# INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA LA SAGRADA FAMILIA

## ÁREA DE MATEMÁTICAS ALGEBRA GRADO 8 PERÍODO 3

## TEMA: COCIENTES NOTABLES

Se llama cocientes notables a ciertos cocientes que obedecen a reglas fijas y que pueden ser escritos por simple inspección.

**1. COCIENTE DE LA DIFERENCIA DE LOS CUADRADOS DE DOS CANTIDADES ENTRE LA SUMA O LA DIFERENCIA DE LAS CANTIDADES.**

Sea el cociente $\frac{x^2-a^2}{x+a}$, efectuando la división se tiene: $\frac{x^2-a^2}{x+a} = x - a$

CONCLUSIÓN: La diferencia de los cuadrados de dos cantidades dividida por la suma de las cantidades es igual a la diferencia de las cantidades.

Sea el cociente $\frac{x^2-a^2}{x-a}$, efectuando la división se tiene: $\frac{x^2-a^2}{x-a} = x + a$

CONCLUSIÓN: La diferencia de los cuadrados de dos cantidades dividida por la diferencia de las cantidades es igual a la suma de las cantidades.

Ejemplo 1. Dividir $a^2 - 16$ entre $a + 4$

Solución: $\frac{a^2-16}{a+4} = a - 4$

Ejemplo 2. Dividir $9x^2 - y^2$ entre $3x + y$

Solución: $\frac{9x^2-y^2}{3x+y} = 3x - y$

Ejemplo 3. Dividir $1 - x^4$ entre $1 - x^2$

Solución: $\frac{1-x^4}{1-x^2} = 1 + x^2$

**2. COCIENTE DE LA SUMA O DIFERENCIA DELOS CUBOS DE DOS CANTIDADES ENTRE LA SUMA O DIFERENCIA DE LAS DOS CANTIDADES.**

Sea el cociente $\frac{x^3+a^3}{x+a}$, efectuando la división se tiene: $\frac{x^3+a^3}{x+a} = x^2 - xa + a^2$

CONCLUSIÓN: La suma de los cubos de dos cantidades dividida por la suma de las cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, menos el producto de la primera por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Sea el cociente $\frac{x^3-a^3}{x-a}$, efectuando la división se tiene: $\frac{x^3-a^3}{x-a} = x^2 + xa + a^2$

CONCLUSIÓN: La diferencia de los cubos de dos cantidades dividida por la diferencia de las cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más el producto de la primera por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Ejemplo 1. Dividir $8x^3 + y^3$ entre $2x + y$

Solución: $\frac{8x^3+y^3}{2x+y} = (2x)^2 - 2x(y) + y^2 = 4x^2 - 2xy + y^2$

Ejemplo 1. Dividir $1 - 64a^3$ entre $1 - 4a$

Solución: $\frac{1-64a^3}{1-4a} = 1 + 4a + 16a^2$

**3. COCIENTE DE LA SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS IGUALES DE DOS CANTIDADES ENTRE LA SUMA O DIFERENCIA DE LAS CANTIDADES.**

CASO 1: $\begin{cases} \frac{x^4-a^4}{x-a} = x^3 + x^2a + xa^2 + a^3 \\ \frac{x^5-a^5}{x-a} = x^4 + x^3a + x^2a^2 + xa^3 + a^4 \end{cases}$

La diferencia de potencias iguales, ya sean pares o impares es siempre divisible por la diferencia de las bases.

En general: $x^n - a^n$ es siempre divisible por $x - a$, siendo n cualquier número entero, ya sea par o impar.

CASO 2: $\begin{cases} \frac{x^4-a^4}{x+a} = x^3 - x^2a + xa^2 - a^3 \end{cases}$

La diferencia de potencias iguales pares es siempre divisible por la suma de las bases.

En general: $x^n - a^n$ es divisible por $x + a$ siendo n un número entero par.

CASO 3: $\left\{\dfrac{x^5+a^5}{x+a} = x^4 - x^3a + x^2a^2 - xa^3 + a^4\right.$

La suma de potencias iguales impares es siempre divisible por la suma de las bases.
En general: $x^n + a^n$ es divisible por $x + a$ siendo n un número entero impar.

CASO 4: $\begin{cases} \dfrac{x^4+a^4}{x+a} = No\ es\ exacta\ la\ división \\ \dfrac{x^4+a^4}{x-a} = No\ es\ exacta\ la\ división \end{cases}$

La suma de potencias iguales pares nunca es divisible por la suma ni por la diferencia de las bases.
En general: $x^n + a^n$ nunca es divisible por $x + a$ ni por $x - a$ siendo n un número entero par.

**LOS RESULTADOS DE LOS CASOS 1,2, Y 3 SIGUEN LAS SIGUIENTES LEYES:**

1. El cociente tiene tantos términos como unidades tiene el exponente de las letras en el dividendo.
2. El primer término del cociente se obtiene dividiendo el primer término del dividendo entre el primer término del divisor y el exponente de $x$ disminuye 1 en cada término.
3. El exponente de $a$ en el segundo término del cociente es 1 y éste exponente aumenta 1 en cada término posterior a éste.
4. Cuando el divisor es $x - a$ todos los signos del cociente son + y cuando el divisor es $x + a$ los signos del cociente son alternativamente $+$ y $-$.

**Ejemplo 1.-** Hallar el cociente de $x^7 - y^7$ entre $x - y$

Solución: $\dfrac{x^7 - y^7}{x-y} = x^6 + x^5y + x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 + xy^5 + y^6$

**Ejemplo 2.-** Hallar el cociente de $m^8 - n^8$ entre $m + n$

Solución: $\dfrac{m^8 - n^8}{m+n} = m^7 - m^6n + m^5n^2 - m^4n^3 + m^3n^4 - m^2n^5 + mn^6 + n^7$

**Ejemplo 3.-** Hallar el cociente de $x^5 + 32$ entre $x + 2$

Solución: como $32 = 2^5$ entonces: $\dfrac{x^5+32}{x+2} = \dfrac{x^5+2^5}{x+2} = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16$



## EJERCICIO 69

Hallar, por simple inspección, el cociente de:

1. $\dfrac{x^2-1}{x+1}$.
2. $\dfrac{1-x^2}{1-x}$.
3. $\dfrac{x^2-y^2}{x+y}$.
4. $\dfrac{y^2-x^2}{y-x}$.
5. $\dfrac{x^2-4}{x+2}$.
6. $\dfrac{9-x^4}{3-x^2}$.
7. $\dfrac{a^2-4b^2}{a+2b}$.
8. $\dfrac{25-36x^4}{5-6x^2}$.
9. $\dfrac{4x^2-9m^2n^4}{2x+3mn^2}$.
10. $\dfrac{36m^2-49n^2x^4}{6m-7nx^2}$.
11. $\dfrac{81a^6-100b^8}{9a^3+10b^4}$.
12. $\dfrac{a^4b^6-4x^8y^{10}}{a^2b^3+2x^4y^5}$.
13. $\dfrac{x^{2n}-y^{2n}}{x^n+y^n}$.
14. $\dfrac{a^{2x+2}-100}{a^{x+1}-10}$.
15. $\dfrac{1-9x^{2m+4}}{1+3x^{m+2}}$.
16. $\dfrac{(x+y)^2-z^2}{(x+y)-z}$.
17. $\dfrac{1-(a+b)^2}{1+(a+b)}$.
18. $\dfrac{4-(m+n)^2}{2+(m+n)}$.
19. $\dfrac{x^2-(x-y)^2}{x+(x-y)}$.
20. $\dfrac{(a+x)^2-9}{(a+x)+3}$.

## EJERCICIO 70

Hallar, por simple inspección, el cociente de:

1. $\dfrac{1+a^3}{1+a}$.
2. $\dfrac{1-a^3}{1-a}$.
3. $\dfrac{x^3+y^3}{x+y}$.
4. $\dfrac{8a^3-1}{2a-1}$.
5. $\dfrac{8x^3+27y^3}{2x+3y}$.
6. $\dfrac{27m^3-125n^3}{3m-5n}$.
7. $\dfrac{64a^3+343}{4a+7}$.
8. $\dfrac{216-125y^3}{6-5y}$.
9. $\dfrac{1+a^3b^3}{1+ab}$.
10. $\dfrac{729-512b^3}{9-8b}$.
11. $\dfrac{a^3x^3+b^3}{ax+b}$.
12. $\dfrac{n^3-m^3x^3}{n-mx}$.
13. $\dfrac{x^6-27y^3}{x^2-3y}$.
14. $\dfrac{8a^9+y^9}{2a^3+y^3}$.
15. $\dfrac{1-x^{12}}{1-x^4}$.
16. $\dfrac{27x^6+1}{3x^2+1}$.
17. $\dfrac{64a^3+b^9}{4a+b^3}$.
18. $\dfrac{a^6-b^6}{a^2-b^2}$.
19. $\dfrac{125-343x^{15}}{5-7x^5}$.
20. $\dfrac{n^6+1}{n^2+1}$.