**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA LA SAGRADA FAMILIA**

**ÁREA DE MATEMÁTICAS ALGEBRA GRADO 8 PERÍODO 2**

**TEMA: MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS**

Para desarrollar este tema se dividirá en cuatro subtemas: Multiplicación de Monomios, Multiplicación de un Monomio por un Polinomio, Multiplicación de Binomios y Multiplicación de un Polinomio por un Polinomio.

**MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS:**

|  |
| --- |
| **CONCEPTO CLAVE:** Para encontrar el producto de dos o más monomios, se multiplican sus coeficientes y se utiliza la propiedad del producto de bases iguales en los exponentes, es decir $x^{n}×x^{m }=x^{n+m}$  |

Ej. Encontrar el producto entre $6xz^{3}$ y $-8xyz^{3}$. Para ello es necesario multiplicar los monomios. $\left(6xz^{3}\right)\left(-8xyz^{3}\right)=-48x^{2}yz^{6}$. El coeficiente resulta de multiplicar $6×(-8)$; $x^{2} resulta de x .x=x^{1+1}=x^{2}$; $z^{6} resulta de z^{3}.z^{3}=z^{6}$

Ej. Resolver el producto: $\left(\frac{-6}{5} x^{2}y\right)\left(\sqrt{2} x^{3}y^{4}\right)\left(\sqrt{2} xy\right)=$

1.- Se multiplican los coeficientes de los factores: $\frac{-6}{5} ×\sqrt{2} ×\sqrt{2 }=\frac{-6}{5} \sqrt{4}=\frac{-6}{5} ×2=\frac{-12}{5} $

2.- Se multiplican las variables: ($x^{2}x^{3}x)\left(yy^{4}y\right)=x^{2+3+1}y^{1+4+1}= x^{6}y^{6}$

3.- Por lo tanto el producto es: $\frac{-12}{5}x^{6}y^{6}$

Ej. Resolver el producto: $\left(-a^{m}\right)\left(-2a^{n}b\right)\left(-4ab^{n}\right)=\left(-1\right)\left(-2\right)\left(-4\right)\left(a^{m}\right)\left(a^{n}b\right)\left(ab^{n}\right)=-8\left(a^{m}×a^{n}×a×b×b^{n}\right)=$

$$=-8a^{m+n+1}b^{n+1}$$

Ej. Resolver el producto: $\left(\frac{-5}{3}m^{x+1}n^{x-3}p^{3}\right)\left(\frac{4}{5}m^{x-1}n^{x+2}p^{x}\right)=\left(\frac{-5}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(m^{x+1}×m^{x-1}×n^{x-3}×n^{x+2}×p^{3}×p^{x}\right)=$

$$=\frac{-4}{3}\left(m^{x+1+x-1}\right)\left(n^{x-3+x+2}\right)\left(p^{3+x}\right)=\frac{-4}{3}m^{2x}n^{2x-1}p^{x+3}$$

**MULTIPLICACIÓN DE UN MONOMIO POR UN POLINOMIO:**

|  |
| --- |
| **CONCEPTO CLAVE:** Para multiplicar un monomio por un polinomio, se multiplican el monomio por cada término del polinomio, es decir, aplicando la propiedad distributiva.  |

Es necesario aplicar la propiedad distributiva definida como: $a\left(b+c\right)=ab+ac $

Ej. Realizar el producto: $-3z $ y $-2z+4z^{2}-3z^{3}$

1.- Se multiplica el monomio por el primer término del polinomio: $\left(-3z\right)\left(-2z+4z^{2}-3z^{3}\right)=6z^{1+1}$

2.- Se multiplica el monomio por el segundo término del polinomio: $\left(-3z\right)\left(-2z+4z^{2}-3z^{3}\right)= -12z^{1+2}$

3.- Se multiplica el monomio por el tercer término del polinomio: $\left(-3z\right)\left(-2z+4z^{2}-3z^{3}\right)=9z^{1+3}$

Luego el producto será: $\left(-3z\right)\left(-2z+4z^{2}-3z^{3}\right)=6z^{2}-12z^{3}+9z^{4}$

Ej. Resolver: $\left(\frac{1}{3}y^{2}-\frac{1}{2}xy-6x^{2}\right)\left(4x^{2}y^{2}\right)= \frac{4}{3} x^{2}y^{2}y^{2}-\frac{4}{2}xx^{2}yy^{2}-24x^{2}x^{2}y^{2}=\frac{4}{3}x^{2}y^{4}-2x^{3}y^{3}-24x^{4}y^{2}$

**MULTIPLICACIÓN DE BINOMIOS:**

|  |
| --- |
| **CONCEPTO CLAVE:** Para multiplicar un binomio por otro binomio se debe tomar cada término del primer binomio y multiplicarlo por cada término del segundo binomio.  |

Las siglas **PEIU** ayudan a recordar que el producto de binomios, es la suma de los productos de los **P**rimeros términos con los términos **E**xteriores, más los términos **I**nteriores con los **Ú**ltimos términos

Para multiplicar dos binomios (a + b) (c + d) se aplica la propiedad distributiva.

$$ \left(a+b\right)\left(c+d\right)\rightarrow ac primeros$$

 $\left(a+b\right)\left(c+d\right)\rightarrow ad externos $

$$ (a+b)\left(c+d\right) \rightarrow bc Internos$$

$ \left(a+b\right)\left(c+d\right) \rightarrow bd Últimos $

$$\left(a+b\right)\left(c+d\right)=ac+ ad + bc +bd$$

  **P E I U**

Ej. Resolver el producto: $\left(2x-6y\right)\left(4-3y\right)=$

$$=\left(2x\right)\left(4\right)-\left(2x\right)\left(3y\right)-\left(6y\right)\left(4\right)+\left(6y\right)\left(3y\right)=8x-6xy-24y+18y^{2}$$

  **P E I U**

Ej. Encontrar el producto: $\left(\frac{2}{5}x-3\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$

$$\left(\frac{2}{5}x-3\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)= \left(\frac{2}{5}x\right)\left(x\right)+\left(\frac{2}{5}x\right)\frac{1}{2}-3x-3\left(\frac{1}{2}\right)$$

 Primeros términos Términos externos Términos internos últimos términos

$$=\frac{2}{5}x^{2}+\frac{1}{5}x-3x-\frac{3}{2}$$

$$=\frac{2}{5}x^{2}-\frac{14}{5}x-\frac{3}{2}$$

Ej. Encontrar el área de un rectángulo cuya base es $3z-2$ y la altura es la mitad de la base.

Si la base es $3z-2$ su altura será: $\frac{3z-2 }{2} o \frac{3}{2}z-1$. Además se sabe que el Área de un Rectángulo es: $A=b×h$

$A=(\frac{3}{2}z-1)(3z-2 )$ Se debe aplicar la propiedad distributiva

$\left(\frac{3}{2}z-1\right)\left(3z-2\right)=\left(\frac{3}{2}z\right)\left(3z\right)+\left(\frac{3}{2}z\right)\left(-2\right)$ Producto de los primeros términos del binomio.

$\left(\frac{3}{2}z-1\right)\left(3z-2\right)=\left(\frac{3}{2}z\right)\left(3z\right)+\left(\frac{3}{2}z\right)\left(-2\right)+\left(3z\right)\left(-1\right)$ Producto de los dos términos internos del binomio.

 $\left(\frac{3}{2}z-1\right)\left(3z-2\right)=\left(\frac{3}{2}z\right)\left(3z\right)+\left(\frac{3}{2}z\right)\left(-2\right)-\left(3z\right)\left(1\right)+(-1)(-2)$ Producto de los dos últimos términos del binomio.

$$\left(\frac{3}{2}z-1\right)\left(3z-2\right)=\frac{9}{2}z^{2 }-3z-3z+2= \frac{9}{2}z^{2 }-6z+2 $$

$$\frac{9}{2}z^{2 }-6z+2$$

Luego el área del Rectángulo es de:

**MULTIPLICACIÓN DE UN POLINOMIO POR UN POLINOMIO:**

|  |
| --- |
| **CONCEPTO CLAVE:** Para multiplicar polinomios, se multiplica cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio y se simplifica.  |

Ej. Encontrar el producto entre $\left(3x-1\right) y (6x^{2}-4x+2)$

$3x\left(6x^{2}-4x+2\right)-1\left(6x^{2}-4x+2\right)$ Es necesario multiplicar cada término del primer polinomio por cada término del segundo

$\left(3x\right)\left(6x^{2}\right)-\left(3x\right)\left(4x\right)+\left(3x\right)\left(2\right)-\left(1\right)\left(6x^{2}\right)+\left(1\right)\left(4x\right)-\left(1\right)\left(2\right)$ Propiedad Distributiva

$18x^{3}-12x^{2}+6x-6x^{2}+4x-2$

$18x^{3}-12x^{2}-6x^{2}+6x+4x-2$ Reagrupando

$18x^{3}-18x^{2}+10x-2$ Agrupando términos semejantes.

NOTA: También es posible resolver la multiplicación en forma vertical. Es necesario que los términos semejantes queden en la misma columna.

Ej. Multiplicar: $\left(6x^{2}-2x+3\right) por \left(4x-3\right)$ en forma vertical.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$6x^{2}$$ | $-2x$  | $$+3$$ |  |
|  |  | $$4x$$ | $$-3$$ | Por conveniencia se coloca como segundo factor el polinomio de menos términos |
|   | $$-18x^{2}$$ | $$+6x$$ | $$-9$$ | Se multiplicó $-3(6x^{2}-2x+3)$ |
| $$24x^{3}$$ | $$-8x^{2}$$ | $$+12x$$ |  | Se multiplicó $4x\left(6x^{2}-2x+3\right)$ |
| $$24x^{3}$$ | $$-26x^{2}$$ | $$+18x$$ | $$-9$$ | Producto final |

Ej. Encontrar el producto entre $n^{2}+3n-2 $ y $3n^{3}+n-5 $

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | $$3n^{3}$$ |  | $$+n$$ | $$-5$$ |  |
|  |  |  | $$n^{2}$$ | $$+3n$$ | $ -2 $  |  |
|  |  | $$-6n^{3}$$ |  | $$-2n$$ | $$+10$$ |  $-2\left(3n^{3}+n-5 \right)$ |
|  | $$9n^{4}$$ |  | $$+3n^{2}$$ | $$-15n$$ |  |  $3n\left(3n^{3}+n-5 \right)$ |
| $$3n^{5}$$ |  | $$+n^{3}$$ | $$-5n^{2}$$ |  |  |  $n^{2}\left(3n^{3}+n-5 \right)$ |
| $$3n^{5}$$ | $$+9n^{4}$$ | $$-5n^{3}$$ | $$-2n^{2}$$ | $$-17n$$ | $$+10$$ |  |

Ej. Hallar el producto de los polinomios: $\left(3x^{4}-2x^{2}-6\right)\left(4x^{2}-3\right)$

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | $$3x^{4}$$ | $$+0x^{3}$$ | $$-2x^{2}$$ | $$+0x$$ | $$-6$$ |
|  |  |  |  | $$4x^{2}$$ |  | $$-3$$ |
|  |  | $$-9x^{4}$$ |  | $$+6x^{2}$$ |  | $$+18$$ |
| $$12x^{6}$$ |  | $$-8x^{4}$$ |  | $$-24x^{2}$$ |  |  |
| $$12x^{6}$$ |  | $$-17x^{4}$$ |  | $$-18x^{2}$$ |  | $$+18$$ |