

Radicales

7.1 Raíz n-ésima de un número real
 Si $n \in \mathbb{Z}^+$, entonces la raíz n-ésima de un número real a se define como:
 $\sqrt[n]{a} = b$, significa que $b^n = a$.
 Si n es par se debe tener que $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

7.2 Potencias con exponente fraccionario
 Toda potencia con exponente fraccionario puede escribirse como un radical o: $m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$ y $a \in \mathbb{R}$, se cumple que:

$$(a)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

7.3 Radicales equivalentes.

Dos o más radicales son equivalentes si sus potencias correspondientes tienen la misma base y el mismo exponente.

7.4 Reducción de radicales a índice común.
 reducir a índice común dos o más radicales equivalentes a los dados que tengan el mismo índice.

7.5 Racionalización

la racionalización es un proceso en el que se elimina la parte radical en denominador de una expresión.

ejemplo 4.

los radicales $\sqrt[3]{35^4}$ y $\sqrt[4]{35^{16}}$ son equivalentes por que al escribirlos en forma de potencia sus bases y exponentes son iguales observa:

$$\sqrt[3]{35^4} = 35^{\frac{4}{3}} \quad \sqrt[4]{35^{16}} = 35^{\frac{16}{4}} = 35^4$$

Actividades de aprendizaje

ejercitación

1. simplifica cada expresión.

a. $\sqrt[3]{-32} + (-1)^{\frac{2}{3}}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt[3]{(-2)^3} + \frac{1}{3} \\ &= -2 + \frac{1}{3} \\ &= \frac{-6-2}{3} \\ &= -\frac{8}{3} \end{aligned}$$

b. $-4\frac{1}{2} \sqrt[5]{-243}$

$$\begin{aligned} &= \frac{-4\frac{1}{2} \sqrt[5]{(-3)^5}}{\sqrt[5]{121}} \\ &= \frac{-4\frac{1}{2} (-3)}{-33} \\ &= \frac{41}{33} \end{aligned}$$

c. $\frac{\sqrt{100} - \sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{0}}$

no se puede resolver ya que el denominador es cero.

d. $-64\frac{1}{3} \cdot \sqrt{100}$

$$\begin{aligned} &= \frac{-64}{3} \cdot 100 \\ &= \frac{-6400}{3} \end{aligned}$$

3. Reduce a índice común los siguientes radicales.

a. $\sqrt[6]{15a^3x^2}, \sqrt{2a}, \sqrt[3]{3a^2b}$

mcm (6, 2, 3) = 6

$\sqrt[6]{15a^3x^2}, \sqrt[6]{8a^3}, \sqrt[6]{9a^4b^2}$

b. $\sqrt[4]{5}, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{7}$

mcm (4, 2, 3, 4) = 12

$\sqrt[12]{125}, \sqrt[12]{64}, \sqrt[12]{81}, \sqrt[12]{49}$

$$c. \sqrt[3]{10^3 b}, \sqrt{5x}, \sqrt[3]{4x^2}$$

$$\text{mem}(6, 2, 3) = 6$$

$$\sqrt[3]{10^3 b}, \sqrt{125x^3}, \sqrt[3]{16x^2}$$

$$d. \sqrt[3]{8x^3}, \sqrt[3]{3x^6}$$

$$\text{mem}(4, 6) = 12$$

$$\sqrt[3]{128x^9}, \sqrt[3]{9000x^9}$$

$$e. \sqrt[3]{30^3 x}, \sqrt{20b}, \sqrt[3]{50^3 x^2}$$

$$\text{mem}(6, 3, 15) = 15$$

$$\sqrt[3]{1270^3 x^9}, \sqrt{3200^2 b^2}, \sqrt[3]{150^3 x^2}$$

5 Racionaliza cada expresión.

$$\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{ab\sqrt{a^2 + b^2}}{a^2 + b^2}$$

$$a. \frac{\sqrt{3x+5}}{\sqrt{2x+1}}$$

$$\frac{\sqrt{3x+5} \cdot \sqrt{2x+1}}{\sqrt{(2x+1)(2x+1)}} = \frac{\sqrt{(3x+5)(2x+1)}}{2x+1}$$

$$c. \frac{m^3 n \sqrt{x}}{\sqrt{2m^2 n^2 x}}$$

$$\frac{m^3 n \sqrt{x}}{\sqrt{2m^2 n^2 x}} = \frac{m^3 n \sqrt{x}}{\sqrt{2} m n \sqrt{x}} = \frac{m^2}{\sqrt{2}}$$

$$e. \frac{3ab^2}{\sqrt{ab^3}}$$

$$\frac{3ab^2}{\sqrt{ab^3}} = \frac{3ab^2 \cdot \sqrt{ab^3}}{\sqrt{ab^3} \cdot \sqrt{ab^3}} = \frac{3ab^2 \sqrt{ab^3}}{ab^3} = \frac{3\sqrt{ab^3}}{b}$$

$$g. \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$$

$$\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x}}{\sqrt{(1-x)(1-x)}} = \frac{\sqrt{(1+x)(1-x)}}{1-x}$$

$$b. \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}$$

$$\frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+h} + \sqrt{x}} = \frac{x+h - x}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})^2} = \frac{h}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})^2}$$

$$d. \frac{\sqrt{m+1}}{1 - \sqrt{m+1}}$$

$$\frac{\sqrt{m+1}}{1 - \sqrt{m+1}} \cdot \frac{1 + \sqrt{m+1}}{1 + \sqrt{m+1}} = \frac{\sqrt{m+1}(1 + \sqrt{m+1})}{1 - (m+1)} = \frac{\sqrt{m+1}(1 + \sqrt{m+1})}{-m}$$

$$f. \frac{x}{\sqrt{x^2+1} - x}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+1} - x} \cdot \frac{\sqrt{x^2+1} + x}{\sqrt{x^2+1} + x} = \frac{x(\sqrt{x^2+1} + x)}{x^2+1 - x^2} = \frac{x(\sqrt{x^2+1} + x)}{1}$$

$$h. \frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}} - \sqrt{2}}$$

infinitos 2. suma

Resolución de Problemas

6. Cerca de la superficie terrestre, el tiempo t que tarda un objeto en caer una distancia d , está dado por la expresión $t = \frac{1}{16} d^2$ donde t se mide en segundos y d se mide en pies. Halla el tiempo que tardará un objeto en caer 100 pies.

t = tiempo que tarda un cuerpo en caer una distancia d

ese tiempo está dado por la fórmula

$$t = \frac{1}{16} d^2 \quad \text{si } d = 100 \text{ p}$$

$$t = \frac{1}{16} (100)^2 \quad \text{aplicar propiedad de la potenciación}$$

$$t = \frac{1}{16} \cdot 10^4$$

$$t = \frac{1}{16} \cdot (10^2)^2 \quad \text{pero } 100 = 10^2 \text{ reemplazamos}$$

$$t = \frac{1}{16} \cdot 10^4$$

$$t = \frac{1}{16} \cdot 10^4$$

$$t = \frac{1}{16} \cdot 10^4$$

$$t = \frac{1}{16} \cdot 10^4$$

7. La relación entre el radio r de una esfera y su área total A es $r = \left(\frac{A}{4\pi} \right)^{\frac{1}{2}}$, ¿cuál es el radio de una esfera que tiene un área total de 64π unidades cuadradas?

$$r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{64\pi}{4\pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{64}{4}}$$

$$r = \sqrt{16}$$

$$r = 4 \text{ unidades}$$