



**INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL  
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA  
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA  
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA**



**ÁREA:** MATEMÁTICAS

**UNIDAD:** 1. ÁNGULOS Y SISTEMA DE MEDICION

**TEMA:** CONVERSION SISTEMA SEXAGESIMAL Y CICLICO-TEOREMA DE PITAGORAS

**2021 PROFESOR:** JOHNSON CABEZAS

**ASIGNATURA:** TRIGONOMETRIA

**GRADO:** CICLO 5

**FECHA:** 19 DE FEBRERO DE

**VALOR:** AUTOESTIMA

**“DEDICATE A SENTIRTE BIEN CON TIGO MISMO, ES CON QUIEN PASARA EL RESTO DE TU VIDA”**

**1. LOGROS:**

\* Realizar los procesos de conversión entre las medidas de ángulos

\* Solucionar correctamente problemas prácticos, utilizando los elementos fundamentales de las razones trigonométricas

**TEMAS Y SUBTEMAS**

**MEDIDAS DE ÁNGULOS.** Se utilizan diversos sistemas de medidas de ángulos. Los más utilizados son: a) El sistema sexagesimal. b) El radián.

a) Sistema sexagesimal. Se llama **grado sexagesimal** a cada una de las partes del resultado de dividir la circunferencia en 360 partes iguales. Los divisores del grado son: '  $1^\circ = 60'$   $1' = 60''$  Así, el ángulo de 15 grados, 20 minutos y 40 segundos se expresa de la siguiente forma:  $15^\circ 20' 40''$  Este sistema es el más utilizado.

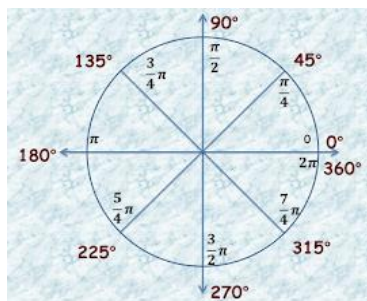
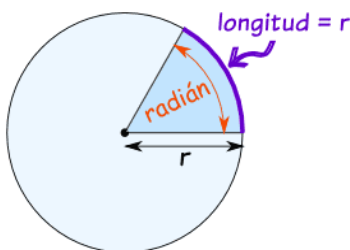
b) El **radián**. Definimos radián, como el arco de circunferencia que mide lo mismo que el radio. Debido a la proporcionalidad de la circunferencia y el radio, el ángulo medido en radianes es independiente de la circunferencia elegida.

**“NO ACEPTES MENOS DE LO QUE CUESTE TU PAZ, TU FELICIDAD Y AUTOESTIMA”**

**EQUIVALENCIA ENTRE EL SISTEMA SEXAGESIMAL Y CÍCLICO**

Como el perímetro de toda circunferencia es  $2\pi r$ , donde  $\pi$  es igual a 3,14159... y  $r$  es el radio de la circunferencia, la cantidad de veces que el radio de una circunferencia está en su perímetro está dada por el cociente.  $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$  Esto quiere decir que un ángulo completo cuya medida es de  $360^\circ$  equivale a  $2\pi$  rad.

Para determinar la equivalencia de un grado en radianes se realiza los siguientes pasos:



**Equivalencia entre el sistema sexagesimal y el cíclico**

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$$

$$\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ = 1 \text{ rad}$$

**CONVERSION DE GRADOS A RADIANES Y VICEVERSA.**

1. Para determinar la equivalencia de un ángulo en grados en radianes multiplicamos por la razón  $\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$

**Ejemplo:** pasar un ángulo de  $140^\circ$  a radianes

Solución:  $140^\circ \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{140^\circ \times \pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{140\pi \text{ rad}}{180} = \frac{14\pi \text{ rad}}{18} = \frac{7\pi \text{ rad}}{9}$  cancelando grados y simplificando las fracciones

Entonces un ángulo de  $140^\circ = \frac{7\pi \text{ rad}}{9}$

2. Para determinar la equivalencia de un ángulo en radianes en grados multiplicamos por la razón  $\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$



**INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL  
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA  
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA  
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA**



**Ejemplo:** pasar un ángulo de  $\frac{13\pi \text{ rad}}{3}$  a grados

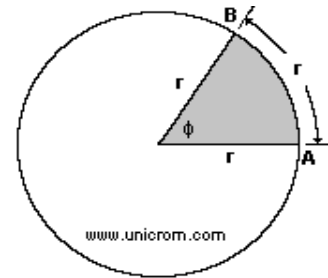
Solución:  $\frac{13\pi \text{ rad}}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = \frac{13\pi \text{ rad} \times 180^\circ}{3\pi \text{ rad}} = \frac{2340^\circ}{3} = 780^\circ$  cancelando  $\pi \text{ rad}$  y multiplicando

Entonces un ángulo de  $\frac{13\pi \text{ rad}}{3} = 780^\circ$

**“HE RECORRIDO UN LARGO CAMINO HASTA ESTAR DONDE ESTOY Y MEREZCO VALORARME POR ELLO ”**

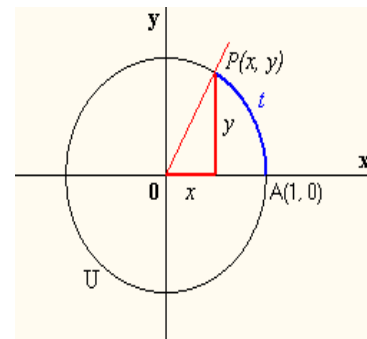
**LA TRIGONOMETRÍA**

La trigonometría (Trigón = Triángulo) podría definirse como el arte de resolver problemas reales o abstractos mediante la **relación** que existe entre los **elementos de un triángulo**, que son los bloques básicos de construcción para cualquier figura plana (el cuadrado, pentágono u otro polígono puede dividirse en triángulos por medio de líneas rectas radiando desde un ángulo hacia los otros). Su evolución se ha presentado desde las épocas de los astrónomos griegos, es utilizada actualmente por topógrafos, navegantes, e ingenieros, en el estudio de las mareas oceánicas, el alza y la caída de la producción de alimentos en ciertos ambientes ecológicos, los patrones de ondas cerebrales, la determinación exacta de una estrella en el firmamento y en muchos otros fenómenos.



Hay dos enfoques ampliamente aceptados en la aplicación de las funciones trigonométricas: uno usa círculos, en particular el **círculo unitario**, el otro usa triángulos rectángulos. Cualquiera que sea el enfoque utilizado es de gran importancia reconocer el papel de los ángulos en este estudio.

**LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS:** La circunferencia, goniométrica, trigonométrica, unitaria, es una circunferencia de radio uno, normalmente con su centro en el origen (0, 0) de un sistema de coordenadas, de un plano euclídeo o complejo. Dicha circunferencia se utiliza con el fin de poder estudiar fácilmente las razones trigonométricas y funciones trigonométricas, mediante la representación de triángulos rectángulos auxiliares.



Si (x, y) es un punto de la circunferencia unidad del primer cuadrante, entonces x e y son las longitudes de los catetos de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa tiene longitud 1.

Aplicando el teorema de Pitágoras, a y b

satisfacen la ecuación:  $x^2 + y^2 = 1^2 = \text{Radio} = \text{Hipotenusa}$

**RAZONES TRIGONOMETRICAS EN EL CIRCULO GONIOMÉTRICO:** Las razones trigonométricas son seis y se definen así:

- Seno** se define como el cociente entre la ordenada (y) y el radio (1)  $\implies \text{Sen } \theta = \frac{y}{1}$
- Coseno** se define como el cociente entre la abscisa (x) y el radio 1)  $\implies \text{Sen } \theta = \frac{x}{1}$
- Tangente** se define como el cociente entre la ordenada (y) y la abscisa (x)  $\implies \text{Tan } \theta = \frac{y}{x}$
- Cotangente** se define como el cociente entre la abscisa (x) ordenada (y)  $\implies \text{Cot } \theta = \frac{x}{y}$
- Secante** se define como el cociente entre el radio (1) y la abscisa (x)  $\implies \text{Sec } \theta = \frac{1}{x}$
- Cosecante** se define como el cociente entre el radio (1) y ordenada (y)  $\implies \text{Csc } \theta = \frac{1}{y}$



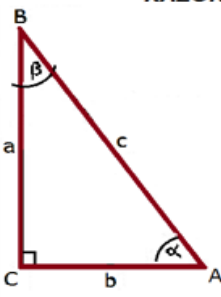
**INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL  
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA  
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA  
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA**



**RAZONES TRIGONOMETRICAS EN UN TRIANGULO RECTANGULO:** En términos generales, la trigonometría es el estudio de las razones

trigonométricas, seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante. Interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión. Las razones trigonométricas de un ángulo  $\alpha$  son las razones obtenidas entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Es decir, la comparación por su cociente de sus tres lados a, b y c.

**RAZONES TRIGONOMÉTRICAS**



Seno de $\alpha$	= $\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$
Coseno de $\alpha$	= $\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$
Tangente de $\alpha$	= $\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{a}{b}$
Cotangente de $\alpha$	= $\text{cotg } \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{b}{a}$
Secante de $\alpha$	= $\text{sec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{c}{b}$
Cosecante de $\alpha$	= $\text{cosec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{c}{a}$

**EJEMPLOS 1:** Hallar las razones

trigonométrica del Angulo  $\alpha$  en el siguiente triángulo rectángulo

**Datos:** hipotenusa = 15cm, Cateto adyacente = 12cm, Cateto opuesto = 9cm

$$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0.6$$

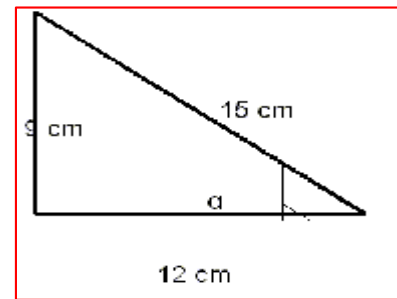
$$\text{Coseno } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0.8$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$\text{Cot } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1.33$$

$$\text{Sec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$\text{Cosec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1.66$$



**EJEMPLOS 2: EJEMPLOS 1:** Calcula las razones trigonométricas del ángulo C del siguiente triángulo rectángulo

**Datos:** a = 14m, c = 8m, b = ?, debemos hallar el valor del lado c (cateto opuesto al ángulo C)

para ello utilizamos el teorema de Pitágoras y despejamos el valor del lado c así:  
 $a^2 = b^2 + c^2$  entonces  $c^2 = a^2 - b^2$  y sacando raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad y al despejar a c nos quedaría así:

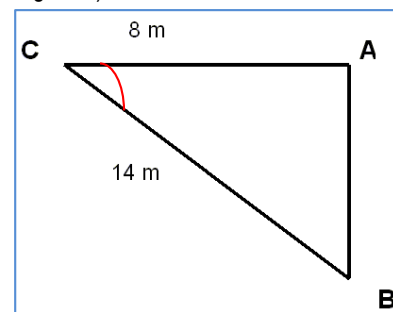
$$\sqrt{c^2} = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{14^2 - 8^2} = \sqrt{196 - 64} = \sqrt{132} \text{ entonces } c = 11.48$$

Ahora empezamos a hallar las razones trigonométricas:

$$\text{Sen } c = \frac{11.48}{14} = 0.82 ; \quad \text{Cos } c = \frac{8}{14} = 0.57$$

$$\text{Tan } c = \frac{11.48}{8} = 1.43 ; \quad \text{Cot } c = \frac{11.48}{14} = 0.69$$

$$\text{Sec } c = \frac{14}{8} = 1.75 ; \quad \text{Cosec } c = \frac{14}{11.48} = 1.22$$



**ACTIVIDAD 1:** Realiza las siguientes conversiones de grados a radianes y viceversa de los siguientes ángulos

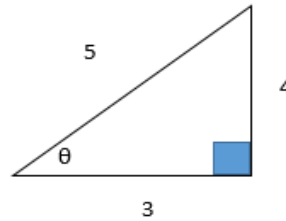
- a).  $10^\circ$       b).  $50^\circ$       c).  $100^\circ$       d).  $140^\circ$       e).  $200^\circ$       f).  $240^\circ$       g).  $280^\circ$
- h).  $288^\circ$       i).  $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$       j).  $\frac{3\pi}{5} \text{ rad}$       k).  $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$       l).  $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$       m).  $\frac{9\pi}{2} \text{ rad}$       n).  $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$



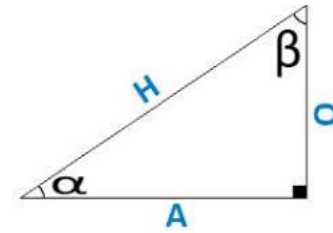
**INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL  
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA  
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA  
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA**



**ACTIVIDAD 2:** Hallar las razones trigonométricas para el ángulo  $\theta$  figura (1) y para los ángulos  $\alpha, \beta$  del triángulo de la figura (2), donde  $A = 9M, H = 13M$  y  $O = 7M$



**Figura 1**



**figura 2**

**ACTIVIDA 3:** Construye las razones trigonométricas para los ángulos notables. Busca en google (Los ángulos notables son ángulos especiales como son  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ )

**ACTIVIDA 4:** Completa la siguiente tabla colocando **los signos** de las razones trigonométricas en cada uno de los cuadrantes

Razón trigonométrica	seno	coseno	Tangente	Cotangente	Secante	Cosecante
Cuadrante						
I						
II						
III						
IV						

**“RESPONSABILIDAD ES LA ACTITUD DE UNA PERSONA INTELIGENTE”**

**ACTIVIDA 5: Resolver los siguientes ejercicios**

1. A cierta hora del día, el sol se observa con un ángulo de elevación  $\beta$ . Calcula la altura de un árbol que proyecta una sombra de 32,84 metros, cuando  $\beta$  corresponde a:

- a.  $30^\circ 15'$     b.  $54^\circ 54' 57''$     c.  $0^\circ 58' 59''$     d.  $45'$     e.  $4\pi/9$     d.  $\pi/9$ .

2. Desde la ventana de un edificio a 798 pies de altura, se observa un automóvil con un ángulo de depresión de  $58^\circ$ . Calcula la distancia en metros, que hay desde el automóvil hasta la base del edificio.

3. Una escalera de 5.5 metros está apoyada sobre la pared de una casa, formando un ángulo de  $32^\circ 15' 43''$ . Determina la distancia de la base de la pared a la escalera y la altura de la pared.

**“LA RESPONSABILIDAD ES UN FACTOR QUE TODA PERSONA DEBE POSEER, PARA PODER CUMPLIR CON SUS OBLIGACIONES Y TAREAS”**



**INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL  
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA  
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA  
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA**

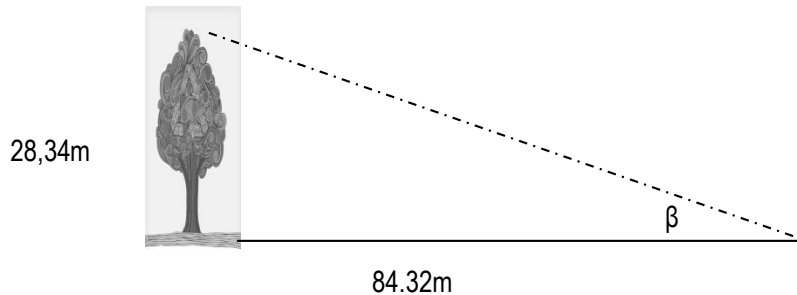


**ACTIVIDADES DE PROFUNDIZACIÓN:**

**¡Recuerda que debes justificar la escogencia de tu respuesta, con el procedimiento aplicado!**

**RESPONDA LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA INFORMACIÓN DADA**

A cierta hora del día, un árbol proyecta una sombra sobre la superficie del suelo, tal como se muestra en la figura



1. Si la sombra que proyecta este árbol equivale a 84,32 metros, la distancia entre la copa del árbol y la sombra, se puede calcular como:

- A.  $\sqrt{(28,34 \text{ m})^2 + (84,32 \text{ m})^2}$     B.  $\text{Tan } \beta = 28,34 \text{ m} / 84,32 \text{ m}$     C.  $\sqrt{[(28,34 \text{ m})^2 - (84,32 \text{ m})^2]}$  .  
D.  $(28,34 \text{ m})^2 \times (84,32 \text{ m})^2$

2. Para calcular el ángulo de elevación del rayo del sol, para proyectar la sombra, se procede así:

- A.  $\beta = \text{Tan}^{-1} (28,34 / 84,32)$     B.  $\beta = \text{Sen}^{-1} (28,34 / 84,32)$     C.  $\beta = \text{Cos}^{-1} (28,34 / 84,32)$     D.  $\beta = \text{Ctn}^{-1} (28,34 / 84,32)$

<https://www.youtube.com/watch?v=6VJ8wUVdBBg>

<https://www.youtube.com/watch?v=P3oZC7wBTBo>

<https://www.youtube.com/watch?v=WSjXGeTMYd4> HISTORIA

<https://www.youtube.com/watch?v=Eh2SXkZR9BY&list=PLeySRPnY35dEAlFYvOhtD2cztVuq15qw1&index=3>