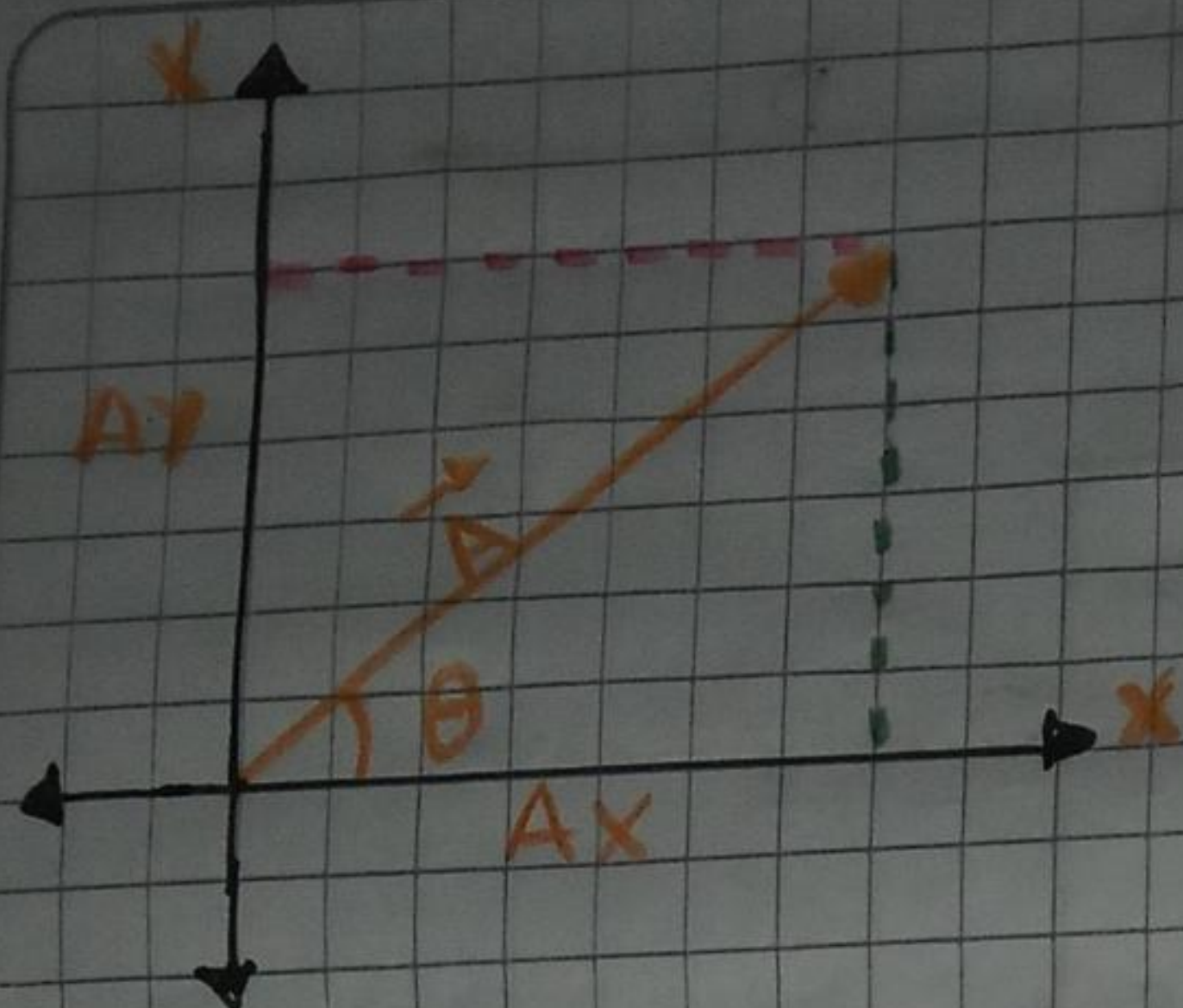


Guía #5

Componentes de un Vector

Componentes rectangulares de un Vector: En general, los componentes de un vector son otros vectores, en direcciones perpendiculares. El eje de referencia principal más utilizado en el plano cartesiano, según este marco de referencia, las componentes horizontales son vectores en dirección al eje x . Las magnitudes de los componentes se encuentran relacionadas con la magnitud del vector principal por medio del teorema de Pitágoras, tomando como catetos las componentes, y como hipotenusa el vector principal. La dirección del vector principal relaciona también a las magnitudes de las componentes por medio de las relaciones trigonométricas conocidas para un triángulo simple. Las relaciones más utilizadas son el seno, coseno y tangente.

marfil

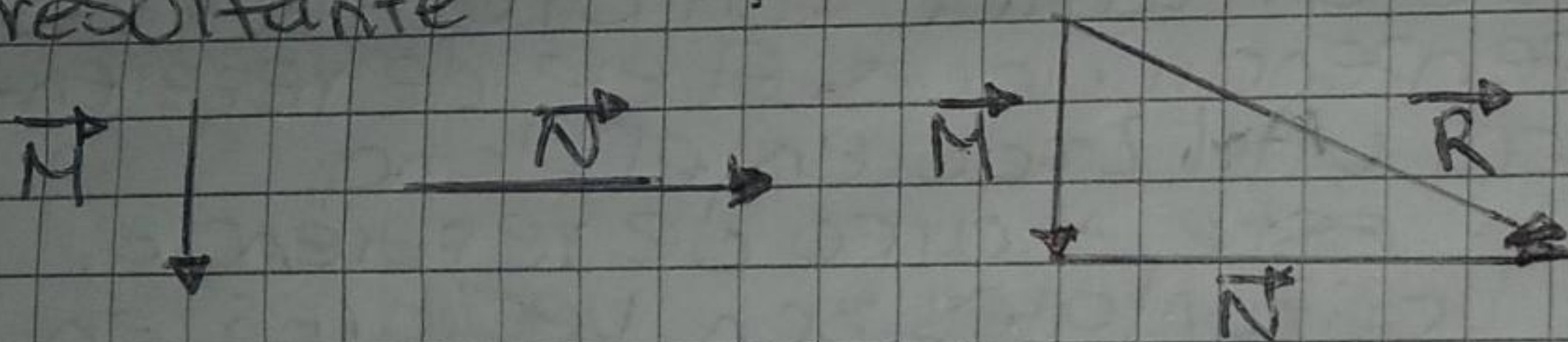


$$A_x = A \cos \theta$$

$$A_y = A \sin \theta$$

Suma de vectores: para sumar dos vectores $M \times N$ que son perpendiculares: se utiliza el teorema de Pitágoras para hallar la magnitud del vector resultante

Ejemplo: Dados los vectores $\vec{M} = 3$ y $\vec{N} = 4$, perpendiculares entre sí hallar la magnitud del vector resultante



Solución: Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos que

$$R = \sqrt{M^2 + N^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

Para determinar la dirección del vector resultante aplicamos la relación trigonométrica tangente.

$\tan \alpha = \frac{m}{n}$ y despejamos el ángulo α reemplazando

los valores de M y N tendremos

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{3}{4} = \tan^{-1} 0.75 \text{ de donde } \alpha = 36.869^\circ$$

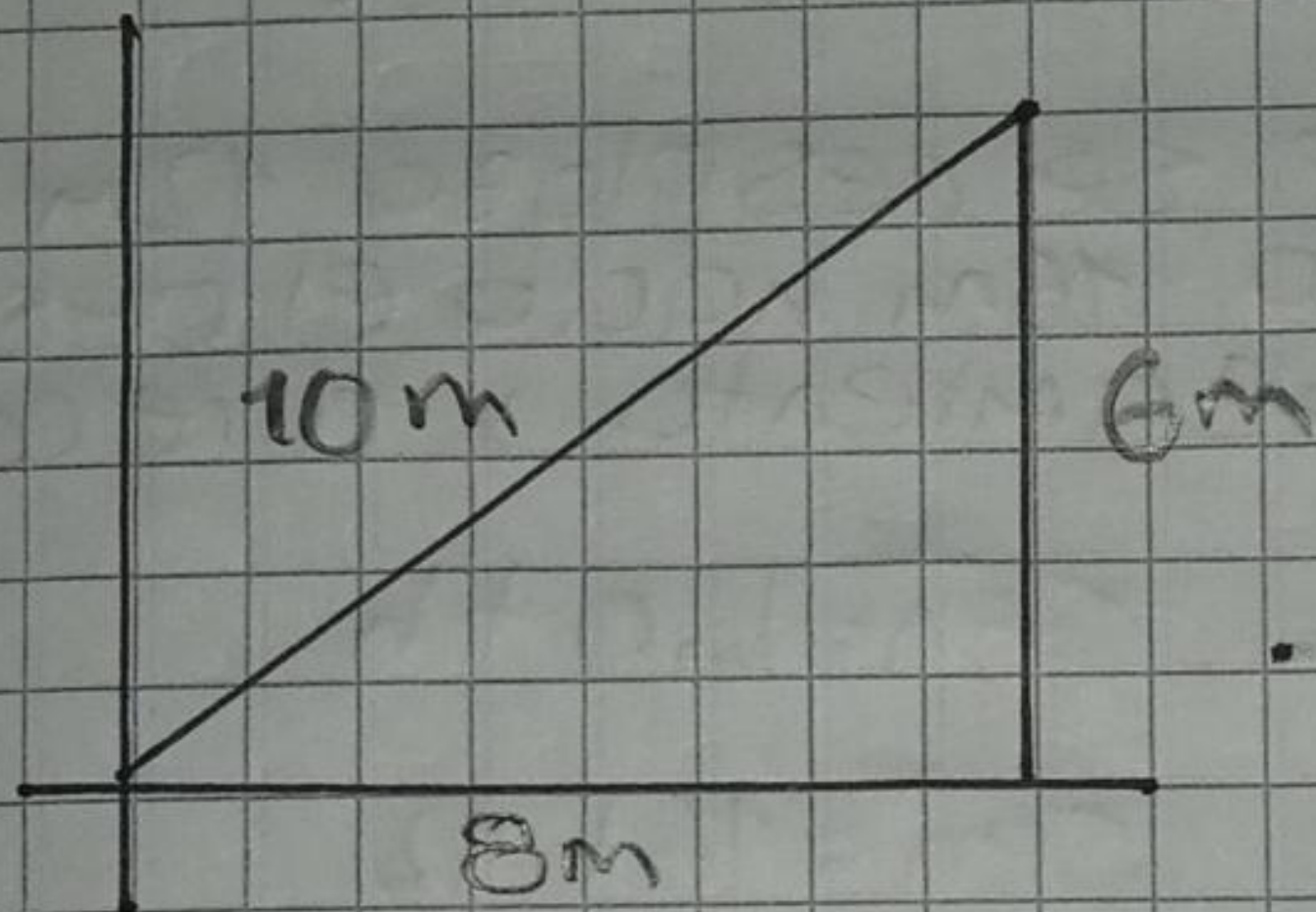
marfil $\alpha = 36^\circ 52' 41''$

Actividad 1

El manejo de vectores nos ayuda a analizar interrogantes de situaciones cotidianas, por ejemplo, la dirección de un vector se puede dar utilizando los puntos cardinales.

1. Analice y responda los siguientes cuestionamientos, de acuerdo a lo visto:

a. Una persona camina 6m hacia el norte y luego 8m hacia el oeste. ¿Cuál fue su desplazamiento y en qué dirección?



$$h = l.o + l.o$$

$$h = 6 + 8$$

$$h = \sqrt{6^2 + 8^2}$$

$$h = \sqrt{36 + 64}$$

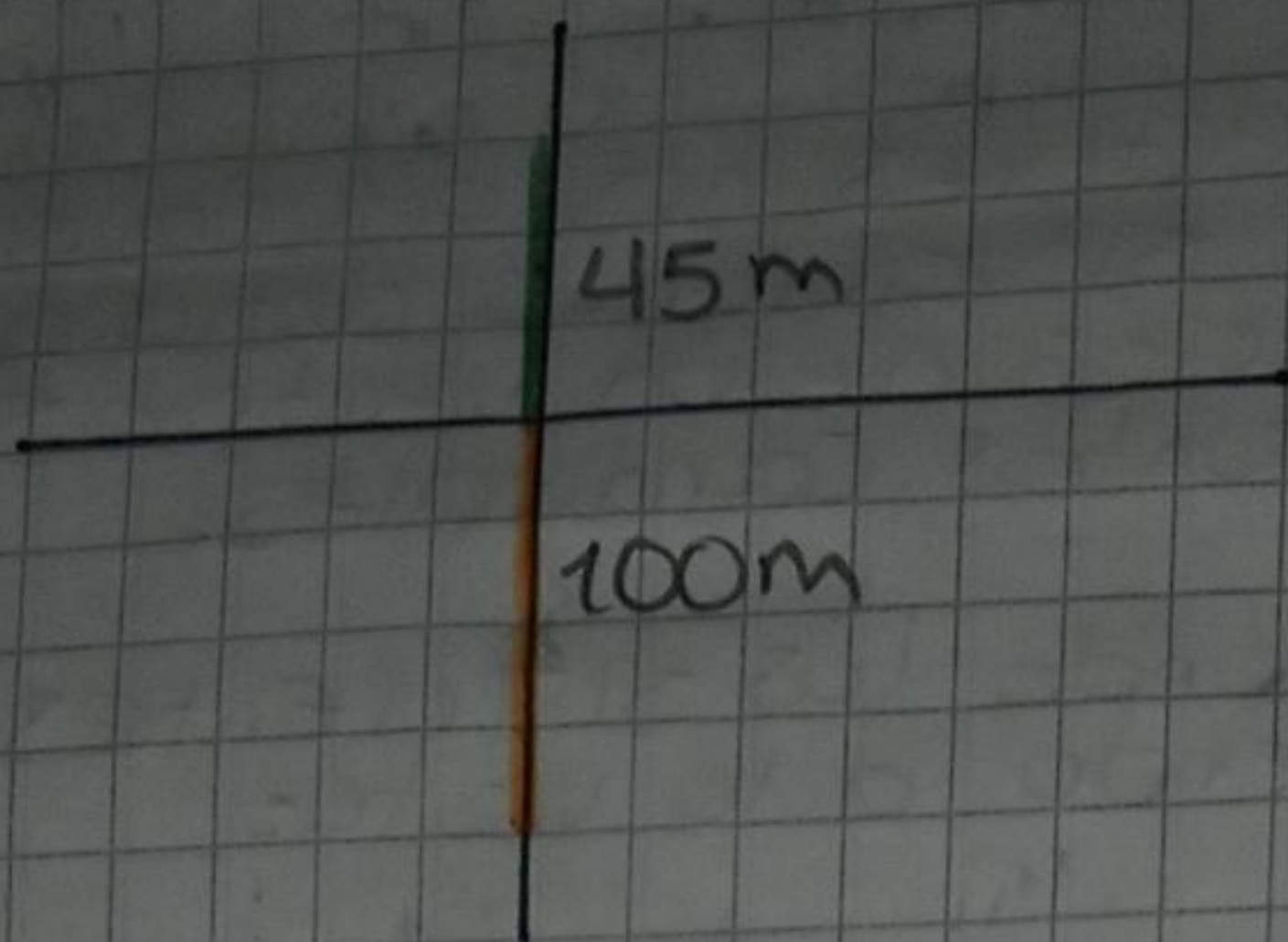
$$h = \sqrt{100}$$

$$= 10$$

El desplazamiento de la persona fue de 10m en dirección al noreste.

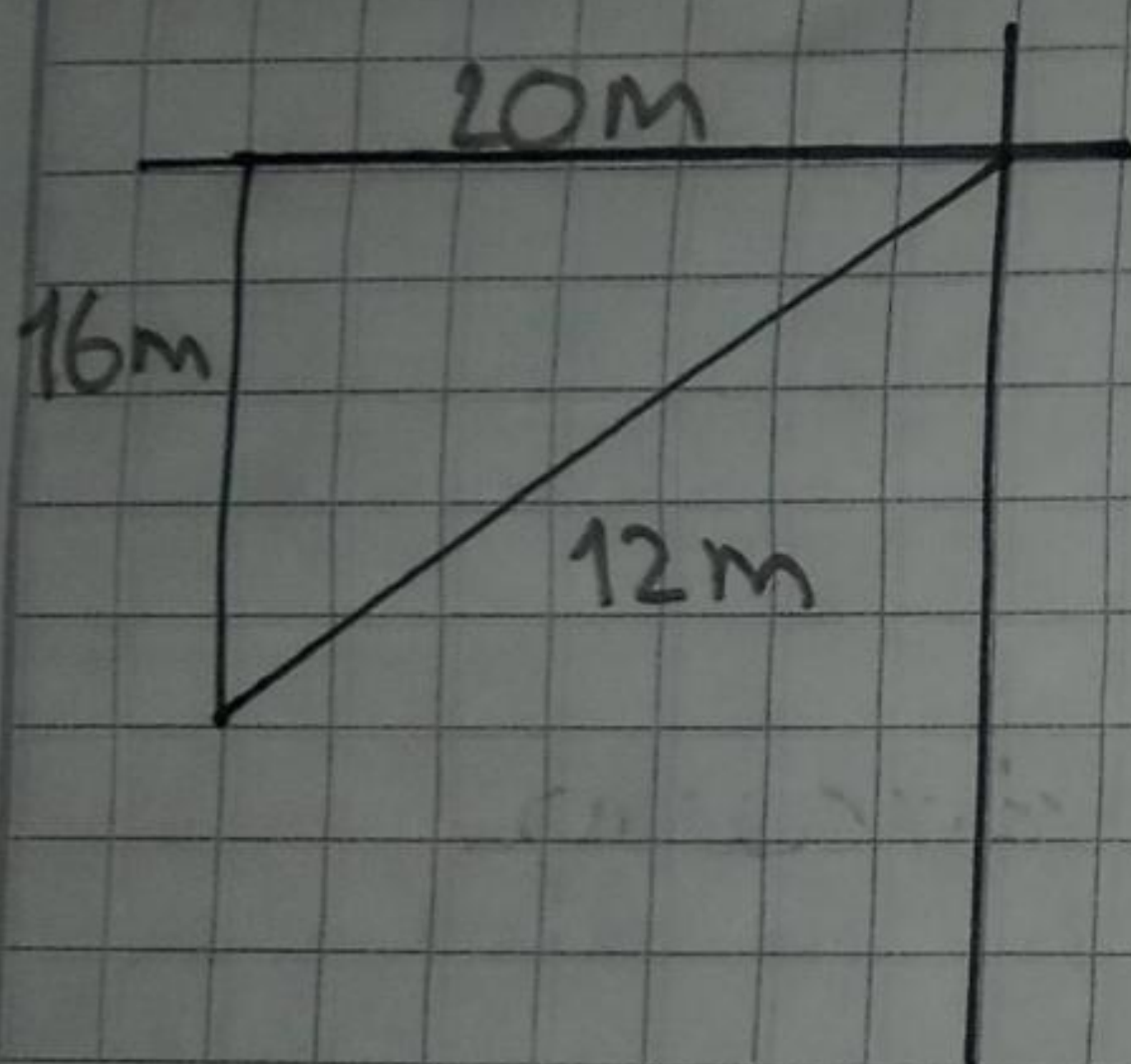
b. Si un atleta corre 100m hacia el sur y luego se devuelve 45m. ¿Cuáles fueron su desplazamiento y dirección?

marfil



El atleta corre 100m hacia el sur y 45m hacia el norte en desplazamiento rectilíneo y su dirección hacia el norte.

c. Un estudiante se desplaza 12m hacia el sur y luego desplaza 16m hacia el oeste. ¿Cuáles fueron su desplazamiento y dirección?



$$\text{Sen} = L \cdot o + h$$

$$\text{Sen} = 16 + 12$$

$$\text{Sen} = \sqrt{16^2 + 12^2}$$

$$\text{Sen} = \sqrt{256 + 144}$$

$$\text{Sen} = \sqrt{400}$$

$$= 20$$

El desplazamiento del estudiante fue 20m o dirección suroeste.

d. un avión lleva una velocidad de 80 km/h en dirección oeste; suponga que el viento sopla en la misma dirección a una velocidad de 30 km/h. ¿Cuál es la velocidad resultante del avión? ¿Que sucede si el viento sopla en sentido contrario?

Morfil

$$80 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{8,000,0 \text{ cm}}{3600 \text{ s}}$$

$$30 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = \frac{3,000,0 \text{ cm}}{3600 \text{ s}}$$

$$\frac{8,000,0}{3600} = 2.222, \frac{3,000,0}{3600} = 0.833 = 2.667$$

La velocidad del avión es de 2.667 cm/s a dirección oeste y respecto al viento silento que no tiene nada que ver con el peso de avión.

e. un barco navega hacia el norte con una velocidad de 50 km/h; si la velocidad de la marea es de 20 km/h con dirección este ¿cuál es la velocidad resultante y el rumbo del barco?

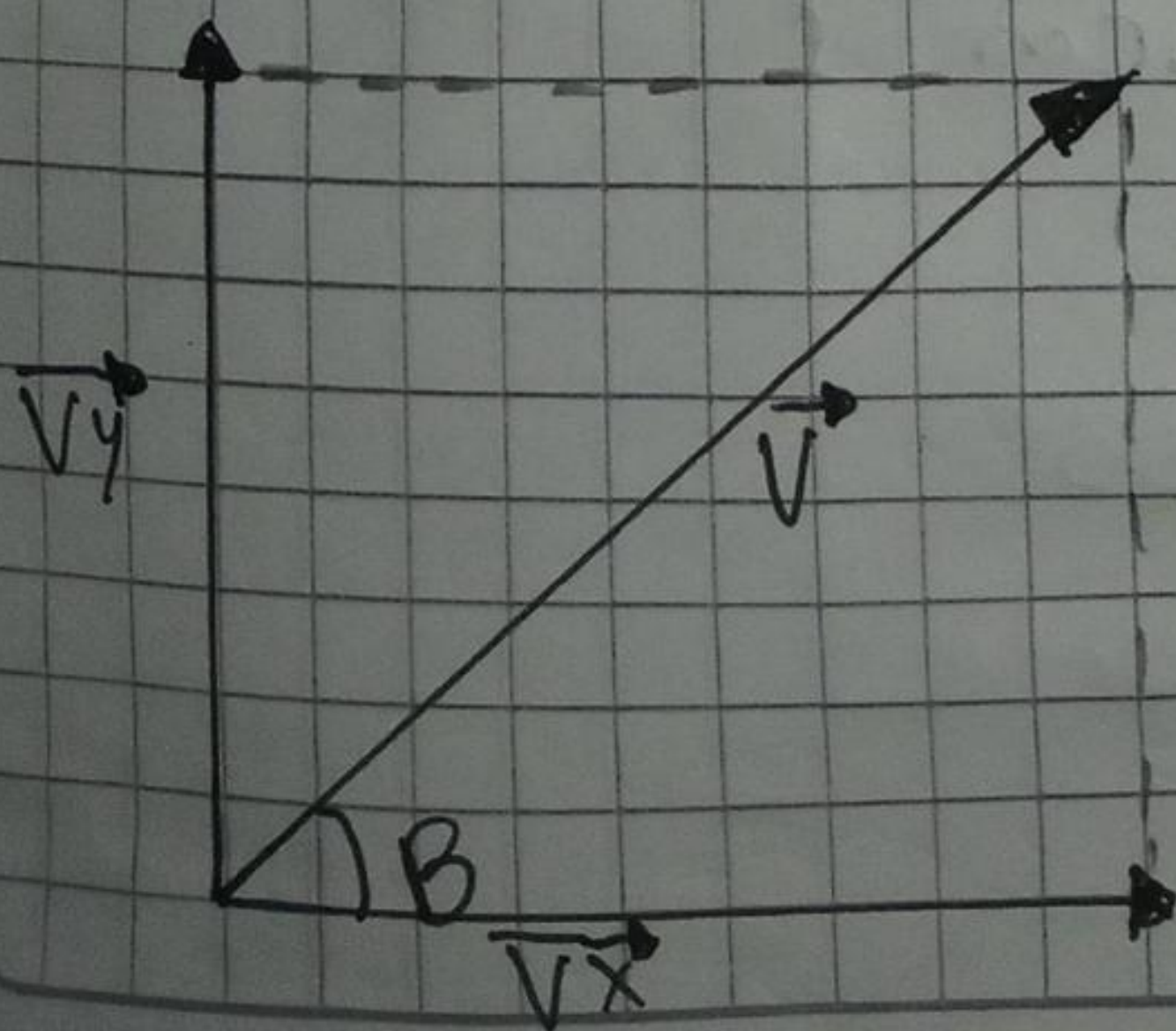
$$50 \text{ km/h} = V = \frac{50}{1} = 50 \text{ km}$$

$$\begin{array}{r} 50 \text{ km} \\ \times 20 \text{ km} \\ \hline 1000 \text{ km/h} \end{array}$$

$$20 \text{ km/h} = V = \frac{20}{1} = 20 \text{ km}$$

El barco navega 1000 km/h en dirección Noreste.

1. Consideramos la situación en la que un vector forma un ángulo con respecto a los ejes coordenados x, y.



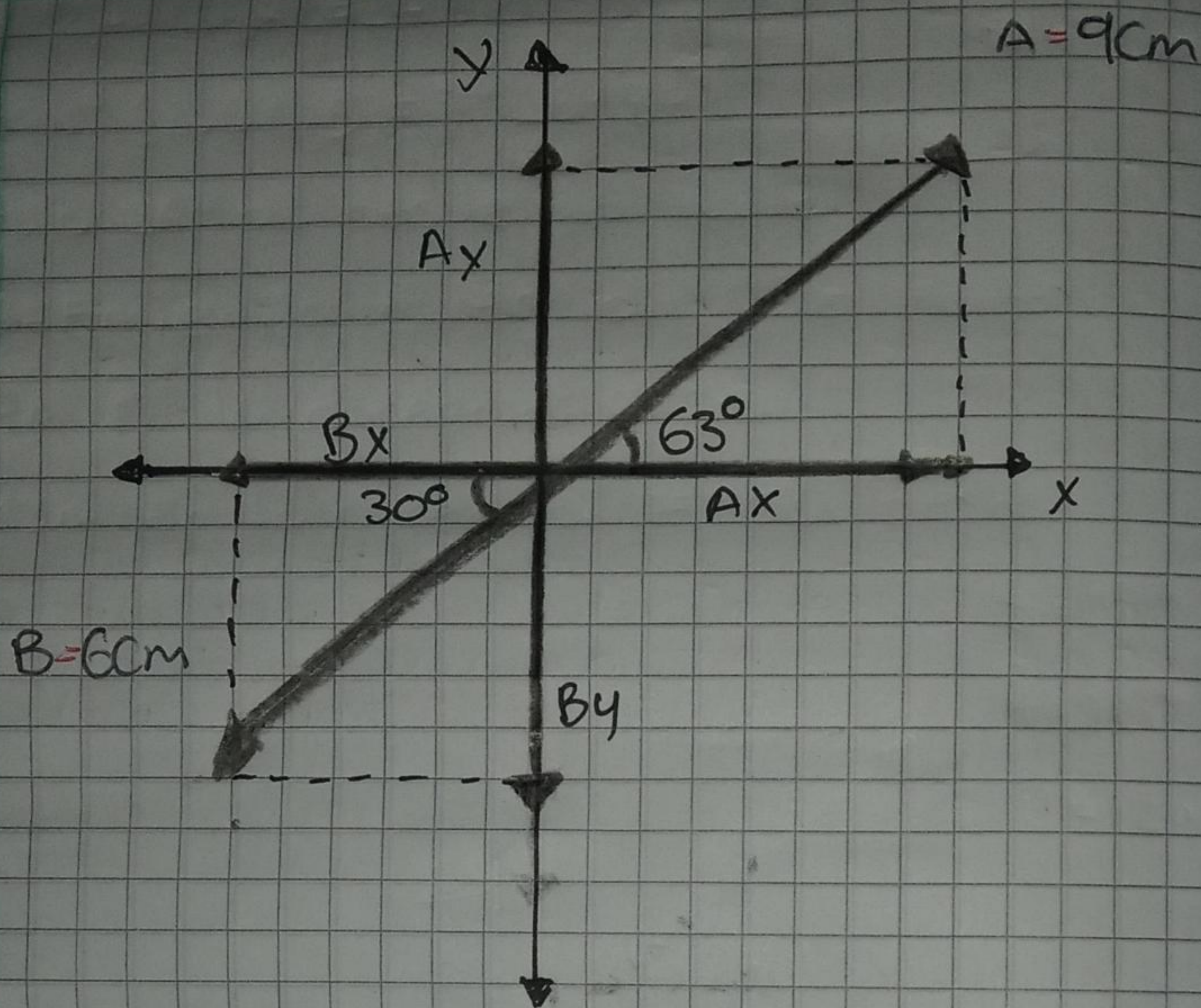
El vector velocidad tiene dos componentes en los respectivos ejes x y y así:

$$\sin B = V/V_y; V_y = V \sin B$$

$$\cos B = V/V_x; V_x = V \cos B$$

marfil

Ejemplo: Dados los siguientes vectores $A=9\text{cm}$, $B=63^\circ$, $B=6\text{cm}$, $\theta=30^\circ$. Halle el vector resultante



$$\begin{aligned} A_x &= 9\text{cm} \cos 63^\circ = 9\text{cm} \cdot 0.45 = 4.05\text{cm} \\ A_y &= 9\text{cm} \sin 63^\circ = 9\text{cm} \cdot 0.89 = 8.01\text{cm} \\ B_x &= 6\text{cm} \cos 30^\circ = 6\text{cm} \cdot 0.86 = 5.16\text{cm} \\ B_y &= 6\text{cm} \sin 30^\circ = 6\text{cm} \cdot 0.5 = 3\text{cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_x &= A_x + B_x = 4.05\text{cm} - 5.16\text{cm} = -1.11\text{cm} \\ R_y &= A_y + B_y = 8.01\text{cm} - 3\text{cm} = 5.01\text{cm} \end{aligned}$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = 5.13\text{cm}$$

$$\alpha = \tan^{-1} (5.01 / -1.11) = 102^\circ 29' 33''$$

$$\alpha = 77^\circ 30' 27'' \text{ al oeste del norte}$$

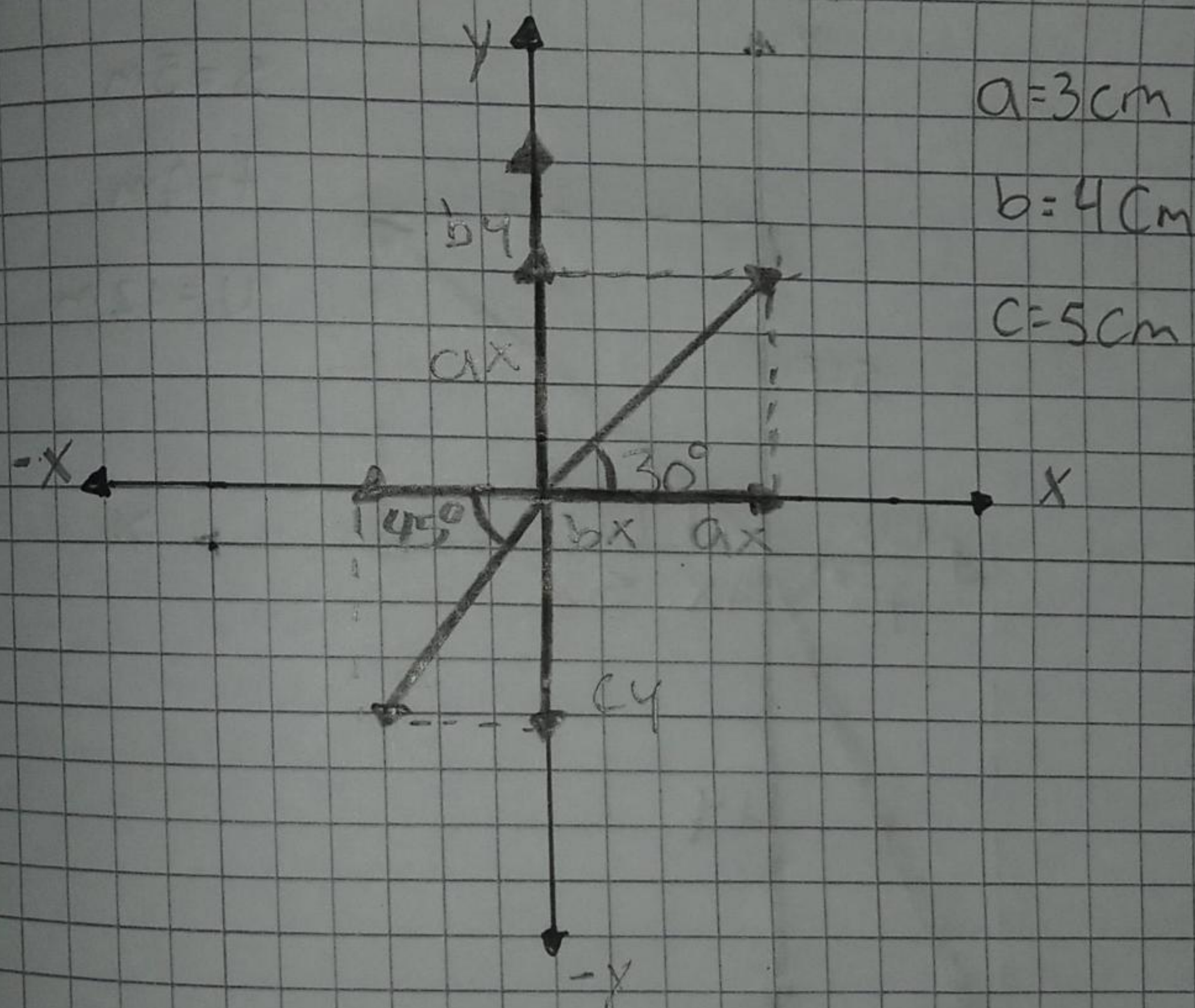
Actividad 2

Grifique y determine el vector resultante en cada caso:

$a = 3\text{cm}$, en la dirección 30° respecto al semi-eje positivo de x

$b = 4\text{cm}$, en la dirección 0° respecto al semi-eje positivo de y

$c = 5\text{cm}$, en la dirección 45° respecto al semi-eje negativo x



$$a_x = 3\text{cm} \cos 30^\circ = 3\text{cm} \cdot 0.86 = 2.58$$

$$a_y = 3\text{cm} \sin 30^\circ = 3\text{cm} \cdot 0.5 = 1.5$$

$$b_x = 4\text{cm} \cos 0^\circ = 4\text{cm} \cdot 1 = 4$$

$$b_y = 4\text{cm} \sin 0^\circ = 4\text{cm} \cdot 0 = 0$$

$$c_x = 5\text{cm} \cos 45^\circ = 5\text{cm} \cdot 0.70 = 3.5$$

$$c_y = 5\text{cm} \sin 45^\circ = 5\text{cm} \cdot 0.70 = 3.5$$

marfil

$$R_x = a_x + b_x + c_x = 2.58 - 4 + 3.5 = 2.08$$

$$R_y = a_y + b_y + c_y = 1.5 - 0 + 3.5 = 5$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = 27.08$$

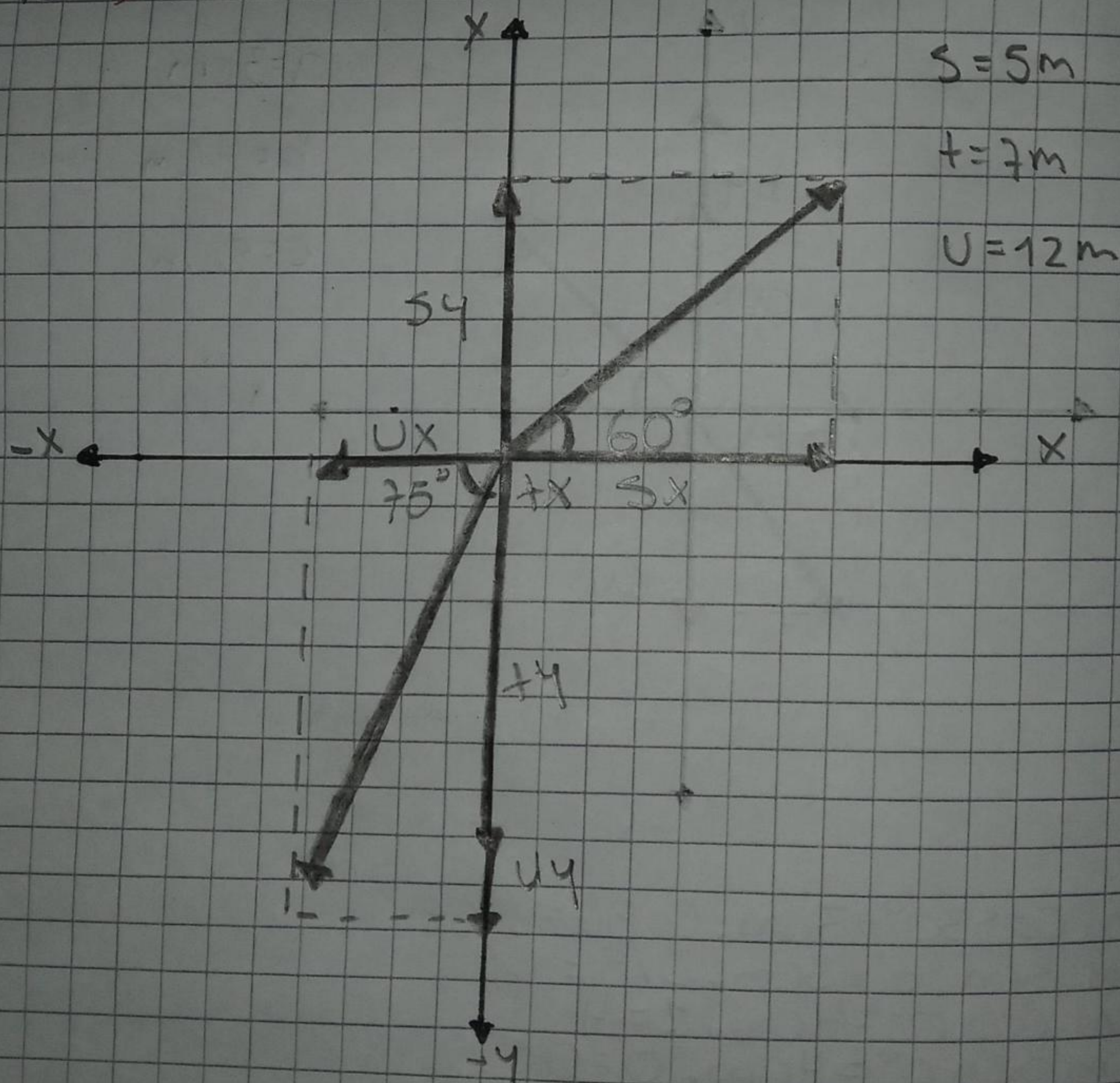
$$\alpha = \tan^{-1}(2.08/5) = 7^\circ 26' 37''$$

$\alpha = 0^\circ 0' 26''$ al oeste del norte

$b = 5\text{m}$, en la dirección 60° al norte del este

$t = 7\text{m}$, en la dirección al sur

$U = 12\text{m}$, en la dirección 75° sur oeste



$$S_x = 5\text{m} \cos 60^\circ = 5\text{m} \cdot 0.5 = 2.5$$

$$S_y = 5\text{m} \sin 60^\circ = 5\text{m} \cdot 0.86 = 4.3$$

$$U_x = 12\text{m} \cos 75^\circ = 12\text{m} \cdot 0.25 = 3$$

$$U_y = 12\text{m} \sin 75^\circ = 12\text{m} \cdot 0.96 = 11.5$$

$$R_x = S_x + U_x = 2.5 - 3 = -0.5$$

$$R_y = S_y + U_y = 4.3 - 11.5 = -7.2$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = 7.6$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{-0.5}{-7.2} \right) = 52.34^\circ$$

$$\alpha = 1^\circ 17' 44'' \text{ al Noroeste}$$