



**INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA**



ÁREA: MATEMÁTICAS
UNIDAD: GEOMETRIA ANALITICA
TEMA: "HIPERBOLA"
PROFESOR: JOHNSON CABEZAS

ASIGNATURA: TRIGONOMETRIA
GRADO: CICLO V
FECHA: 25 DE MAYO DE 2021
VALOR: GENEROSIDAD

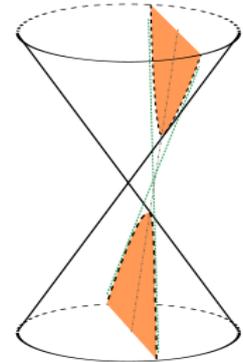
"DE TODAS LAS VARIEDADES DE VIRTUD, LA GENEROSIDAD ES LA MAS ESTIMADA"

1. LOGRO PROPUESTO:

- * Reconocer las secciones cónicas como intersecciones de planos y conos.
- * Construir la ecuación general y canónica de la elipse

2. TEMAS Y SUBTEMAS

LA HIPERBOLA: En matemáticas, una hipérbola es una sección cónica obtenida al cortar un cono recto con un plano (no paralelo a la generatriz) de forma que se intersequen ambas ramas del cono. Se puede caracterizar también como el lugar geométrico de los puntos cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos (llamados focos) es constante y menor que la distancia entre los mismos.

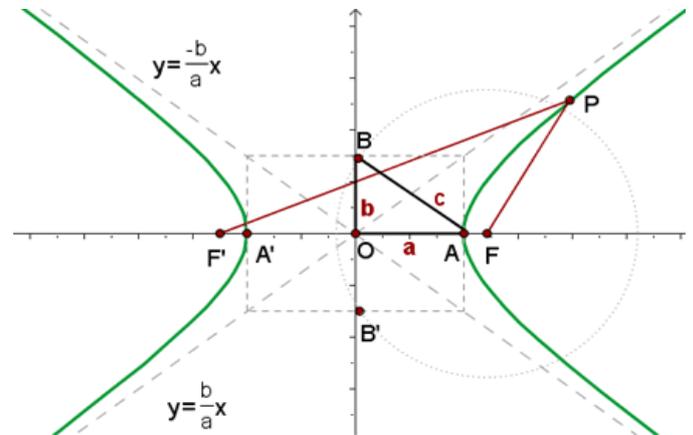


La tradición reza que las **secciones cónicas** fueron descubiertas por **Menecmo** en su estudio del problema de la duplicación del cubo, donde demuestra la existencia de una solución mediante el corte de una parábola con una hipérbola, lo cual es confirmado posteriormente por **Proclo y Eratóstenes**.

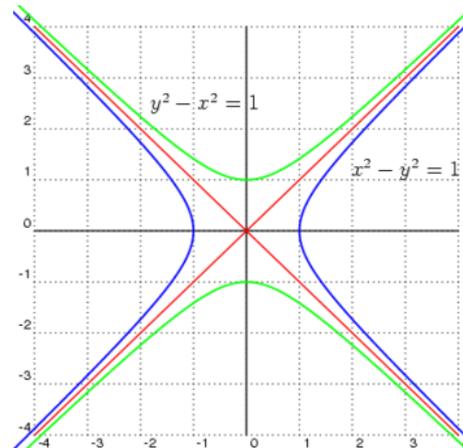
Sin embargo, el primero en usar el término hipérbola fue **Apolonio de Perge** en su tratado Cónicas, considerada obra cumbre sobre el tema de las matemáticas griegas, y donde se desarrolla el estudio de las tangentes a secciones cónicas.

ELEMENTOS DE LA HIPÉRBOLA:

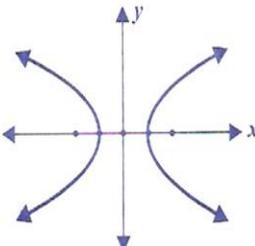
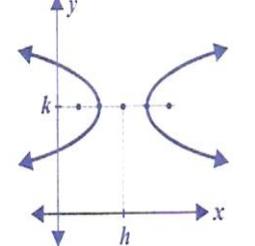
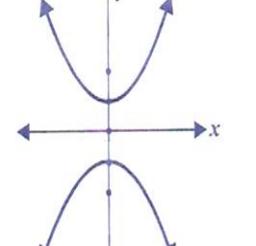
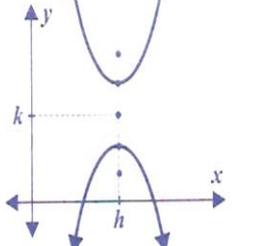
1. **Focos:** Son los puntos fijos F y F'.
 2. **Eje principal o real:** Es la recta que pasa por los focos.
 3. **Eje secundario o imaginario:** Es la mediatriz del segmento FF'.
 4. **Centro:** Es el punto de intersección de los ejes.
 5. **Vértices:** Los puntos A y A' son los puntos de intersección de la hipérbola con el eje focal.
- Los puntos B y B' se obtienen como intersección del eje imaginario con la circunferencia que tiene por centro uno de los vértices y de radio c.
6. **Radios vectores:** Son los segmentos que van desde un punto de la hipérbola a los focos: PF y PF'.
 7. **Distancia focal:** Es el segmento $\overline{FF'}$ de longitud 2c.
 8. **Eje mayor:** Es el segmento $\overline{AA'}$ de longitud 2a.
 9. **Eje menor:** Es el segmento $\overline{BB'}$ de longitud 2b.
 10. **Ejes de simetría:** Son las rectas que contienen al eje real o al eje imaginario.
 11. **Asíntotas:** Son las rectas de ecuaciones: $y = \frac{-b}{a}x$, $y = \frac{b}{a}x$
 12. Relación entre los semiejes: $c^2 = a^2 + b^2$.



ECUACIONES DE LA HIPÉRBOLA



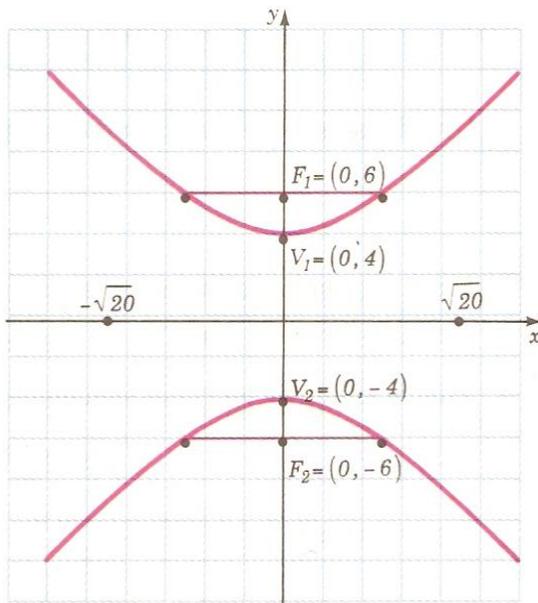
ECUACIONES EN COORDENADAS CARTESIANAS DE LA HIPÉRBOLA

Hipérbolas Horizontales:		Hipérbolas Verticales:	
<p><i>Centro en el Origen:</i></p> 	<p><i>Centro en (h,k):</i></p> 	<p><i>Centro en el Origen:</i></p> 	<p><i>Centro en (h,k):</i></p> 
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$	$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

EJEMPLO 1 Con centro C (0, 0)

Los vértices de una hipérbola son $v_1(0,4)$ y $v_2(0,-4)$; sus focos $f_1(0,6)$ y $f_2(0,-6)$. Hallar la ecuación de la hipérbola, la longitud de sus ejes transversos y el conjugado, la excentricidad y la longitud de cada lado recto

SOLUCION



- ✓ Como los vértices y los focos están sobre el eje y, el eje focal coincide con el eje y, entonces la ecuación correspondiente será:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$
- ✓ Longitud eje transverso $2a$:

$$2 \times 4 = 8$$

$$a = 4$$
- ✓ Distancia entre los focos $2c$:

$$2 \times 6 = 12$$

$$c = 6$$
- ✓ Como:

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b^2 = 36 - 16$$

$$= 20$$

$$b = \sqrt{20}$$
- ✓ Longitud eje conjugado:

$$2b = 2\sqrt{20}$$
- ✓ La ecuación es:

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{20} = 1$$



**INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA**



✓ Excentricidad $e = \frac{c}{a} = \frac{6}{4}$
 ✓ Longitud de cada lado recto: $\frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 20}{4} = 10$

Ejemplo 2 C (h, k)

Una hipérbola cuyo centro es el punto C (2, 3), tiene sus focos sobre la recta $y = 3$. Además, la distancia entre los focos es 10 unidades y la distancia entre sus vértices es 8 unidades. Trazar la gráfica y determine: coordenadas de los vértices, focos y ecuaciones de las asíntotas.

Solución

Como la distancia entre los vértices es 8, se sigue que $a = 4$. Igualmente, como $2c = 10$, se sigue que $c = 5$ y por lo tanto $b^2 = c^2 - a^2 = 5^2 - 4^2 = 9$ por lo tanto $b^2 = 9$ y $b = 3$

Ahora, puesto que los focos están sobre la recta $y = 3$ (paralela al eje x), la ecuación de la hipérbola pedida tiene la forma: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{16} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$

Las coordenadas de los focos son: $x = h \pm c$ y $y = 3$. Esto es: $F(7, 3)$ y $F'(-3, 3)$.

Igualmente, las coordenadas de los vértices son: $x = h \pm a$ y $y = 3$. Esto es, $v_1(6, 3)$ y $v_2(-2, 3)$.

- ACTIVIDAD: Dibuje las hipérbolas que tienen por:**
1. C (0,0) vértices (0,1) y (0,-1) y focos (0, 4) y (0,-4)
 2. Vértices (-1,4) y (-5, 4) y lado recto 5 unidades

