

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUIN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES				
Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: 01/10/2021	Fecha de Entrega: 29/10/2021	P.E.V.M.	

Límite de funciones

▪ **APRENDIZAJE:** Aplico estrategias gráficas, analíticas y algébricas y en el cálculo de límites

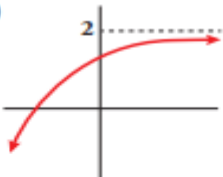
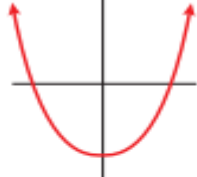
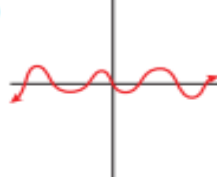
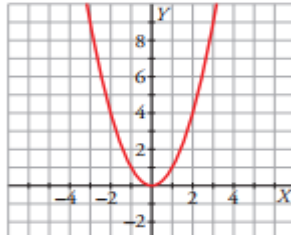
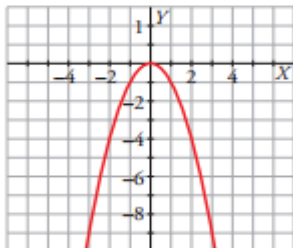
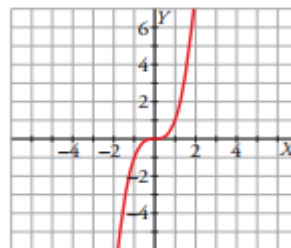
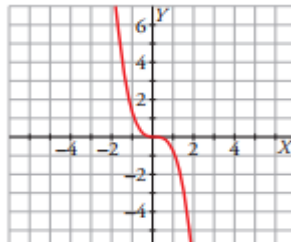
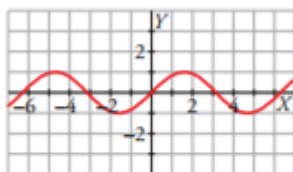
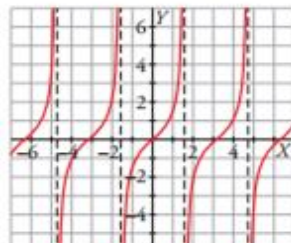
☞ **Sigue en orden cada una de las siguientes instrucciones**

- DEL LIBRO PAGINA 82 a 94 : Lectura –análisis y Resumen sintético en el cuaderno
 - Límite de una función en un punto • límites laterales • límites infinitos • Límites en el infinito
 - propiedades de los límites de funciones • indeterminaciones en el cálculo de límites

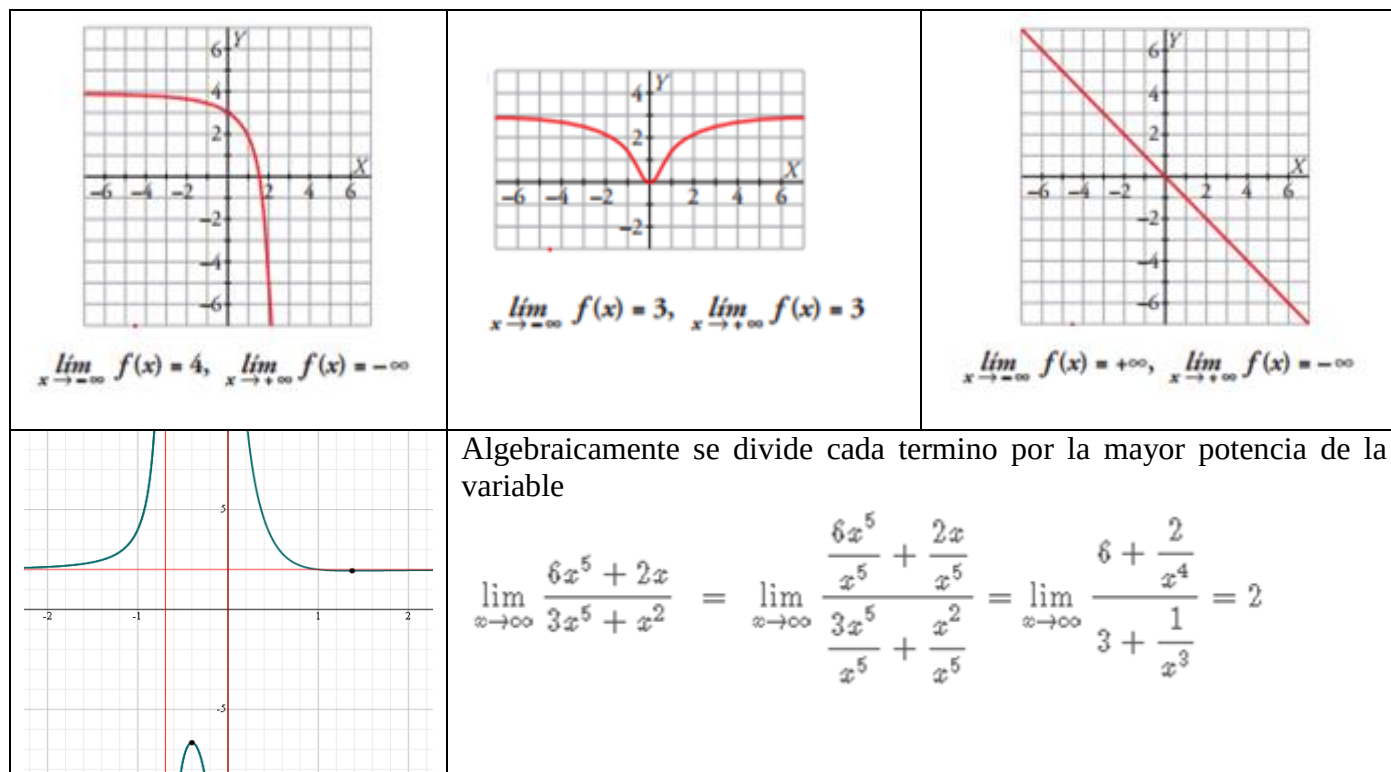
Quienes tengan conexión a internet. Repacemos

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • https://www.youtube.com/watch?v=RdLtaXRO_Ik • https://www.youtube.com/watch?v=kbd0SNNC2Rg | <ul style="list-style-type: none"> • https://www.youtube.com/watch?v=kRaL0widcCY • https://www.youtube.com/watch?v=RERF3EXziSE |
|--|--|

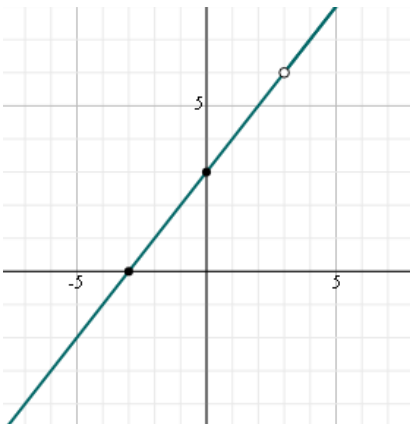
Describamos mediante límites cada una de las siguientes representaciones

a) 	b) 	c) 	d) 
a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$	c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ no existe; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ no existe		
a) $f(x) = x^2$  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	b) $f(x) = -x^2$  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	c) $f(x) = x^3$  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	
d) $f(x) = -x^3$  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	e) $f(x) = \text{sen } x$  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ no existe $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ no existe	f) $f(x) = \text{tg } x$  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ no existe $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ no existe	

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUIN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES				
Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: 01/10/2021	Fecha de Entrega: 29/10/2021	P.E.V.M.	



Analicemos limites indeterminados

$f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ Graficando: 	Notamos que la función no está definida en $x = 3$ Hallaremos $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ Al sustituir, resulta $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 9) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow 3} (x - 3) = 0$ lo que genera una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$. Sin embargo, como $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x+3)(x-3)}{(x-3)} = x+3$ si $x \neq 3$, resulta que la función $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$ coincide con la función $(x+3)$ salvo en $x = 3$. Como interesa analizar el comportamiento de la función para valores de x próximos a 3 (por izquierda y por derecha), es posible determinar el comportamiento de $\frac{x^2 - 9}{x - 3}$ analizando el de la función $(x+3)$. Por lo tanto puede decirse que $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3) = 6$
---	--

Calculemos el valor de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 12x - 18}{2x - 2}$.

Al sustituir la variable por 1, tanto el numerador como el denominador se anulan y se genera la indeterminación $\frac{0}{0}$.

Se factorizan el numerador y el denominador y, para $x \neq 1$, se simplifican los factores comunes:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 12x - 18}{2x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6 \cdot (x+3) \cdot (x-1)}{2 \cdot (x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} 3(x+3) = 3 \cdot (1+3) = 12$$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES		
Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: 01/10/2021	Fecha de Entrega: 29/10/2021
			

halleemos el valor de $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t-3}{\sqrt{t+1}-2}$.

Reemplazando la variable por 3 se obtiene la indeterminación $\frac{0}{0}$. Para resolver este límite,

se racionaliza el denominador multiplicando el numerador y el denominador por la expresión conjugada de la del denominador

y resulta:

$$\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t-3}{\sqrt{t+1}-2} \cdot \frac{\sqrt{t+1}+2}{\sqrt{t+1}+2} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t-3)(\sqrt{t+1}+2)}{(\sqrt{t+1})^2 - 2^2} = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t-3)(\sqrt{t+1}+2)}{t-3} = \lim_{t \rightarrow 3} (\sqrt{t+1}+2) = \sqrt{3+1}+2 = 2+2 = 4$$

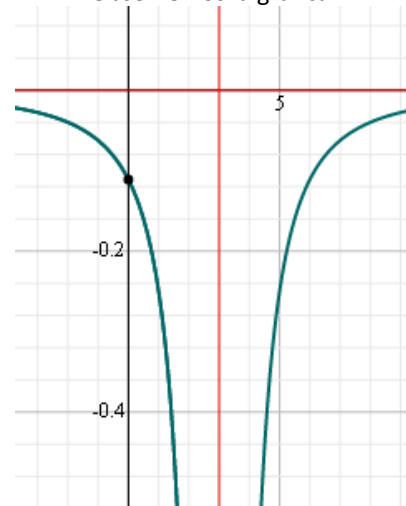
Determinemos el límite $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{(x-3)^3}$.

Al sustituir, resulta $\lim_{x \rightarrow 3} (3-x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow 3} (x-3)^3 = 0$ lo que genera una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{(x-3)^3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x-3)}{(x-3)^3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x-3)^2} = -\infty$$

Como el numerador negativo (-1), se concluye que el límite es $-\infty$.

Observemos la gráfica:



Analicemos las siguientes soluciones

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x+1}{x-1} = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{x^2-25} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{(x+5)(x-5)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{x+5} = \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{2})(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+2-2}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)} = \pm\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3}{h} = \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2) = 3x^2 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x+3}{x}}{\frac{x+\sqrt[3]{x}}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{1+\frac{\sqrt[3]{x}}{x}} = 2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}} + \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}} = 1+1=2$$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES			
Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: 01/10/2021	Fecha de Entrega: 29/10/2021	P.E.V.M.

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Precalculus AA. Limits ★ 1 Find limits using graphs ★ 2 Find one-sided limits using graphs ★ 3 Determine if a limit exists ★ 4 Find limits at vertical asymptotes using graphs ★ 5 Determine end behavior using graphs ★ 6 Find limits using addition, subtraction, and multiplication laws ★ 7 Find limits using the division law ★ 8 Find limits using power and root laws ★ 9 Find limits using limit laws ★ 10 Find limits of polynomials and rational functions ★ 11 Find limits involving factorization and rationalization	Quienes no ingresen a IXL podrán recuperar presentando esta actividad: En el cuaderno o en hojas cuadriculadas de examen calcula los límites que se encuentran en el <i>Anexo 1</i> - Toma registro fotográfico de la actividad desarrollada en el cuaderno - Organiza las imágenes en un documento en Word, envía al correo institucional (Outlook) de la docente Sayda Medina - Si el trabajo es desarrollado en grupo no olviden escribir en la parte inicial del documento en Word el nombre de todos los integrantes (máximo 4)
---	--

Anexo 1

1. $\lim_{x \rightarrow 3} x^3 + x^2 - 3$	2. $\lim_{x \rightarrow -1} x + 1$	3. $\lim_{x \rightarrow 0} 4^x$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-3}$	5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x+1}$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{7-x^2}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+3x^3-2}{2x^4-3x}$	8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2-3}$	9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-4x}{\sqrt{9x^2+1}}$
10. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3}$	11. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-3x-4}{x^2-x-12}$	12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{x^2-1}$
13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{16-4x^2}{2x-4}$	14. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x-3}$	15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+4x}{3x^3+x^2-x}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$	17. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}}{x}$
19. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h}$	20. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{5-x^2}-2}$	21. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2-2(x+h)+1}{h+1}$

Anímo