

Resumen de las pag 24, 25, 26. Radicales

7.1 Raíz n -ésima de un número real.

Si $n \in \mathbb{Z}^+$, entonces la raíz n -ésima de un número real a se define como: $\sqrt[n]{a} = b$, significa que $b^n = a$.

Si n es par, se debe tener que $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

7.2 Potencias con exponente fraccionario.

Toda potencia con exponente fraccionario puede escribirse como un radical. Si $m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0$ y $a \in \mathbb{R}$, se cumple que:

$$(a)^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

7.3 Radicales equivalentes.

Dos o mas radicales son equivalentes si sus potencias correspondientes tienen la misma base y el mismo exponente.

7.4 Reducción de radicales a índice común.

Reducir a índice común 2 o mas radicales es encontrar radicales equivalentes a los dados que tengan el mismo índice.

7.5 Racionalización.

La racionalización es un proceso en el que se elimina la parte radical en el denominador de una expresión.

Desarrollar

① Simplifica cada expresión.

a. $\sqrt{-32} + (-1)^{\frac{2}{3}}$

$\sqrt{(2)^5} - \frac{2}{3}$

$-2 - \frac{2}{3}$

$\frac{(5-2)}{3}$

$\frac{8}{3}$

b. $\frac{-4^{\frac{1}{2}} - \sqrt{-243}}{\sqrt{121}}$

$\frac{-(2^{\frac{1}{2}}) - \sqrt{-3^5}}{\sqrt{11^2}}$

$\frac{-2 - (-3)}{11}$

$\frac{-2 + 3}{11}$

$\frac{1}{11}$

d. $-64^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{100}$

$-\frac{64}{3} \cdot 100$

$-\frac{6400}{3}$

c. $\frac{\sqrt{100} - \sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{0}}$

no se puede resolver
pues en el denominador
tenemos un cero y nose
puede dividir entre 0.

③ Reduce a índice común los siguientes radicales.

Ⓐ $\sqrt[6]{15a^3x^2}$, $\sqrt{2a}$, $\sqrt[3]{3a^2b}$.

$mcm(6, 2, 3) = 6$

$\sqrt[6]{15a^3x^2}$, $\sqrt[6]{8a^3}$, $\sqrt[6]{9a^4b^2}$.

Ⓑ $\sqrt[4]{5}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[6]{7}$.

$mcm(4, 2, 3, 6) = 12$

$\sqrt[12]{125}$, $\sqrt[12]{64}$, $\sqrt[12]{81}$, $\sqrt[12]{49}$.

Ⓒ $\sqrt[6]{7a^3b}$, $\sqrt{5x}$, $\sqrt[3]{4x^2y}$.

$mcm(6, 2, 3) = 6$

$\sqrt[6]{7a^3b}$, $\sqrt[6]{125x^3}$, $\sqrt[6]{16x^4y^2}$.

Ⓓ $\sqrt[4]{8a^2x^3}$, $\sqrt[6]{3a^5b^4}$.

$mcm(4, 6) = 12$

$\sqrt[12]{512a^6x^9}$, $\sqrt[12]{9a^{10}b^8}$.

Ⓔ $\sqrt[5]{3a^2x}$, $\sqrt[3]{2ab}$, $\sqrt[15]{5a^3x^2}$.

$mcm(5, 3, 15) = 15$

$\sqrt[15]{27a^6x^3}$, $\sqrt[15]{32a^5b^5}$, $\sqrt[15]{5a^3x^2}$.

5) Racionaliza cada expresión.

$$a) \frac{4ab}{\sqrt{x^3 y^3 z^3 b}} = \frac{4ab}{y z \sqrt{x b^3}} \quad \frac{\sqrt[3]{x b^2}}{\sqrt[3]{x b^2}} = \frac{4ab \sqrt[3]{x b^2}}{y z x b} = \frac{4a \sqrt[3]{x b^2}}{y z x}$$

$$b) \frac{h}{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})} \quad \frac{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} = \frac{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h} = \sqrt{x+h} + \sqrt{x}$$

$$c) \frac{m^3 n \sqrt{x}}{\sqrt[5]{2^5 m^3 n^4 x}} = \frac{m^3 n \sqrt{x}}{m n^4 \sqrt[5]{2^4 m^2 n x}} = \frac{m^2 \sqrt{x}}{\sqrt[5]{2^4 m^2 n x}} \quad \frac{\sqrt[5]{2 m^3 n^4 x^4}}{\sqrt[5]{2 m^3 n^4 x^4}} =$$

$$= m^2 \sqrt{x} \quad \frac{\sqrt[5]{2 m^3 n^4 x^4}}{2 m n x} = m \sqrt{x} \quad \frac{\sqrt[5]{2 m^3 n^4 x^4}}{2 m n x}$$

$$d) \frac{\sqrt{m+1}}{(1 - \sqrt{m+1})} \quad \frac{(1 + \sqrt{m+1})}{(1 + \sqrt{m+1})} = \frac{(\sqrt{m+1} + m+1)}{(1 - (m+1))} = \frac{(\sqrt{m+1} + m+1)}{-m}$$

$$= \frac{m+1 + m+1}{m}$$

$$e) \frac{3ab^2}{\sqrt{ab^5}} = \frac{3ab^2}{b^2 \sqrt{ab}} = \frac{3a}{\sqrt{ab}} \quad \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = \frac{3a \sqrt{ab}}{ab} = \frac{3 \sqrt{ab}}{b}$$

$$f) \frac{x}{(\sqrt{x^2+1} - x)} \quad \frac{(\sqrt{x^2+1} + x)}{(\sqrt{x^2+1} + x)} = x (\sqrt{x^2+1} + x)$$

$$g) \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{(1-x)}$$

$$h) \frac{2}{(\sqrt{(2+\sqrt{2})} - \sqrt{2})} \quad \frac{(\sqrt{(2+\sqrt{2})} + \sqrt{2})}{(\sqrt{(2+\sqrt{2})} + \sqrt{2})} = 2 \frac{(\sqrt{(2+\sqrt{2})} + \sqrt{2})}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} (\sqrt{(2+\sqrt{2})} + \sqrt{2})$$

⑥ Cerca de la superficie terrestre, el tiempo t que tarda un objeto en caer una distancia d , está dado por la expresión $t = \frac{1}{4} d^{\frac{1}{2}}$ donde t se mide en segundos y d se mide en pies. Halla el tiempo que tardaba un objeto en caer 100 pies.

Respuesta = 2.5 Segundos.

Dado que tenemos al tiempo en función de la distancia en la expresión. $t = \frac{1}{4} d^{\frac{1}{2}}$

además el tiempo está en segundos y la distancia en pies. nos basta reemplazar la distancia en Pies " d " tal quiera para hallar el tiempo sin necesidad de derivar o integrar la ecuación.

entonces nos queda:

$$t = \frac{1}{4} 100^{\frac{1}{2}}$$

resolviendo esto, tenemos que el tiempo es igual a 2.5 s.

⑦ la relación entre el radio r de una esfera y su área total A es $r = \left[\frac{A}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}}$. ¿Cuál es el radio de una esfera que tiene un área total de 64π unidades cuadradas?

$$r = \left[\frac{A}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{64\pi}{4\pi}}$$

$$r = \sqrt{\frac{64}{4}}$$

$\frac{\pi}{\pi}$ se cancela

$$r = \sqrt{16}$$

$$r = 4 \text{ unidades}$$

Evaluación del aprendizaje

8 Completa la Tabla 1.13. Luego, responde.

n	$2^{\frac{1}{n}}$	$(\frac{1}{2})^{\frac{1}{n}}$
1	2	0,5
2	1,4142	0,25
5	0,4	0,1
10	0,2	0,05
100	0,02	0,005

a. ¿Que sucede con la raíz n -ésima de 2 cuando n se incrementa?

A medida que aumenta el índice de la raíz (n); el valor o resultado de esta disminuye.

b. ¿Que sucede con la raíz n -ésima de $\frac{1}{2}$ cuando n se incrementa?

A medida que aumenta el índice de la raíz (n); el valor o resultado de esta disminuye.

9. Escribe **V** si la proposición es falsa o **F** si es verdadera.

a. Racionalizar significa eliminar todos los radicales de una expresión. **(F)**

b. Solo las expresiones con radicales de índice 2 se pueden racionalizar. **(F)**

c. El factor racionalizante es una expresión que permite eliminar un radical. **(V)**

d. El conjugado de un binomio es otro binomio con signos negativos. **(F)**