INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA LA SAGRADA FAMILIA

ÁREA DE MATEMÁTICAS **ALGEBRA GRADO 8** **PERÍODO 3**

FACTORIZACIÓN

En matemáticas y particularmente en la teoría de los números, el **Teorema Fundamental de la Aritmética** es la afirmación de que todo número entero positivo, se puede representar como producto de factores primos de una forma única, salvo el orden.

Recordemos que un producto es el resultado de multiplicar dos o más factores. Por ejemplo, el producto de 1 x 12; 2 x 6; y 3 x 4 es 12, de modo que los factores enteros positivos de 12 son:

1	x	12	También pueden tomarse los	(-1)	x	(-12)	Todos ellos son factores de
2	x	6	enteros negativos como	(-2)	x	(-6)	12
3	X	4	factores de 12. Entonces	(-3)	X	(-4)	

Por lo general, se nombran los factores positivos de los números. Algunos de ellos sólo tienen dos factores, por ej. 2, 3, 5, 7, 11, 17 y muchos otros son ejemplos de esto. Estos números únicamente tienen como factor el 1 y el mismo número. Los números que tienen dos y sólo dos factores son **números primos**; aquellos que tienen más de dos factores son **números compuestos**. Ni el 0 ni el 1 son primos o compuestos. El número 1 sólo tiene un factor mientras que el 0 tiene infinitos factores.

FACTORIZACIÓN PRIMA:

Todo número puede expresarse como un producto de factores primos. Dicho producto es único a excepción del orden **(Teorema Fundamental de la Aritmética)**. Por ejemplo, los números 90, 100, 75, 490 pueden expresarse así:

90	2	100	2	75	3	490	2	90 = 2 x 3^2 x 5
45	3	50	2	25	5	245	5	100 = 2^2 x 5^2
15	3	25	5	5	5	49	7	75 = 3 x 5^2
5	5	5	5	1		7	7	490 = 2 x 5 x 7^2
1		1				1		

De modo que 90, 100, 75 y 490 se han factorizado en sus factores primos.

Ahora realicemos un análisis similar, pero con polinomios algebraicos.

Ej. $(x-6)(x+6)$ *equivale a* x^2-36 *porque* $(x-6)(x+6)=x^2+6x-6x-36$

La equivalencia entre las dos expresiones puede probarse aplicando la propiedad distributiva desde $(x-6)(x+6)$ para obtener x^2-36 (o por productos notables).

También puede probarse encontrando los factores primos del polinomio, es decir factorizando.

CONCLUSIÓN: El proceso de expresar una adición de términos algebraicos como un producto, recibe el nombre de **Factorización.**

Factorizar un polinomio significa expresarlo como el producto de polinomios irreducibles.

CASOS DE FACTORIZACIÓN

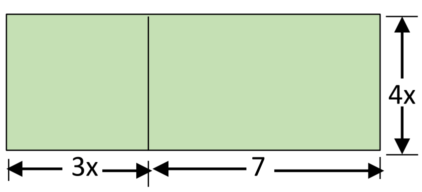
1.- FACTOR COMÚN:

Encontrar el factor común en un polinomio equivale a factorizar un monomio en un polinomio. Recordemos que factorizar un polinomio significa expresarlo como el producto de un monomio por un polinomio, o como el producto de polinomios. En este caso, (conocido como caso 1) se expresará un polinomio como el producto de un monomio por un polinomio.

Los métodos de factorización son útiles en la solución de diversas situaciones, especialmente en geometría.

Ej. A partir de las dimensiones de una figura o región plana, se puede encontrar el área de la misma y el proceso inverso es a partir del área para hallar las dimensiones de la figura.

Encontrar el área de la siguiente figura:

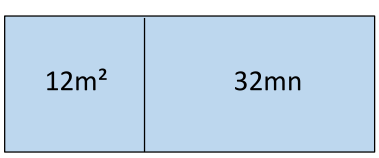


$$\underbrace{\acute{A}rea=(3x+7)(4x)}_{\text{Factores}}=\underbrace{12x^2+28x}_{\text{Polinomio}}$$

Aplicando la propiedad distributiva se obtiene el polinomio que expresa el área de la región.

El área de la figura está expresada por el polinomio $12x^2+28x$

Ej.: El área de la siguiente figura está expresada por el polinomio $12m^2+32mn$ ¿Cuáles son sus dimensiones?



En este caso, es necesario recurrir al proceso de descomposición en factores primos para encontrar el máximo común divisor de los coeficientes de cada término:

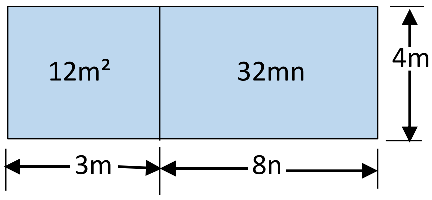
12	2	32	2	$12=2^2\times 3$
6	2	16	2	
3	3	8	2	$32=2^2\times 2^3$
1		4	2	
		2	2	$MCD(12,32)=2^2=4$ Factor primo común de menor exponente
		1		

Ahora es indispensable hallar el factor común de las variables.

Variables del primer término: **m²** Variables del segundo término: **mn**

Variables en común: **m²** y **m** Variables comunes con menor exponente: **m**

Entonces la expresión $12m^2 + 32mn$ equivale a $4m(3m) + 4m(8n)$, ya que el **factor común** es 4m



De esta manera $12m^2 + 32mn = 4m(3m) + 4m(8n) = 4m(3m + 8n)$ Cada término tiene como factor común a 4m

Por lo tanto, las dimensiones de la figura son ancho 4m y largo (3m + 8n).

Ej. Factorizar el polinomio $9x^2 - 12xy + 15x^3y^2 - 24xy^2$

9	3	12	2	15	3	24	2	$9 = 3^2$
3	3	6	2	5	5	12	2	$12 = 2^2 \times 3$
1		3	3	1		6	2	$15 = 3 \times 5$
		1				3	3	$24 = 2^3 \times 3$
						1		

MCD (9, 12, 15, 24) = 3

Variables comunes en todos los términos: x^2, x, x^3, x. La de menor exponente x.

$$9x^2 - 12xy + 15x^3y^2 - 24xy^2 = 3x(3x) - 3x(4y) + 3x(5x^2y^2) - 3x(8y^2) = 3x(3x - 4y + 5x^2y^2 - 8y^2)$$

Factores del Polinomio

Se puede comprobar si el proceso realizado es correcto, multiplicando los factores con ayuda de la propiedad distributiva, al final se debe obtener la expresión original.

Ej. Factorizar el polinomio: $72m^6n^4p^3z^2 - 120m^6n^5p^4z^3 + 24m^6n^3p^2 - 48m^6n^5p^6z^4$

72	2	120	2	24	2	48	2	$72 = 2^3 \times 3^2$
36	2	60	2	12	2	24	2	$120 = 2^3 \times 3 \times 5$
18	2	30	2	6	2	12	2	$24 = 2^3 \times 3$
9	3	15	3	3	3	6	2	$48 = 2^4 \times 3$
3	3	5	5	1		3	3	
1		1				1		

MCD (72, 120, 24, 48) = $2^3 \times 3 = 24$

Variables comunes de menor exponente: $m^6n^3p^2$. Entonces:

$$72m^6n^4p^3z^2 - 120m^6n^5p^4z^3 + 24m^6n^3p^2 - 48m^6n^5p^6z^4 =$$
$$24m^6n^3p^2(3npz^2) - 24m^6n^3p^2(5n^2p^2z^3) + 24m^6n^3p^2(1) - 24m^6n^3p^2(2n^2p^4z^4) =$$
$$24m^6n^3p^2(3npz^2 - 5n^2p^2z^3 + 1 - 2n^2p^4z^4) \rightarrow \text{Polinomio Factorizado}$$

En otras ocasiones el factor común no es un monomio, es un polinomio. Veamos el siguiente ejemplo:
Factorizar: $3q(4q - 5) + 6(4q - 5)$. En este caso el factor común es $(4q - 5)$. Entonces,

$3q(4q - 5) + 6(4q - 5) = (4q - 5)(3q + 6)$ Obsérvese que el factor $(3q + 6)$ no está completamente factorizado Porque $(3q + 6) = 3(q + 2)$.

Entonces: $3q(4q - 5) + 6(4q - 5) = 3(q + 2)(4q + 5)$

Ej. Factorizar. $(4x - 3)(2x - y + z) - (4x - 3) - (4x - 3)(6x - 5y + z) =$

$$= (4x - 3)[(2x - y + z) - 1 - (6x - 5y + z)]$$
$$= (4x - 3)[2x - y + z - 1 - 6x + 5y - z]$$
$$= (4x - 3)(-4x + 4y - 1)$$

EJERCICIO 89

Factorar o descomponer en dos factores:

1. $a^2+ab.$
2. $b+b^2.$
3. $x^2+x.$
4. $3a^3-a^2.$
5. $x^3-4x^4.$
6. $5m^2+15m^3.$
7. $ab-bc.$
8. $x^2y+x^2z.$
9. $2a^2x+6ax^2.$
10. $8m^2-12mn.$
11. $9a^3x^2-18ax^3.$
12. $15c^3d^2+60c^2d^3.$
13. $35m^2n^3-70m^3.$
14. $abc+abc^2.$
15. $24a^2xy^2-36x^2y^4.$
16. $a^3+a^2+a.$
17. $4x^2-8x+2.$
18. $15y^3+20y^2-5y.$
19. $a^3-a^2x+ax^2.$
20. $2a^2x+2ax^2-3ax.$
21. $x^3+x^5-x^7.$
22. $14x^2y^2-28x^3+56x^4.$
23. $34ax^2+51a^2y-68ay^2.$
24. $96-48mn^2+144n^3.$
25. $a^2b^2c^2-a^2c^2x^2+a^2c^2y^2.$
26. $55m^2n^3x+110m^2n^3x^2-220m^2y^3.$
27. $93a^3x^2y-62a^2x^3y^2-124a^2x.$
28. $x-x^2+x^3-x^4.$
29. $a^6-3a^4+8a^3-4a^2.$
30. $25x^7-10x^5+15x^3-5x^2.$
31. $x^{15}-x^{12}+2x^9-3x^6.$
32. $9a^2-12ab+15a^3b^2-24ab^3.$
33. $16x^3y^2-8x^2y-24x^4y^2-40x^2y^3.$
34. $12m^2n+24m^3n^2-36m^4n^3+48m^5n^4.$
35. $100a^2b^3c-150ab^2c^2+50ab^3c^3-200abc^2.$
36. $x^5-x^4+x^3-x^2+x.$
37. $a^2-2a^3+3a^4-4a^5+6a^6.$
38. $3a^2b+6ab-5a^3b^2+8a^2bx+4ab^2m.$
39. $a^{20}-a^{16}+a^{12}-a^8+a^4-a^2.$

EJERCICIO 90

Factorar o descomponer en dos factores:

1. $a(x+1)+b(x+1).$
2. $x(a+1)-3(a+1).$
3. $2(x-1)+y(x-1).$
4. $m(a-b)+(a-b)n.$
5. $2x(n-1)-3y(n-1).$
6. $a(n+2)+n+2.$
7. $x(a+1)-a-1.$
8. $a^2+1-b(a^2+1).$
9. $3x(x-2)-2y(x-2).$
10. $1-x+2a(1-x).$
11. $4x(m-n)+n-m.$
12. $-m-n+x(m+n).$
13. $a^3(a-b+1)-b^2(a-b+1).$
14. $4m(a^2+x-1)+3n(x-1+a^2).$
15. $x(2a+b+c)-2a-b-c.$
16. $(x+y)(n+1)-3(n+1).$
17. $(x+1)(x-2)+3y(x-2).$
18. $(a+3)(a+1)-4(a+1).$
19. $(x^2+2)(m-n)+2(m-n).$
20. $a(x-1)-(a+2)(x-1).$
21. $5x(a^2+1)+(x+1)(a^2+1).$
22. $(a+b)(a-b)-(a-b)(a-b).$
23. $(m+n)(a-2)+(m-n)(a-2).$
24. $(x+m)(x+1)-(x+1)(x-n).$
25. $(x-3)(x-4)+(x-3)(x+4).$
26. $(a+b-1)(a^2+1)-a^2-1.$
27. $(a+b-c)(x-3)-(b-c-a)(x-3)$
28. $3x(x-1)-2y(x-1)+z(x-1).$
29. $a(n+1)-b(n+1)-n-1.$
30. $x(a+2)-a-2+3(a+2).$
31. $(1+3a)(x+1)-2a(x+1)+3(x+1)$
32. $(3x+2)(x+y-z)-(3x+2)-(x+y-1)(3x+2).$

2.- FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS:

Si una adición contiene cuatro o más términos, es posible reunirlos en grupos, de tal manera que en cada uno se encuentren factores comunes, este caso se conoce como el caso II, factor común por agrupación de términos.

Ej.- Factorizar la suma: $16rw + 4tw - 4rz - tz$ No hay factores comunes (diferentes de uno) para toda la expresión.

Agrupando: $(16rw + 4tw) - (4rz + tz)$ 1) Se hace necesario agrupar, de tal manera que se encuentren factores

O también: $(16rw - 4rz) + (4tw - tz)$ 2) comunes en cada agrupación.

En la agrupación 1) se encuentran los factores comunes: $4w(4r + t) - z(4r + t)$.

En la agrupación 2) se encuentran los factores comunes: $4r(4w - z) + t(4w - z)$.

Continuando la factorización en 1) $\longrightarrow$ $(4r + t)(4w - z)$.

Continuando la factorización en 2) $\longrightarrow$ $(4w - z)(4r + t)$. Origina el mismo resultado.

Verificación: $(4w - z)(4r + t) = 16rw + 4tu - 4rz - tz$. $\longrightarrow$ Expresión original.

Ej.- Factorizar: $x^4 - x + 2x^3 - 2$

Primera forma:

$(x^4 - x) + (2x^3 - 2) = x(x^3 - 1) + 2(x^3 - 1) = (x^3 - 1)(x + 2)$ $\longrightarrow$ Factores

Segunda forma:

$x^4 + 2x^3 - x - 2 =$ $\longrightarrow$ ordenando el polinomio

$(x^4 + 2x^3) - (x + 2) =$ $\longrightarrow$ Como el segundo polinomio está precedido de un $-$ cambia el signo de los términos del paréntesis.

$x^3(x + 2) - (x + 2) = (x + 2)(x^3 - 1)$ $\longrightarrow$ Factores

Verificación: $(x^3 - 1)(x + 2) = x^4 - x + 2x^3 - 2$

Ej.- Factorizar: $12m^3 + 8m^2n + 6mn^2 - 20m^2q + 6nq^2 + 9mq^2 - 15q^3 + 4n^3 - 10n^2q$

Solución:

a) Se agrupa por ternas teniendo en cuenta lo siguiente:

- Que los términos agrupados tengan algo en común.
- Que las cantidades que quedan dentro de los paréntesis después de sacar el factor común en cada grupo sean iguales.

$$(12m^3 + 8m^2n - 20m^2q) + (4n^3 + 6mn^2 - 10n^2q) + (-15q^3 + 9mq^2 + 6nq^2)$$

b) Se obtiene el factor común de cada agrupación:

$$4m^2(3m + 2n - 5q) + 2n^2(2n + 3m - 5q) + 3q^2(-5q + 3m + 2n)$$

c) Por último se ordena y se factoriza

$$(3m + 2n - 5q)(4m^2 + 2n^2 + 3q^2)$$

EJERCICIO 91

Factorar o descomponer en dos factores:

1. $a^2+ab+ax+bx.$
2. $am-bm+an-bn.$
3. $ax-2bx-2ay+4by.$
4. $a^2x^2-3bx^2+a^2y^2-3by^2.$
5. $3m-2n-2nx^4+3mx^4.$
6. $x^2-a^2+x-a^2x.$
7. $4a^3-1-a^2+4a.$
8. $x+x^2-xy^2-y^2.$
9. $3abx^2-2y^2-2x^2+3aby^2.$
10. $3a-b^2+2b^2x-6ax.$
11. $4a^3x-4a^2b+3bm-3amx.$
12. $6ax+3a+1+2x.$
13. $3x^3-9ax^2-x+3a.$
14. $2a^2x-5a^2y+15by-6bx.$
15. $2x^2y+2xz^2+y^2z^2+xy^3.$
16. $6m-9n+21nx-14mx.$
17. $n^2x-5a^2y^2-n^2y^2+5a^2x.$
18. $1+a+3ab+3b.$

19. $4am^3-12amn-m^2+3n.$
20. $20ax-5bx-2by+8ay.$
21. $3-x^2+2abx^2-6ab.$
22. $a^3+a^2+a+1.$
23. $3a^2-7b^2x+3ax-7ab^2.$
24. $2am-2an+2a-m+n-1.$
25. $3ax-2by-2bx-6a+3ay+4b.$
26. $a^3+a+a^2+1+x^2+a^2x^2.$
27. $3a^3-3a^2b+9ab^2-a^2+ab-3b^2.$
28. $2x^3-nx^2+2xz^2-nz^2-3ny^2+6xy^2.$
29. $3x^3+2axy+2ay^2-3xy^2-2ax^2-3x^2y.$
30. $a^2b^3-n^4+a^2b^3x^2-n^4x^2-3a^2b^3x+3n^4x.$

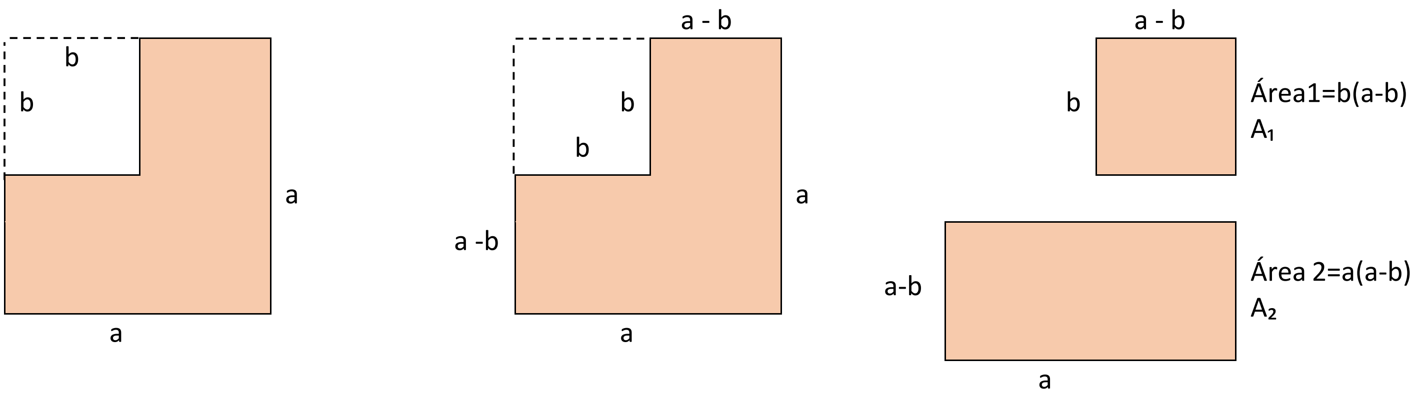
3.- DIFERENCIA DE CUADRADOS:

Al factorizar la expresión $a^2 - b^2$ (conocida como diferencia de cuadrados), se convierte en la expresión equivalente $(a+b)(a-b)$ o $(a-b)(a+b)$. Este caso se conoce como el caso IV.

Para factorizar el binomio de la forma $a^2 - b^2$ se procede así:

1. Se extrae la raíz cuadrada del primer y segundo término.
2. Se escriben las raíces como un producto de dos factores.
3. Uno de los factores es la adición de las raíces cuadradas y el otro la sustracción de las mismas.

Las representaciones gráficas de situaciones geométricas, permiten un mejor análisis de las situaciones concretas.
En el tema de productos notables se demostró geométricamente que $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ en el caso particular en que $a > b$; ahora usaremos un mecanismo similar para mostrar geométricamente que $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.
La expresión $a^2 - b^2$ representa una diferencia entre dos áreas a^2 y b^2 con $a^2 > b^2$



$$a^2 - b^2 \quad = \quad a(a-b) + b(a-b)$$

A₁ = A₂

$(a-b)(a+b)$ → Factor Común

Ej.- Factorizar: $\underbrace{100m^4n^2}_{a^2} - \underbrace{81p^6q^4}_{b^2}$ $\quad a = 10m^2n$, $\quad b = 9p^3q^2$ Sacando raíz cuadrada a cada término

Ahora la expresamos como el producto de una adición por una sustracción.

$$100m^4n^2 - 81p^6q^4 = (10m^2n)^2 - (9p^3q^2)^2 = (10m^2n - 9p^3q^2)(10m^2n + 9p^3q^2)$$

Ej.- Factorizar: $\underbrace{\frac{w^4}{36}}_{a^2} - \underbrace{\frac{144z^{10}}{49}}_{b^2}$ entonces: $a = \frac{w^2}{6}$; $b = \frac{12z^5}{7}$ luego:

$$\left(\frac{w^2}{6}\right)^2 - \left(\frac{12z^5}{7}\right)^2 = \left(\frac{w^2}{6} - \frac{12z^5}{7}\right)\left(\frac{w^2}{6} + \frac{12z^5}{7}\right)$$

Verificación:

$$\left(\frac{w^2}{6} - \frac{12z^5}{7}\right)\left(\frac{w^2}{6} + \frac{12z^5}{7}\right) = \frac{w^4}{36} + \frac{12w^2z^5}{42} - \frac{12w^2z^5}{42} - \frac{144z^{10}}{49} = \frac{w^4}{36} - \frac{144z^{10}}{49}$$ → Expresión original

CASO ESPECIAL:

Ej. 1: Factorizar: $16m^4 - 81n^4 = (4m^2)^2 - (9n^2)^2 = (4m^2 + 9n^2)(4m^2 - 9n^2)$ → Existe otra diferencia de cuadrados

$$(4m^2 + 9n^2)[(2m)^2 - (3n)^2] =$$
$$(4m^2 + 9n^2)(2m + 3n)(2m - 3n)$$

Ej.2: Factorizar: $100(x+y)^2 - 121(x-y)^2 = [10(x+y)]^2 - [11(x-y)]^2 =$

$$[10x + 10y - (11x - 11y)][10x + 10y + (11x - 11y)]$$
$$[10x + 10y - 11x + 11y][10x + 10y + 11x - 11y]$$
$$(-x + 21y)(21x - y) = (21y - x)(21x - y)$$

EJERCICIO 93

Factorar o descomponer en dos factores:

1. $x^2 - y^2$.
2. $a^2 - 1$.
3. $a^2 - 4$.
4. $9 - b^2$.
5. $1 - 4m^2$.
6. $16 - n^2$.
7. $a^2 - 25$.
8. $1 - y^2$.
9. $4a^2 - 9$.
10. $25 - 36x^4$.
11. $1 - 49a^2b^2$.
12. $4x^2 - 81y^4$.
13. $a^2b^8 - c^2$.
14. $100 - x^2y^6$.
15. $a^{10} - 49b^{12}$.
16. $25x^2y^4 - 121$.
17. $100m^2n^4 - 169y^6$.
18. $a^2m^4n^6 - 144$.
19. $196x^2y^4 - 225z^{12}$.
20. $256a^{12} - 289b^4m^{10}$.
21. $1 - 9a^2b^4c^6d^8$.

22. $361x^{14}-1$.

23. $\frac{1}{4}-9a^2$.

24. $1-\frac{a^2}{25}$.

25. $\frac{1}{16}-\frac{4x^2}{49}$.

26. $\frac{a^2}{36}-\frac{x^6}{25}$.

27. $\frac{x^2}{100}-\frac{y^2z^4}{81}$.

28. $\frac{x^6}{49}-\frac{4a^{10}}{121}$.

29. $100m^2n^4-\frac{1}{16}x^8$.

30. $a^{2n}-b^{2n}$.

31. $4x^{2n}-\frac{1}{9}$.

32. $a^{4n}-225b^4$.

33. $16x^{6m}-\frac{y^{2n}}{49}$.

34. $49a^{10n}-\frac{b^{12x}}{81}$.

35. $a^{2n}b^{4n}-\frac{1}{25}$.

36. $\frac{1}{100}-x^{2n}$.

4.- TRINOMIO CUADRADO PERFECTO:

Un trinomio es cuadrado perfecto cuando cumple las siguientes condiciones:
1.- Cuando el primer y tercer término son positivos y tienen raíz cuadrada exacta.
2.- El segundo término es el doble del producto de las raíces cuadradas del primer y último término.
Los trinomios cuadrados perfectos son expresiones que se obtienen del cuadrado de un binomio, ej.

$$(5x+10y)^2 = (5x+10y)(5x+10y) = (5x)(5x) + (5x)(10y) + (5x)(10y) + (10y)(10y)$$

$$(5x+10y)^2 = \underbrace{25x^2}_{\text{Cuadrado del primer término}} + \underbrace{2(5x)(10y)}_{\text{Dos veces el producto del primer término por el Segundo}} + \underbrace{100y^2}_{\text{Cuadrado del segundo término}}$$

$$\underbrace{(5x+10y)^2}_{\text{Binomio cuadrado}} = \underbrace{25x^2 + 2(5x)(10y) + 100y^2}_{\text{Trinomio cuadrado perfecto}}$$

¿Cómo se factoriza un trinomio cuadrado perfecto?

Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, primero se verifica si lo es, luego se forma el binomio con las raíces cuadradas del primer y tercer término del trinomio. El binomio queda elevado al cuadrado.

Ej. El trinomio $4x^2 + 8x + 4$ es cuadrado perfecto porque al extraer las raíces cuadradas de sus extremos se obtiene:
$\sqrt{4x^2} = 2x$ Al obtener el doble producto de sus raíces $2(2x \times 2) = 8x$ que es el segundo término del trinomio.
$\sqrt{4} = 2$ Por tanto, es trinomio cuadrado perfecto.
Ahora, al observar el trinomio $4x^2 - 4x - 3$ no es cuadrado perfecto porque el tercer término no tiene raíz cuadrada exacta.
Ej. Comprobar si $64a^2 - 48a + 9$ es trinomio cuadrado perfecto y si lo es factorizarlo.
$\sqrt{64a^2} = 8a$ Al obtener el doble producto de sus raíces $2(8a)(3) = 48a$ que es el segundo término del trinomio
$\sqrt{9} = 3$ Por tanto: $64a^2 - 48a + 9 = (8a-3)(8a-3) = (8a-3)^2$
Verificación:

$$(8a-3)^2 = (8a-3)(8a-3) =$$
Multiplicando los binomios
$$= 64a^2 - 24a - 24a + 9$$
$$= 64a^2 - 48a + 9$$

Ej. Factorizar: $x^4 - x^2y^2 + \frac{1}{4}y^4$
La raíz cuadrada de x^4 es x^2 y la raíz cuadrada de $\frac{1}{4}y^4$ es $\frac{1}{2}y^2$; el doble producto de sus raíces es $2(x^2)\left(\frac{1}{4}y^4\right) = x^2y^2$
Entonces: $x^4 - x^2y^2 + \frac{1}{4}y^4 = (x^2 - \frac{1}{2}y^2)$

Ej. Factorizar: $9(m-2)^2 + 6(m-2) + 1$
La raíz cuadrada de $9(m-2)^2 = 3(m-2)$
La raíz cuadrada de $1 = 1$
Entonces el doble producto de sus raíces es: $2[3(m-2)](1) = 6(m-2)$
Luego la expresión $9(m-2)^2 + 6(m-2) + 1 = [3(m-2)+1]^2 = (3m-6+1)^2 = (3m-5)^2$

EJERCICIO 92

Factorar o descomponer en dos factores:

1. $a^2-2ab+b^2$.
2. $a^2+2ab+b^2$.
3. x^2-2x+1.
4. y^4+1+2y^2.
5. $a^2-10a+25$.
6. $9-6x+x^2$.
7. $16+40x^2+25x^4$.
8. $1+49a^2-14a$.
9. $36+12m^2+m^4$.
10. $1-2a^3+a^6$.
11. a^8+18a^4+81.
12. $a^6-2a^3b^3+b^6$.
13. $4x^2-12xy+9y^2$
14. $9b^2-30a^2b+25a^4$.
15. $1+14x^2y+49x^4y^2$.
16. $1+a^{10}-2a^5$.
17. $49m^6-70am^3n^2+25a^2n^4$.
18. $100x^{10}-60a^4x^5y^6+9a^8y^{12}$.
19. $121+198x^6+81x^{12}$.
20. $a^2-24am^2x^2+144m^4x^4$.
21. $16-104x^2+169x^4$.
22. $400x^{10}+40x^5+1$.
23. $\frac{a^2}{4}-ab+b^2$.
24. $1+\frac{2b}{3}+\frac{b^2}{9}$.
25. $a^4-a^2b^2+\frac{b^4}{4}$.
26. $\frac{1}{25}+\frac{25x^4}{36}-\frac{x^2}{3}$.
27. $16x^6-2x^3y^2+\frac{y^4}{16}$.
28. $\frac{n^2}{9}+2mn+9m^2$.
29. $a^2+2a(a+b)+(a+b)^2$.
30. $4-4(1-a)+(1-a)^2$.
31. $4m^2-4m(n-m)+(n-m)^2$.
32. $(m-n)^2+6(m-n)+9$.
33. $(a+x)^2-2(a+x)(x+y)+(x+y)^2$.
34. $(m+n)^2-2(a-m)(m+n)+(a-m)^2$
35. $4(1+a)^2-4(1+a)(b-1)+(b-1)^2$.
36. $9(x-y)^2+12(x-y)(x+y)+4(x+y)^2$.