

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

REFLEXIÓN: El pasado es un fantasma, el futuro incierto, el presente es ahora



Olvidando
ciertamente lo que
queda atrás,
y extendiéndome a
lo que está delante

PROSIGO A LA META

Fil. 3: 13,14

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

NÚMEROS ENTEROS SUMA

MÉTODO 1

$$\begin{array}{ccccccc} -9 & + & 5 & = & - & 4 \\ \text{DEBO 9} & & \text{TENGO 5} & & & & \end{array}$$

1- Suma y resta de números enteros

Para sumar dos números enteros:

– **Del mismo signo:**

Ejemplos:

$(+4) + (+8) = +12$ Si son positivos da otro entero positivo

$(-7) + (-7) = -14$ si son negativos se suma y el resultado da negativo

– **De distinto signo:**

Ejemplos:

$(+4) + (-8) = -4$ Se resta y el resultado da negativo pues es mayor la deuda

$(-3) + (+5) = +2$ Se restan y el resultado da positivos pues es mayor lo que tengo

ACTIVIDAD: Suma de números enteros

a	b	c	a + b	a + c	c + b
2	-3	-4			
-1	4	2			
1	2	3			
-2	-2	-3			

<https://youtu.be/9xCbQMdQ2S4>

OPERACIONES CON PARÉNTESIS

Ejemplo 1

$$+(-3)-(-5)-(+12)+(+4)$$

MA

MATEMÁTICAS PARA SALESIOS.COM

CLASES DE MATEMÁTICAS, FÍSICA Y QUÍMICA

$$6 + (-7) - (-5) + (-2) + 4 - 3$$



$$6 - 7 + 5 - 2 + 4 - 3$$

PARÉNSTESIS
LEY DE SIGNOS

$$6 + 5 + 4 - 7 - 2 - 3$$

AGRUPAMOS

$$15 - 12$$

SUMAMOS

3

RESTA DE NÚMEROS ENTEROS

Para restar dos números enteros:

$$-5 - (-9) = -5 + 9 = 4$$

$$+5 - (-9) = 5 + 9 = 14$$

Ley de los signos

+	por	+	=	+
-	por	-	=	+
-	por	+	=	-
+	por	-	=	-

2. Operaciones combinadas: suma y resta de números enteros

Para resolver operaciones como:

$$3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 - 10$$

Agrupamos lo que tenemos y aparte lo que debemos

$$3+5+7 -4 -6 -8 -10$$

$$15 - 28$$

$$-13$$

ACTIVIDAD

Andrés, Camilo, Felipe, Ignacio y Nicolás están postulando a la selección de básquetbol de su colegio. El entrenador y su técnico decidieron asignar puntajes a cada uno según su desempeño para facilitar su decisión final. Para quedar seleccionados, la suma de los puntajes debe ser positiva.

	Andrés	Camilo	Felipe	Ignacio	Nicolás
Entrenador	5	-5	-10	6	-7
Técnico	-4	-1	-3	-2	4

1. ¿Qué jugadores son seleccionados?
2. ¿Cuál es el puntaje total que recibió cada jugador?
3. ¿Cuál es el menor puntaje que otorgó el entrenador?, ¿y el técnico?

PRACTICA:

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Responde en tu cuaderno realizando una recta numérica para cada situación:

a) Si había 8 °C bajo cero y la temperatura subió 14 grados, ¿cuál es la temperatura? $-8 + 14 = 6$

b) Si había 2 °C bajo cero y la temperatura subió 5 grados, ¿cuál es la temperatura? $-2 + 5 = 3$

c) Si había 10 °C bajo cero y la temperatura subió 8 grados, ¿cuál es la temperatura? $-10 + 8 = -2$

Repuestas: Las respuestas se encuentran en desorden, ordénalas de acuerdo después de haber contestado las preguntas anteriores:

a. 3 b. 6 c. -2

2. Calcula usando la recta numérica.

a) $20 + 20 = 40$

b) $(-3) + 7 = 4$

c) $(-18) + 25 = 7$

d) $(-18) + (-7) = -25$

e) $20 + (-10) = 10$

Repuestas: Las respuestas se encuentran en desorden, ordénalas de acuerdo después de haber contestado las preguntas anteriores:

10, 7, 40, -25, 4

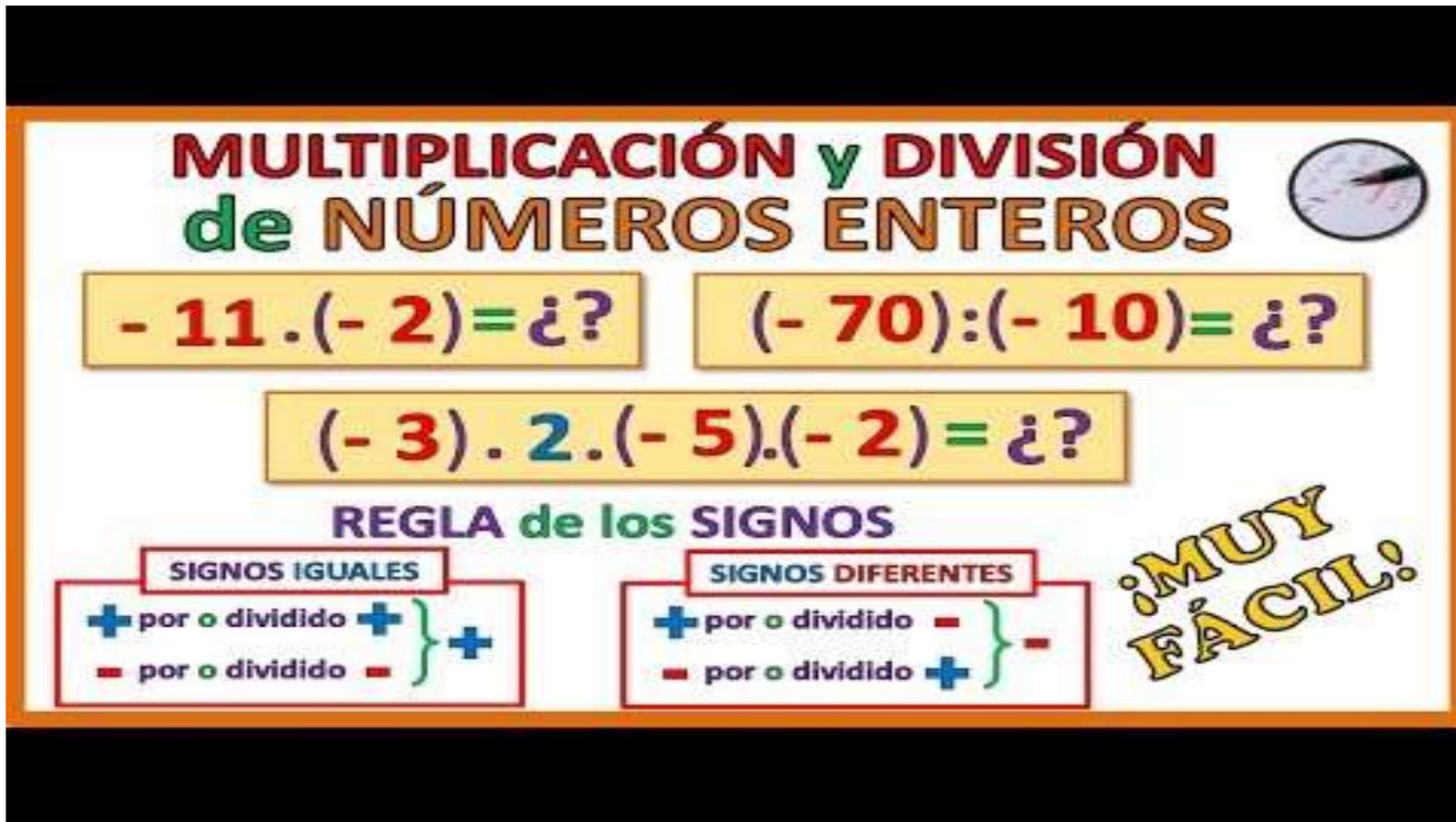
MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Expresiones que indican multiplicación

$a.b$	5.3		-5.3	$5.-3$ NO
axb	$5x3$		$-5x3$	$5x-3$ NO
ab	$5a$		$-5b$	$5-b$ NO
$(a)(b)$	$(5)(3)$	$(-5)(-3)$	$(-5)3$	$5(-3)$
$a(b)$	$5(3)$		$-5(-3)$	$-5(3)$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

<https://youtu.be/uRRer1RZQ-E>



MULTIPLICACIÓN y DIVISIÓN de NÚMEROS ENTEROS

$-11 \cdot (-2) = \text{¿?}$ $(-70) : (-10) = \text{¿?}$

$(-3) \cdot 2 \cdot (-5) \cdot (-2) = \text{¿?}$

REGLA de los SIGNOS

SIGNOS IGUALES	SIGNOS DIFERENTES
$\begin{array}{l} + \text{ por } \circ \text{ dividido } + \\ - \text{ por } \circ \text{ dividido } - \end{array} \} +$	$\begin{array}{l} + \text{ por } \circ \text{ dividido } - \\ - \text{ por } \circ \text{ dividido } + \end{array} \} -$

¡MUY FÁCIL!

ACTIVIDAD

\times	8	-4	-5
2			
	-56		
-8			
		-12	

\times	8	-4	-5
2	16	-8	-10
-7	-56	28	35
-8	-64	32	40
3	24	-12	-15

DIVISIÓN DE ENTEROS

<https://youtu.be/pdnmX2PsyWM>

MULTIPLICACIÓN y DIVISIÓN de NÚMEROS ENTEROS

$(-9) \cdot (-4) = ?$ $18 : (-6) = ?$

$-6 \cdot 2 : (-3) = ?$

REGLA de los SIGNOS

SIGNOS IGUALES	SIGNOS DIFERENTES
$\begin{matrix} + \text{ por } \circ \text{ dividido } + \\ - \text{ por } \circ \text{ dividido } - \end{matrix} \} +$	$\begin{matrix} + \text{ por } \circ \text{ dividido } - \\ - \text{ por } \circ \text{ dividido } + \end{matrix} \} -$

¡MUY FÁCIL!

The graphic includes a small circular icon of a pen writing on a notepad in the top right corner.

DIVISIÓN Y LOS SIGNOS

$$3 = \frac{24}{8}$$

$$3 = \frac{-15}{-5}$$

$$-5 = \frac{-15}{3}$$

$$\frac{15}{-3} = -5$$

ACTIVIDAD

\div	-18	81	-45
3			
-9			

\div	-18	81	-45
3	-6	27	-15
-9	2	-9	5

EXPRESIONES QUE INDICAN DIVISIÓN

$\frac{169}{-13}$	$(169) \div (-13)$	$169 / (-13)$
$\frac{-121}{11}$	$(-121) \div (11)$	$(-121) / 11$
$\frac{-110}{-10}$	$(-110) \div (-10)$	$(-110) / (-10)$
$\frac{63}{9}$	$(63) \div (9)$	$63 / 9$

FUNCIONES

TABLAS DE VALORES

- Podemos expresar valores de números en forma de pares.
- Estos pares se colocan ordenadamente en una **tabla**.
- Las tablas de valores pueden ser de formato horizontal o vertical.
 - La primera fila o columna corresponde al primer valor del par.
 - La segunda fila o columna corresponde al segundo valor.

EJEMPLO

Los pares de valores $(2, 3)$, $(-4, 6)$, $(1, 0)$, $(3, -5)$ pueden representarse en estos formatos de tablas.

Tabla vertical

2	3
-4	6
1	0
3	-5

Tabla horizontal

2	-4	1	3
3	6	0	-5

RELACIÓN TABLA DE VALORES-PUNTOS DEL PLANO

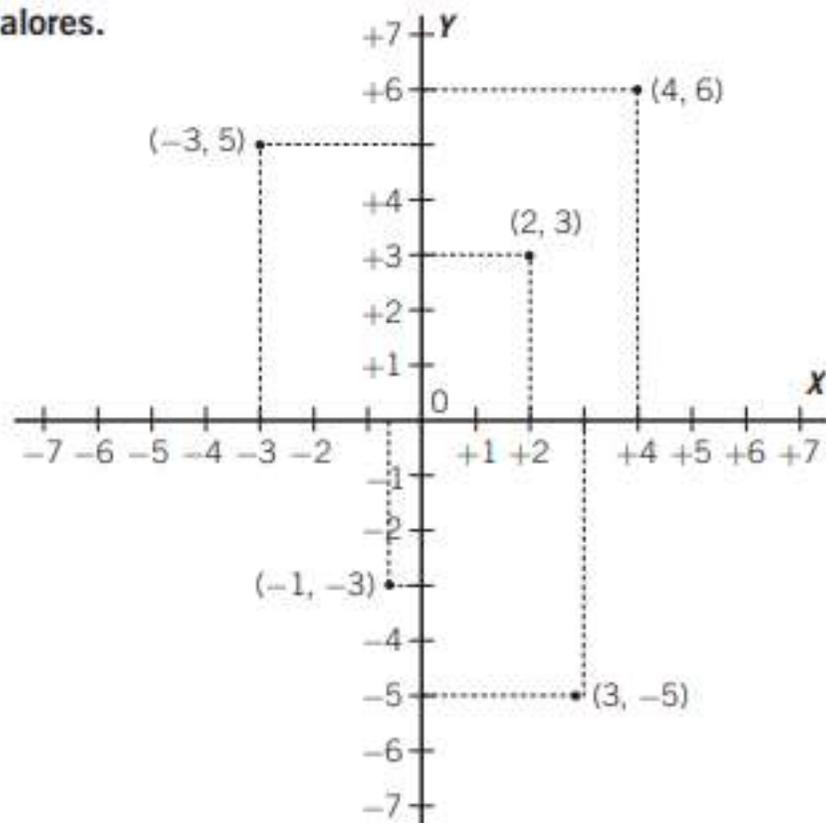
- Cada par de valores de una tabla representa un punto del plano, y viceversa.
- A cada punto del plano le corresponde un par de valores ordenados de una tabla.
 - La primera fila o columna corresponde al valor numérico del eje horizontal, X .
 - La segunda fila o columna corresponde al valor numérico del eje vertical, Y .

EJEMPLO

Forma la tabla y representa los siguientes pares de valores.

$(2, 3)$, $(4, 6)$, $(-1, -3)$, $(-3, 5)$, $(3, -5)$

VALOR DEL EJE X	VALOR DEL EJE Y
2	3
4	6
-1	-3
-3	5
3	-5



VARIABLES Y GRÁFICAS

- Las tablas de valores relacionan dos magnitudes.
- Las magnitudes se llaman **variables**, porque toman distintos valores, es decir, varían.
- En cada par de valores, el segundo valor depende del primero.
 - a, c, e son variables **independientes**; se fijan previamente y se designan con la letra x .
 - b, d, f son variables **dependientes**; dependen del valor de x y se designan con la letra y .
- Si trasladamos los valores a un sistema de ejes y unimos sus puntos, obtenemos una **gráfica**.
 - Variable independiente x , en el eje de abscisas u horizontal.
 - Variable dependiente y , en el eje de ordenadas o vertical.

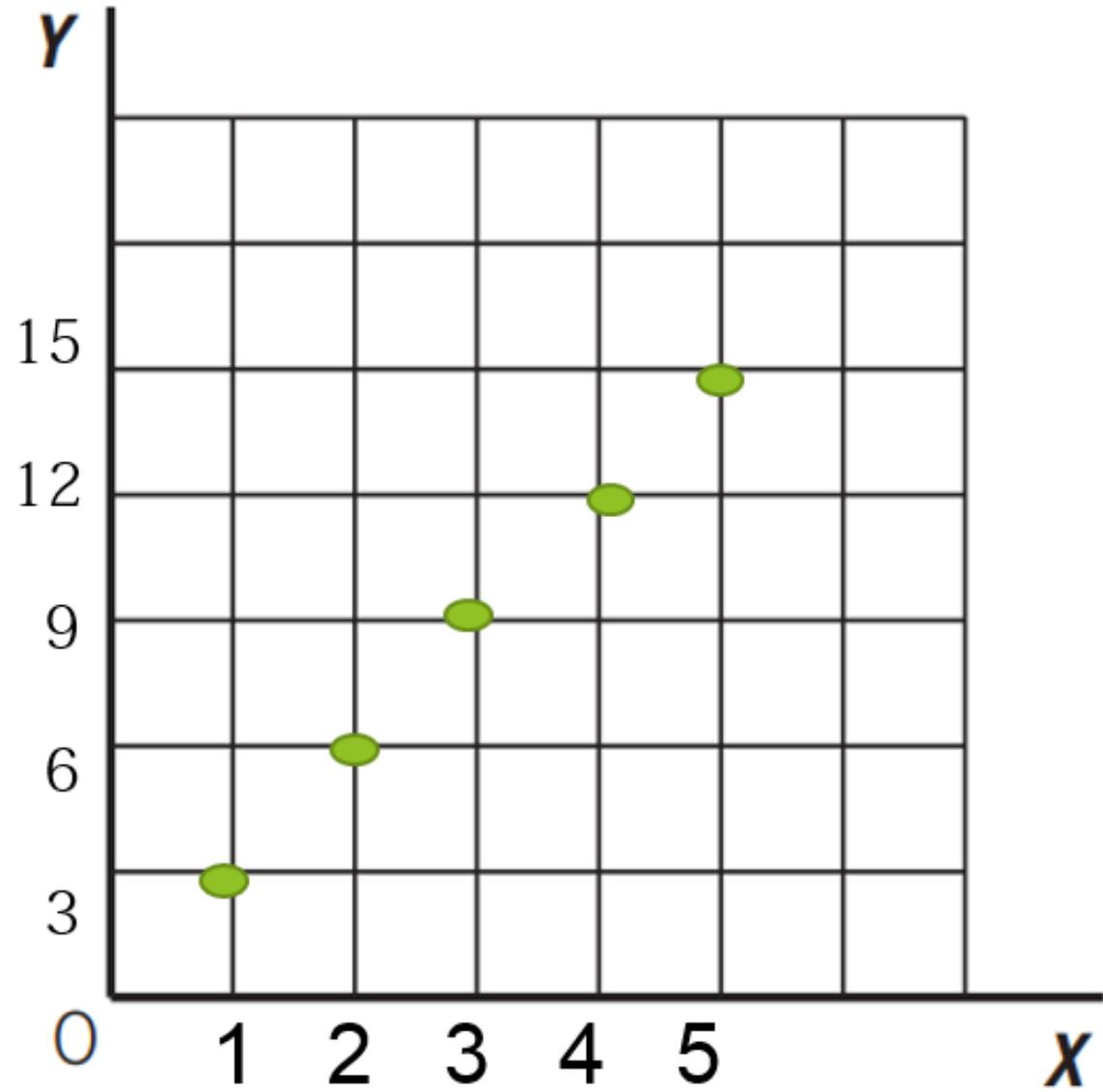
x	y
a	b
c	d
e	f

EJEMPLO

Un canguro avanza 3 metros en cada salto que realiza.

- a) Magnitudes: saltos y distancia.
- b) Variable independiente: número de saltos (se fijan previamente).
- c) Variable dependiente: distancia en metros (depende del número de saltos).

VARIABLE INDEPENDIENTE (x) NÚMERO DE SALTOS	VARIABLE DEPENDIENTE (y) DISTANCIA (en metros)
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15



IDEA DE FUNCIÓN

- La relación entre dos magnitudes la podemos escribir mediante una expresión algebraica, es decir, combinando letras, números y signos aritméticos.
- Esta relación se denomina **función**.
 - Expresa el valor de y dependiendo de x .
 - A cada valor de la variable independiente le corresponde un único valor de la variable dependiente.
- Una función hace corresponder a un valor x otro valor de y .
Se suele escribir: $y =$ expresión algebraica con x .

EJEMPLO

Interpreta la función $y = 2x + 1$.

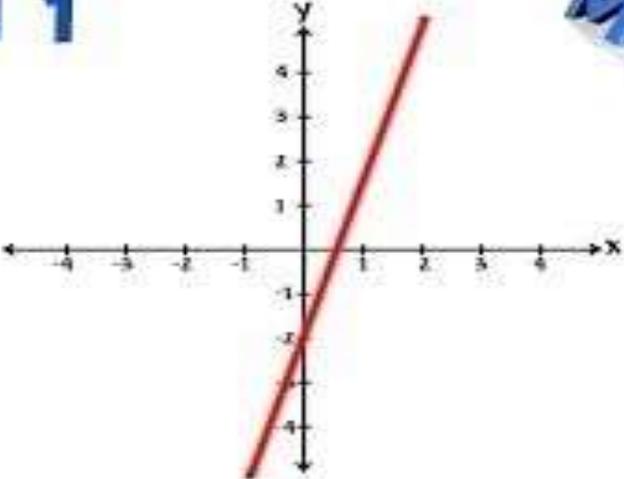
- Es una expresión algebraica que relaciona dos magnitudes.
- Para cada valor de x obtenemos un único valor de y .
- Cada vez que introducimos un valor de x , la función $y = 2x + 1$ le hace corresponder un valor de y , que se obtendrá multiplicando x por 2 y sumándole 1.

<https://youtu.be/AoZpzAoC1Qg>

FUNCIÓN LINEAL

EJEMPLO 1

Graficar
 $y = 3x - 2$



ACTIVIDAD

Forma los pares de valores que corresponden a las tablas adjuntas.

a)

0	3
2	2
-3	8
5	6
4	-1

(0, 3), (2, 2)...

c)

8	4	0	-1	3	5
3	2	1	0	-3	2

(8, 3), (4, 2)...

b)

1	3
5	1
2	-2
8	4
-1	-6

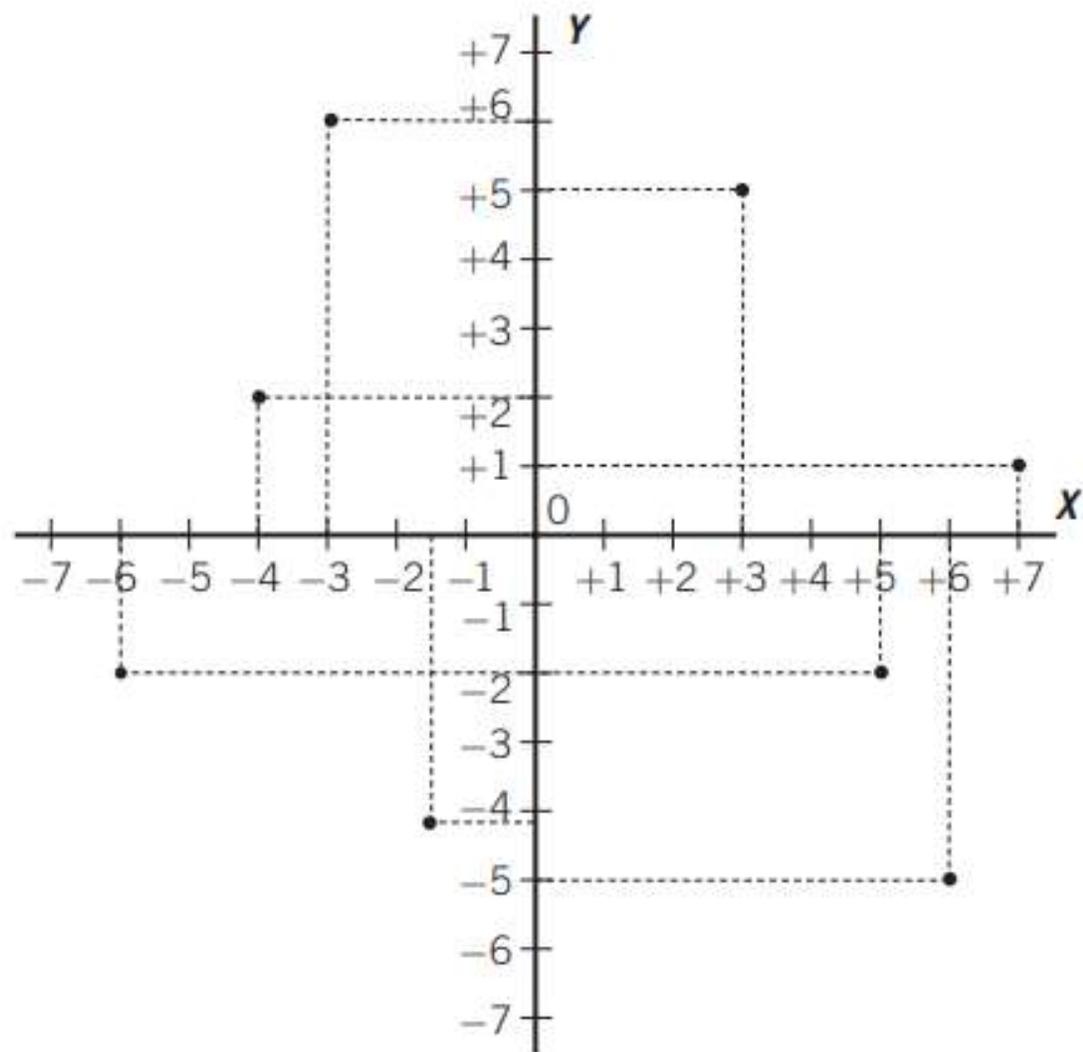
d)

7	5	-6	3	2	-2
2	-9	1	-7	1	-5

Representa en un sistema de ejes los pares de valores de la siguiente tabla.

VALOR DEL EJE X	-1	-2	3	6	2	4
VALOR DEL EJE Y	3	-2	5	-1	4	0

Forma una tabla de valores ordenados que correspondan a los puntos de este sistema de ejes.



Obtén la tabla de valores de la función $y = 2x + 1$.

$$y = 2x + 1$$

x	Para $x = 0$	Para $x = 1$	Para $x = 2$	Para $x = 3$
y	$y = 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$	$y = 2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$	$y = 2 \cdot 2 + 1 = 4 + 1 = 5$	

Abreviadamente se expresa:

x	0	1	2	3	4	5
y	1	3	5			

También se pueden dar valores negativos:

x	Para $x = -1$	Para $x = -2$	Para $x = -3$
y	$y = 2 \cdot (-1) + 1 = -2 + 1 = -1$		

$$Y = 2x + 1 \quad x = -1$$

$$y = (2)(-1) + 1$$

$$y = -2 + 1$$

$$y = -1$$

Operaciones combinadas

Al resolver operaciones combinadas, es necesario seguir este orden al operar:

- 1.º Calcula las operaciones que hay dentro de los paréntesis.
- 2.º Calcula las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen.
- 3.º Calcula las sumas y restas en el orden en que aparecen

<https://youtu.be/P6mBE-1oXQM>

**OPERACIONES COMBINADAS DE
ADICIÓN, SUSTRACCIÓN,
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN EN N**

$(8 \div 4 \times 3 - 5)$ $(15 - 9 \div 3 \times 5 + 3)$



<https://youtu.be/hkh0l0Ye7g0>



Por ejemplo:

$$\begin{array}{c} 5 + 6 : (7 - 4) \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 + 6 : 3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 + 2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 7 \end{array}$$

Con
paréntesis.



$$5 + 6 : (7 - 4) = 5 + 6 : 3 = 5 + 2 = 7$$



Sin
paréntesis.

$$\begin{array}{c} 36 : 4 - 3 \times 2 + 8 \\ \swarrow \searrow \\ 9 - 3 \times 2 + 8 \\ \quad \swarrow \searrow \\ 9 - 6 + 8 \\ \quad \swarrow \searrow \\ 3 + 8 \\ \quad \swarrow \searrow \\ 11 \end{array}$$

$$36 : 4 - 3 \times 2 + 8 = 9 - 3 \times 2 + 8 = 9 - 6 + 8 = 3 + 8 = 11$$

https://youtu.be/5EX30V30W_A

OPERACIONES COMBINADAS
con NÚMEROS ENTEROS 

$$9 \cdot (-3) - 3 - 4 : (-2) =$$

¡MUY FÁCIL!

Al hacer operaciones combinadas, primero calculamos los paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones y por último las sumas y restas.

Subraya la operación que tienes que hacer primero. Después, calcula:

Ejemplo 1:

$$\begin{array}{r} 9 - 6 + 3 \\ \hline 3 + 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

Ejemplo 2:

$$\begin{array}{r} (7+8) \times 5 \\ \hline 15 \times 5 \\ \hline 75 \end{array}$$

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 20 - \underline{12 : 4} \\ \hline 20 - 3 \\ \hline 17 \end{array}$$

► Más ejemplos:

- $4 \times (5 + 8) = \underline{4 \times 5} + \underline{4 \times 8}$

$$\underline{4 \times 13} = \underline{20} + \underline{32}$$

$$52 = 52$$

- $19 \times (23 - 11)$

- $25 \times (8 + 5 - 3)$

- $16 - [8 \times (12 - 7) - 72 \div 2] - (20 - 6 \times 3)$