

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES		
	Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	

Sucesiones de Números Reales

APRENDIZAJE: Comprendo las generalidades de las sucesiones y de los límites de sucesiones y de funciones, asociando el aprendizaje a las consideraciones prácticas.

☞ **Sigue en orden cada una de las siguientes instrucciones**

- DEL LIBRO PAGINA 72 a 77 : Lectura –análisis y Resumen sintético en el cuaderno
 - Definición
 - Sucesiones monótonas
 - Sucesiones acotadas
 - Límite de una sucesión
 - Sucesiones convergentes
 - Sucesiones divergentes
 - Otras Sucesiones

Quienes tengan conexión a internet. Repacemos

- <https://www.youtube.com/watch?v=IXEe11Sfwo&list=PLeYSRPnY35dFQdgr7yzRYQxZjdnFdwjGC>
- <https://www.youtube.com/watch?v=bl99PoaU6P8&list=PLeYSRPnY35dFQdgr7yzRYQxZjdnFdwjGC&index=2>
- <https://www.youtube.com/watch?v=Kt7yfps3ww&list=PLeYSRPnY35dFQdgr7yzRYQxZjdnFdwjGC&index=3>
- <https://www.youtube.com/watch?v=cc3O9hKOMnA&list=PLeYSRPnY35dFQdgr7yzRYQxZjdnFdwjGC&index=5>
- <https://www.youtube.com/watch?v=U-hhp4x4JcE&list=PLeYSRPnY35dFQdgr7yzRYQxZjdnFdwjGC&index=11>
- <https://www.youtube.com/watch?v=xxSwH9enPeU&list=PLeYSRPnY35dFQdgr7yzRYQxZjdnFdwjGC&index=12>
- https://www.youtube.com/watch?v=9tA_Qzr5lqc
- https://www.youtube.com/watch?v=bHQ_x_zGxIM
- <https://www.youtube.com/watch?v=RPdGE-RHILl>

Veamos algunos ejercicios resueltos

Monotonía y acotación de sucesiones

Analicemos si la siguiente sucesión está acotada superior e inferiormente; y clasifiquémosla de acuerdo con su monotonía $a_n = \frac{2n - 4}{n + 3}$	$a_1, \quad a_2, \quad a_3, \quad a_4, \quad a_5, \dots, \quad a_{10}, \quad a_{100}, \dots, \quad a_{1000}$
	$\left\{ \frac{-2}{4}, \quad \frac{0}{5}, \quad \frac{2}{6}, \quad \frac{4}{7}, \quad \frac{6}{8}, \dots, \frac{16}{13}, \dots, \frac{196}{103}, \dots, \frac{1996}{1003} \right\}$
	decimales \Rightarrow $-0.5, \quad 0, \quad 0.33, \quad 0.57, \quad 0.75, \quad 1.23, \quad 1.902, \quad 1.99$
	cuando calculamos los primeros términos y nos saltamos al décimo, centésimo y milésimo podemos observar que la cota inferior es $-0.5 = -\frac{1}{2}$ y la cota superior es 2 podemos concluir que $-\frac{1}{2} \leq a_n \leq 2$ además podemos afirmar que es monótona creciente

Término general de una sucesión

Calculemos el término enésimo o general de la siguiente sucesión

$a_n = \left\{ \frac{3}{-1}, \frac{7}{2}, \frac{11}{7}, \frac{15}{14}, \frac{19}{23}, \dots \right\}$ <p>Analicemos ➔ finalmente podemos concluir que el término general o enésimo es:</p> $a_n = \frac{4n - 7}{n^2 - 2}$	<p>Analicemos los numeradores: Si observaste los videos sugeridos podrás darte cuenta que los numeradores se comportan como una progresión aritmética ya que aumentan de 4 en 4, una fórmula para encontrar el término general sería: $a_n = a_1 + (n - 1)r$, siendo a_1 el primer término y r la razón aritmética, en este caso 4, Por lo tanto el numerador será: $-3 + (n - 1)4 = -3 + 4n - 4 = 4n - 7$ Ahora analicemos los denominadores, por intuición lógica me doy cuenta que esos números se relacionan con esta serie: $\{1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$ corresponden a los cuadrados, en este caso, disminuidos en 2, $n^2 - 2$</p>
---	--

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES		
	Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	

Límite de una sucesión

Estudiamos el comportamiento de las siguientes sucesiones para términos muy avanzados e indiquemos cuál es el límite de cada una de ellas:

$a_n = \frac{5}{3n - 2}$ <p>Esta sucesión converge a 0, dado que a medida que n crece los términos se acercan progresivamente a 0. Simbólicamente esto se describe así:</p> $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{3n - 2} = 0$	<p>Estudiaremos, de forma intuitiva, el comportamiento y el límite de las funciones dadas, utilizando términos avanzados.</p> <p>Vamos a hallar el valor de los términos: 1000 y 1000000 y veremos qué relación hay entre ellos.</p> $a_{1000} = \frac{5}{3 \cdot 1000 - 2} = \frac{5}{2998} \approx 1,7 \cdot 10^{-3}$ $a_{1000000} = \frac{5}{3 \cdot 1000000 - 2} = \frac{5}{2999998} \approx 1,7 \cdot 10^{-6}$ <p>Si nos fijamos en los resultados obtenidos, vemos que cada término es más pequeño que el anterior y que se va aproximando cada vez más al cero ($1,7 \cdot 10^{-6} = 0,0000017$), por tanto podemos decir que la sucesión es decreciente y que su límite es 0.</p>
$c_n = \sqrt{\frac{4n}{n+2}}$ <p>Esta sucesión converge a 2, dado que a medida que n crece los términos se acercan progresivamente a 2</p>	<p>La sucesión es creciente y tiene por límite 2. Concluimos que esta sucesión es Convergente</p> $c_{1000} = \sqrt{\frac{4000}{1002}} \approx 1,998 \quad c_{10000} = \sqrt{\frac{40000}{10002}} \approx 1,9998 \quad c_{100000} = \sqrt{\frac{400000}{100002}} \approx 1,99998$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4n}{n+2}} = 2$
$a_n = 3n^2 + 5$ <p>Notemos que los términos de esta sucesión crecen indefinidamente a medida que n también lo hace</p>	<p>Calculemos: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \dots a_{10}, \dots a_{100} \rightarrow \{8, 17, 32, 53, 80, \dots 305, \dots 30005 \dots\}$</p> <p>En este caso podemos concluir que la sucesión es Divergente dado que su límite es infinito: $\lim_{n \rightarrow \infty} 3n^2 + 5 = \infty$</p>

ACTIVIDAD PRÁCTICA PARA TODOS

En el cuaderno Desarrolla

-  la actividad de aprendizaje de la página 75 numerales 1, 2, 3, 6 y 7
-  la actividad de aprendizaje de la página 77 numerales 1 y 2

- Toma registro fotográfico de la actividad desarrollada en el cuaderno
- envía a la asignación correspondiente en Teams

Ánimo