que establece:

Dado un triángulo ABC, siendo α, β, γ , los ángulos, y a, b, c los lados respectivamente opuestos a estos ángulos entonces:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

Aplicación: resolución de triángulos oblicuángulos resolver un triángulo conociendo los tres lados

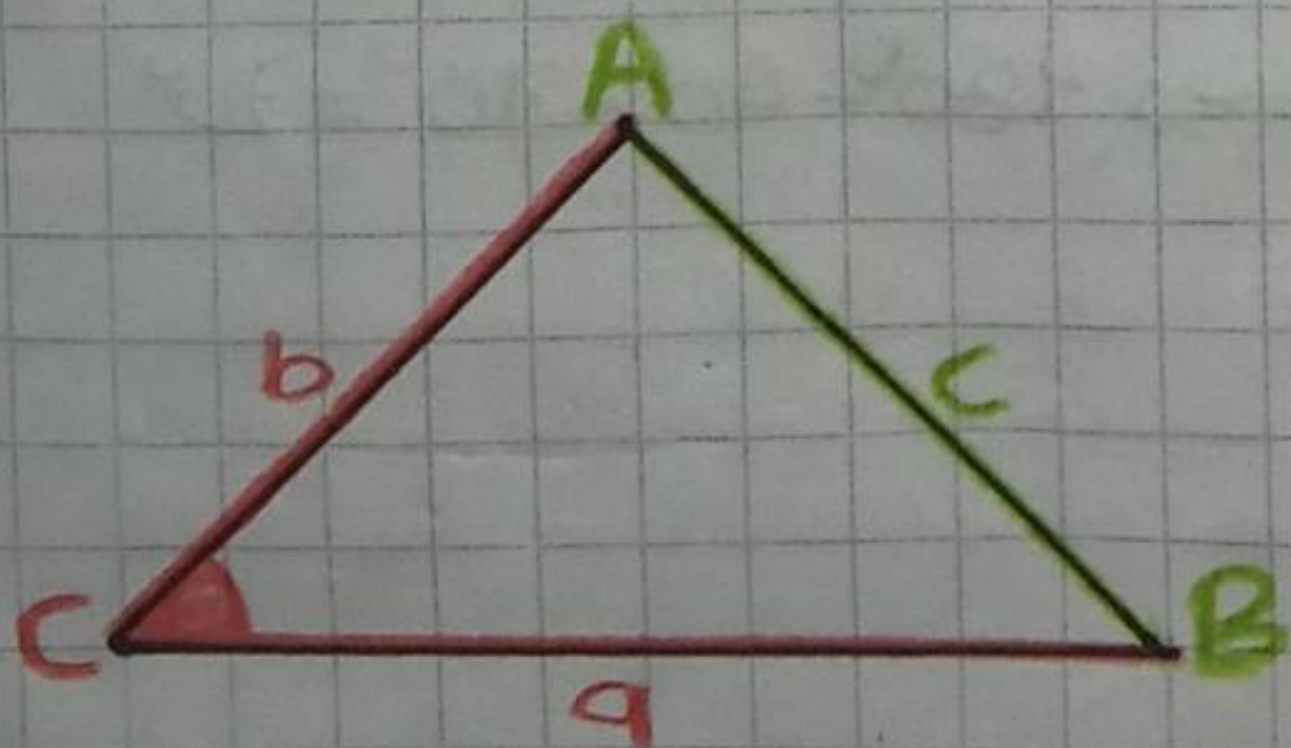


$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$C = 180^\circ - A - B$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

Resolver un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido



$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cos C}$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \sin B = \frac{c \cdot \sin C}{b}$$

$$A = 180^\circ - B - C$$

Actividad

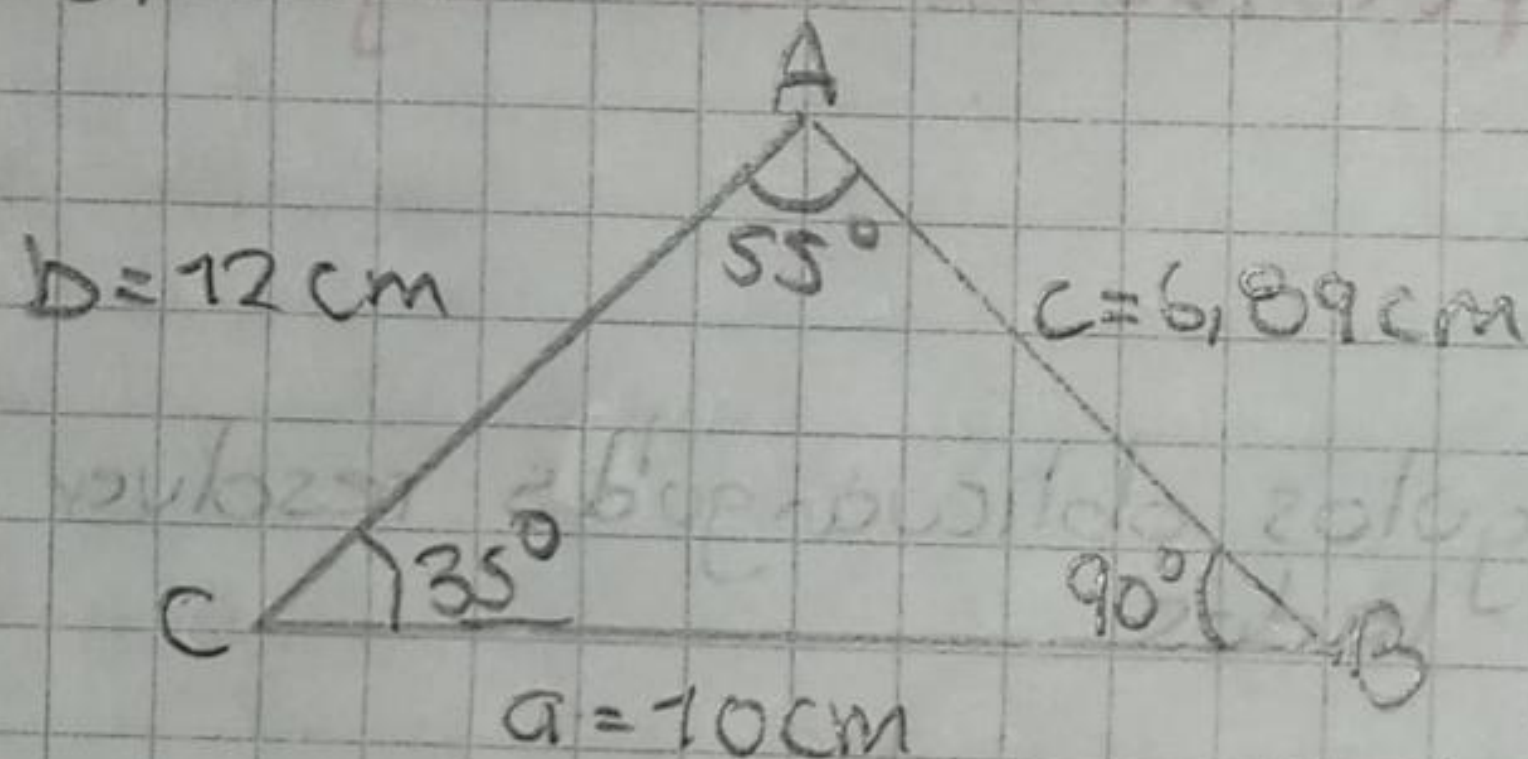
1. En los siguientes ejercicios: a, b , y c son las medidas de los lados de un triángulo, mientras que A, B, C son las medidas de los ángulos opuestos a esos lados, respectivamente. Resuelve el triángulo en cada caso:

a) $a = 10\text{cm}$, $b = 12\text{cm}$, $C = 35^\circ$

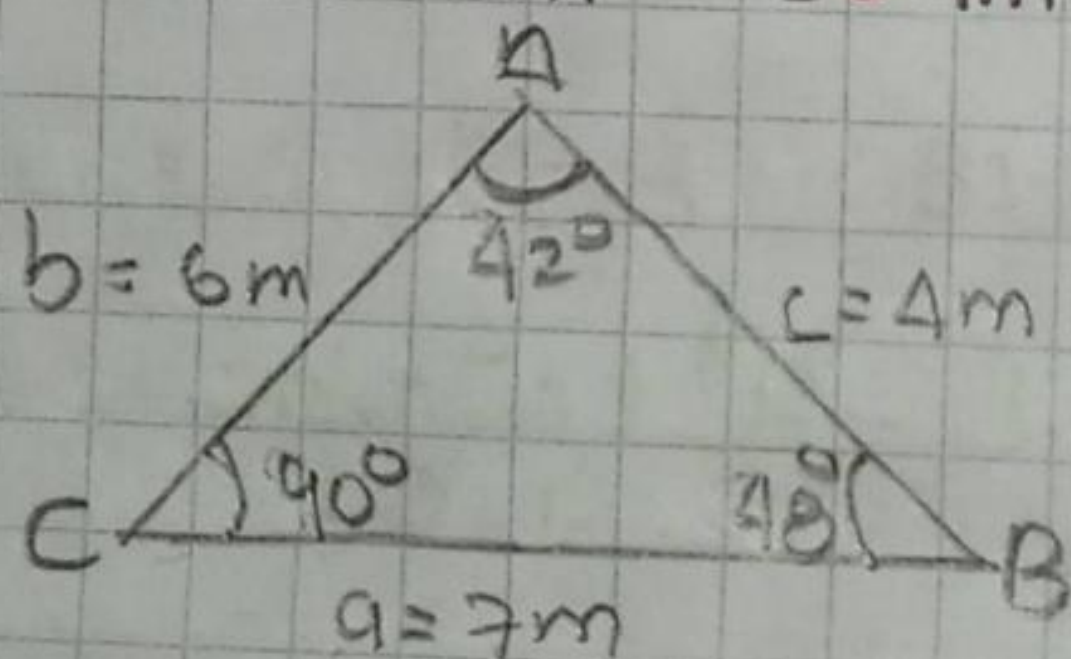
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos 35^\circ$$

$$c = \sqrt{(10\text{cm})^2 + (12\text{cm})^2 - 2 \cdot 10\text{cm} \cdot 12\text{cm} \cdot 0,819}$$

$$c = 6,89\text{cm}$$



b. $a = 7\text{m}$, $b = 6\text{m}$, $C = 42^\circ$



c. $c = 10\text{cm}$, $B = 40^\circ$, $A = 70^\circ$

El valor del ángulo opuesto a c es $180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$

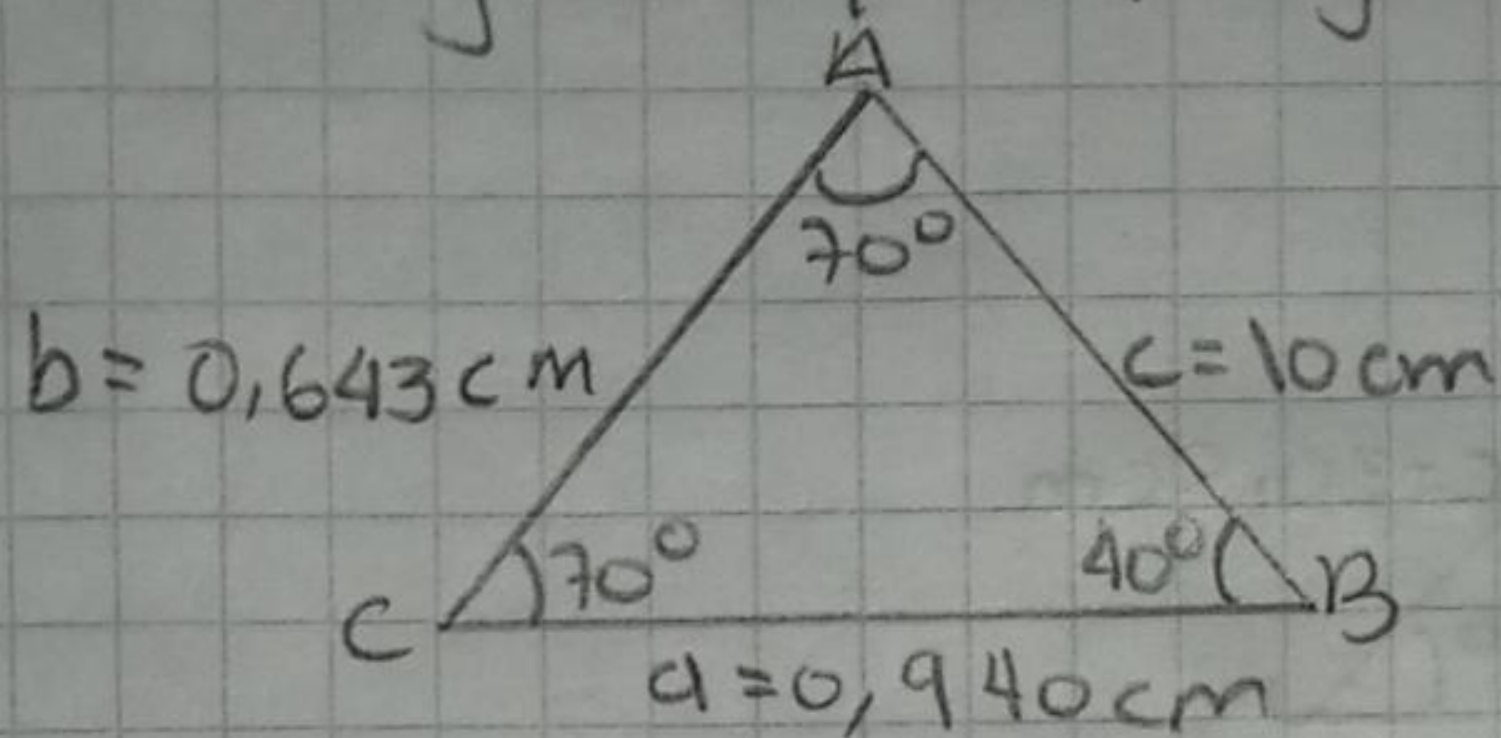
$$A \sin 70^\circ = B \sin 40^\circ$$

$$B = \sin 40^\circ \cdot A \sin 70^\circ$$

$$B = 0,643 \cdot 10\text{cm} / 0,940$$

$$B = 6,84\text{cm}$$

$A = C$ por que al tener dos ángulos iguales, también tiene dos lados iguales y el triángulo isósceles.

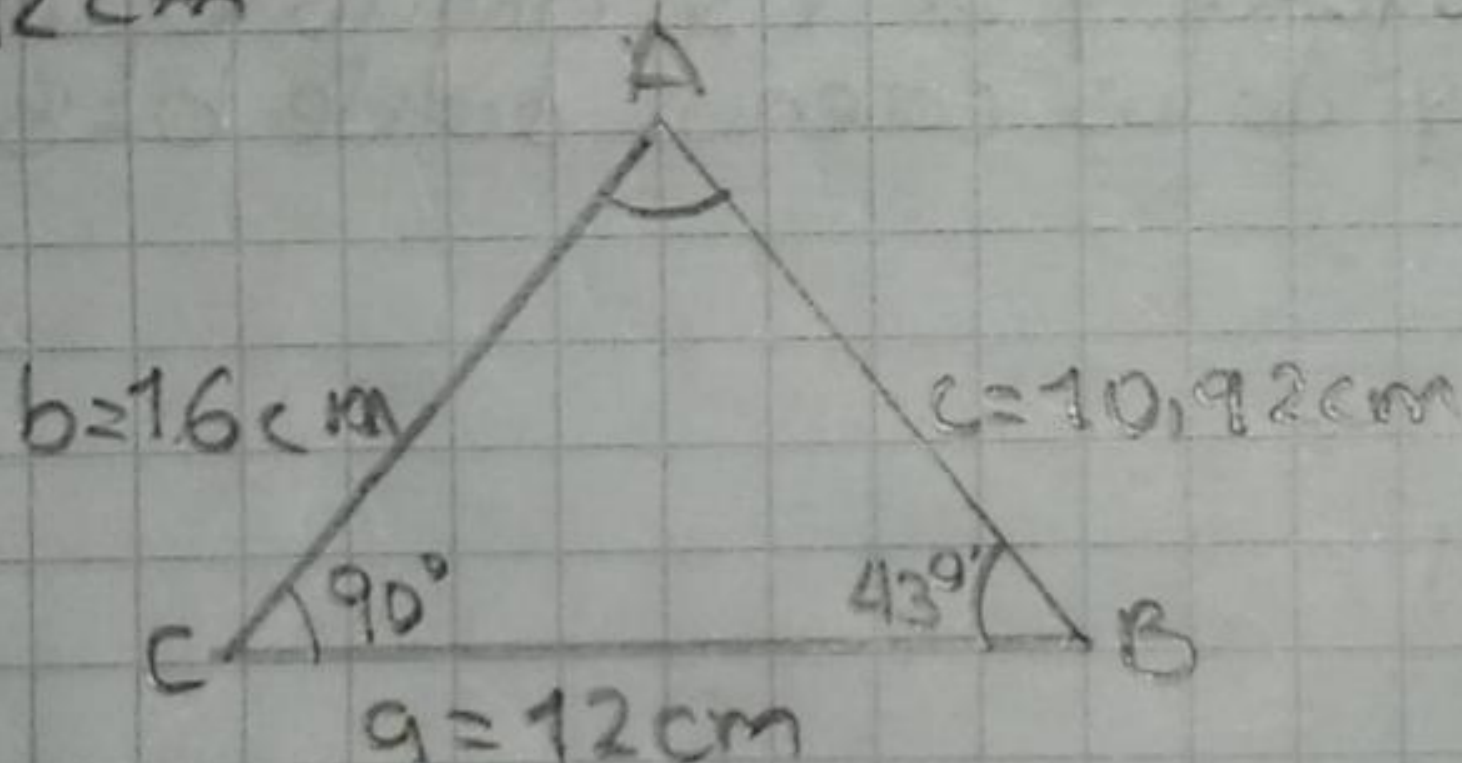


d. $a = 12 \text{ cm}$ $b = 16 \text{ cm}$ $B = 43^\circ$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos 43^\circ$$

$$c = \sqrt{(12 \text{ cm})^2 + (16 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 16 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 0.731}$$

$$c = 10.92 \text{ cm}$$



e. $A = 53^\circ$ $B = 75^\circ$ $c = 30.5 \text{ cm}$

El valor opuesto a A es $180^\circ - 53^\circ - 75^\circ = 52^\circ$

$$C / \sin 52^\circ = A / \sin 53^\circ$$

$$A = \sin 53^\circ \cdot C / \sin 52^\circ$$

$$A = 0.799 \cdot 30.5 \text{ cm} / 0.788$$

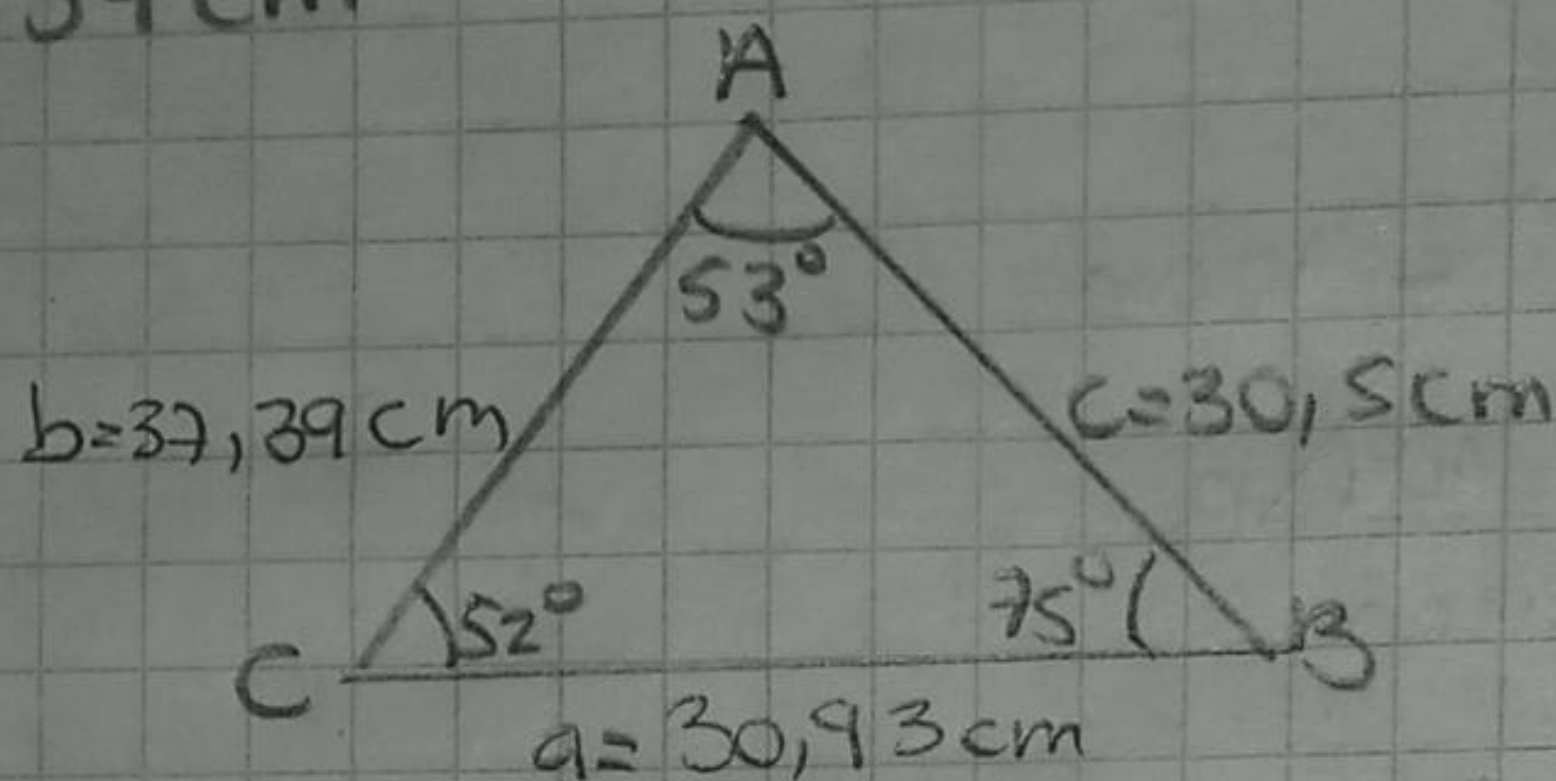
$$a = 30.43 \text{ cm}$$

$$C / \sin 52^\circ = B / \sin 75^\circ$$

$$B = \sin 75^\circ \cdot C / \sin 52^\circ$$

$$B = 0,966 \cdot 30,5 \text{ cm} \quad 10,788$$

$$b = 37,39 \text{ cm}$$



2. Dos lados adyacentes de un paralelogramo se cortan en un ángulo de 36° y tienen longitudes de 3 y 8 cm. Determina la longitud de la diagonal menor.

R1. Los lados adyacentes y la diagonal menor forman un triángulo. Si llamamos "a" a la diagonal y α a su ángulo opuesto (36°) podemos emplear la ley de los cosenos donde $b = 8 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha}$$

$$a = \sqrt{8^2 + 3^2 - 2(8)(3) \cos 36^\circ}$$

$$a = \sqrt{64 + 9 - 48(0.809)}$$

$$a = \sqrt{73 - 38.8}$$

$$a = \sqrt{34.2}$$

$$a = 5.84 \text{ cm}$$

La diagonal menor del paralelogramo mide 5.84 cm

3. Dos trenes parten simultáneamente de una estación en dirección tal que forman un ángulo de 30° , uno va a 15 km/hr y el otro a 25 km/hr determina a qué distancia se encuentran separados después.

$$X^2 = \sqrt{30^2 + 50^2 - 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot \cos 30^\circ}$$

DD MM AA

$$x = \sqrt{30^2 + 50^2 - 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot \sqrt{3}/2} = 900 + 2500 - 1500 \cdot \sqrt{3} = 801,92 \text{ km}^2$$

$$x = \sqrt{801,92} = 28,318 \text{ km}$$