

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS</b> NIT: 800193355-9      RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 <b>PROBABILIDAD - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES</b>			
	Código: B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: <b>5/05/2021</b>	

## SEGUNDO TRIMESTRE

### CONJUNTOS Y TÉCNICAS DE CONTEO

**Aprendizaje:** Resolver y formular problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad

#### DEFINICIÓN Y NOTACIÓN DE CONJUNTOS

El término conjunto juega un papel fundamental en el desarrollo de las matemáticas modernas; Además de proporcionar las bases para comprender con mayor claridad algunos aspectos de la teoría de la probabilidad. Su origen se debe al matemático alemán George Cantor (1845 – 1918).

Podemos definir de manera intuitiva a un conjunto, como una colección o listado de objetos con características bien definidas que lo hace pertenecer a un grupo determinado.

Para que exista un conjunto debe basarse en lo siguiente:

- La colección de elementos debe estar bien definida.
- Ningún elemento del conjunto se debe contar más de una vez, generalmente, estos elementos deben ser diferentes, si uno de ellos se repite se contará sólo una vez.
- El orden en que se enumeran los elementos no tiene importancia.  $\{1,2,3\}$ ,  $\{1,3,2\}$ ,  $\{2,3,1\}$  representan al mismo conjunto

#### NOTACIÓN

A los conjuntos se les representa con letras mayúsculas A, B, C, ... y a los elementos con letras minúsculas a, b, c, ..., por ejemplo, el conjunto **A** cuyos elementos son los números en el lanzamiento de un dado.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

✍ Escribir el conjunto compuesto por los posibles resultados de lanzar dos veces una moneda. Usar K para la cara y T para la cruz  $\{ \quad , \quad , \quad , \quad \}$

En base a la cantidad de elementos que tenga un conjunto, estos se pueden clasificar en conjuntos finitos e infinitos.

**FINITOS:** Tienen un número conocido de elementos, es decir, se encuentran determinados por su longitud o cantidad. El conjunto de días de la semana

**INFINITOS:** Son aquellos en los cuales no podemos determinar su longitud. Un ejemplo de conjunto infinito es el conjunto de los números naturales  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4 \dots\}$

Existen dos formas comunes de expresar un conjunto y la selección de una forma particular de expresión depende de la conveniencia y de ciertas circunstancias siendo:

**EXTENSIÓN:** Cuando se describe a cada uno de los elementos.  $A = \{a, e, i, o, u\}$

**COMPRESIÓN:** Cuando se enuncian las propiedades que deben tener sus elementos.  $A = \{x/x \text{ es una vocal}\}$

Para describir si un elemento pertenece o no a un conjunto, se utiliza el símbolo de **pertenencia** o es elemento de,  $\in$ , en caso contrario  $\notin$ .  $A = \{1, 2, 3\}$   $2 \in A$ ;  $5 \notin A$

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS</b> NIT: 800193355-9      RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 <b>PROBABILIDAD - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES</b>			
	Código: B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: <b>5/05/2021</b>	

## TIPOS DE CONJUNTOS

**CONJUNTO VACIO O NULO:** Es aquel que no tiene elementos y se simboliza por  $\emptyset$  o  $\{ \}$ .  $A = \{x^2 + 1 = 0/x \in R\}$   $A$ , es un conjunto vacío porque: \_\_\_\_\_

**CONJUNTO UNIVERSAL:**  $U$  Es el conjunto de todos los elementos considerados en una población o universo, compuesto por todos los elementos que se desea tomar en cuenta. Una vez designado el conjunto universal, podemos tomar en cuenta cuales elementos no se encuentran en un conjunto dado.

 Describir y/o enunciar  $A$  y  $B$  conjuntos finitos;  $M$  y  $N$  dos infinitos;  $W$  y  $Z$  conjuntos vacíos

• $A = \{$	• $B = \{$
• $N = \{$	• $M = \{$
• $W = \{$	• $Z = \{$

 Describir de manera diferente:

• $F = \{5, 6, 7, 8, 9\}$	• $F = \{x/ 5 \leq x < 10, x \in \mathbb{N}\}$
• $P = \{$	• $P = \{$
• $Q = \{$	• $Q = \{$
• $R = \{$	• $R = \{$
• $S = \{$	• $S = \{$

## RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

### IGUALDAD DE CONJUNTOS

Considerando el conjunto  $A$  y el conjunto  $B$ , si ambos tienen los mismos elementos, es decir, si cada elemento que pertenece a  $A$  también pertenece a  $B$  y si cada elemento que pertenece a  $B$  pertenece también a  $A$ .  $A = B$

### CONJUNTOS DISJUNTOS

Son aquellos que no tienen elementos en común, es decir, cuando no existen elementos que pertenezcan a ambos.  $F = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   $G = \{a, b, c, d, e, f\}$

### SUBCONJUNTO

Si todo elemento de un conjunto  $A$  es también elemento de un conjunto  $B$ , entonces se dice que  $A$  es un subconjunto de  $B$ . y escribimos  $A \subseteq B$

### SUBCONJUNTOS PROPIOS

Si  $A \subseteq B$  y  $A \neq B$ , entonces decimos que  $A$  es un subconjunto propio de  $B$  y escribimos  $A \subset B$   
 El conjunto vacío es subconjunto de todo conjunto, es decir  $\emptyset \subseteq A$  para todo conjunto  $A$

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS</b> NIT: 800193355-9      RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 <b>PROBABILIDAD - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES</b>			
	Código: B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: <b>5/05/2021</b>	

### CONJUNTO POTENCIA

Si se quiere encontrar todos los subconjuntos de un conjunto  $A = \{a, b, c\}$  escribimos primero el conjunto sin elementos, luego los que tienen un elemento después los que tienen dos elementos y por último, los que tienen tres elementos. Esto nos proporciona todos los subconjuntos:

0 elementos	1 elemento	2 elementos	3 elementos
{ }	{a}, {b}, {c}	{a, b}, {a, c}, {b, c}	{a, b, c}

La familia de todos los subconjuntos de un conjunto se llama conjunto potencia. Si un conjunto es finito con  $n$  elementos, entonces el conjunto potencia tendrá  $2^n$  subconjuntos.

El total de subconjuntos de  $A$  es:  $2^3 = 8$  { }, {a}, {b}, {c}, {a, b}, {a, c}, {b, c}, {a, b, c}

✎ Escribir todos los subconjuntos de  $F = \{1, 2, 3, 4\}$

✎ Describir el conjunto potencia de  $H = \{a, b, c, d, e\}$

### OPERACIONES DE CONJUNTOS

**UNIÓN DE CONJUNTOS.** Sean  $A$  y  $B$  dos subconjuntos cualesquiera del conjunto universal. La unión de  $A$  y  $B$ , expresada por  $A \cup B$ , es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a  $A$  o pertenecen a  $B$ .  $A \cup B = \{x/x \in A \text{ o } x \in B\}$

**INTERSECCIÓN DE CONJUNTOS.** Si  $A$  y  $B$  son conjuntos cualesquiera. La intersección de  $A$  y  $B$ , expresada por  $A \cap B$ , es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a  $A$  y pertenecen a  $B$ , es decir:  $A \cap B = \{x/x \in A \text{ y } x \in B\}$

**DIFERENCIA DE CONJUNTOS.** Si  $A$  y  $B$  son conjuntos cualesquiera.  $A - B$ , es el conjunto de los elementos que pertenecen a  $A$ , pero no pertenecen a  $B$ .  $A - B = \{x/x \in A \text{ y } x \notin B\}$   
 $B - A = \{x/x \in B \text{ y } x \notin A\}$ , es evidente que  $A - B \neq B - A$

**COMPLEMENTO DE UN CONJUNTO** Sea  $A$  un subconjunto cualquiera del conjunto universal. El complemento de  $A$ , denotado  $A'$  o  $\bar{A}$  es el conjunto de elementos que pertenecen al conjunto universal y no pertenecen al conjunto  $A$ .  $\bar{A} = \{x/x \in U \text{ y } x \notin A\}$ , se puede afirmar también que  $A' = U - A$

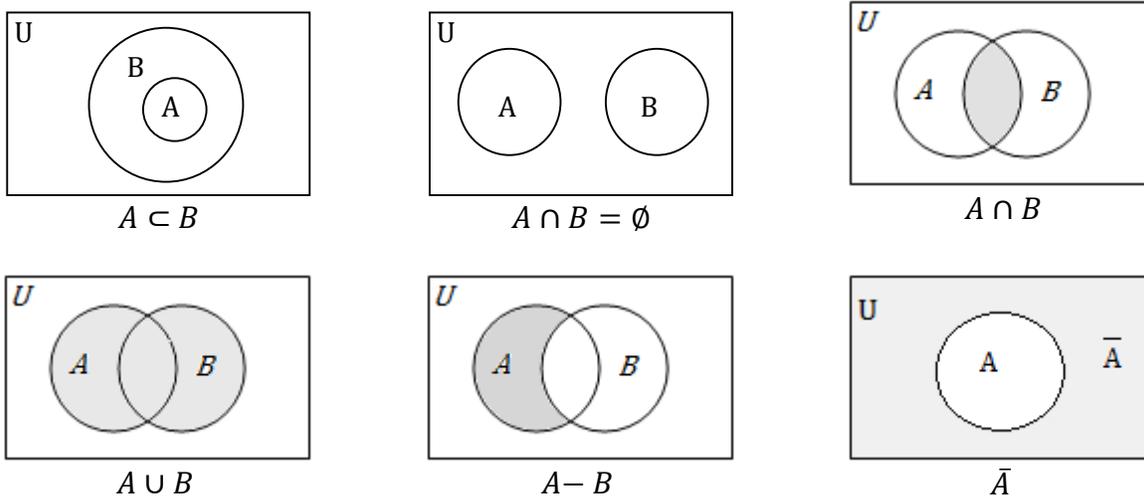
**PRODUCTO CARTESIANO.** Sean  $A$  y  $B$  dos conjuntos, el conjunto producto o producto Cartesiano expresado por  $A \times B = \{(a, b)|a \in A \text{ y } b \in B\}$

✎ Si el conjunto universal es  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  con:

$F = \{1, 3, 5, 8\}$ ,  $G = \{3, 5, 7, 9\}$ ,  $H = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $J = \{3, 6, 9\}$ , Encontrar:

a. $F \cap G = \{$	b. $F \cup G = \{$
c. $G \cup H = \{$	d. $(G \cup H) \cap F = \{$
e. $(F \cup J) \cap (G \cup H) = \{$	f. $\bar{F} = \{$
g. $(F \cup G)' \cap J = \{$	h. $F - G = \{$
i. $G - F = \{$	j. $H \times J = \{$

Con frecuencia resulta útil dibujar imágenes de los conjuntos mediante diagramas de Venn, los conjuntos se representan como círculos dentro de un rectángulo, que a su vez representa el conjunto universal. Estos diagramas suelen ayudarnos a visualizar las diversas relaciones que existen entre conjuntos



## CONTEOS

### Cardinalidad de conjuntos

El número de elementos en un conjunto particular es una propiedad conocida como cardinalidad, que informalmente se conoce como el tamaño de un conjunto. Si  $A = \{1,2,3,4\}$

la cardinalidad del conjunto A es finita e igual a 4, y se simboliza  $n(A)=4$

si  $B = \{1,2,\{3,4\}\}$  podemos decir que:  $2 \in B$ ;  $\{3,4\} \in B$ ;  $3 \in \{3,4\}$ ;  $\emptyset \subset B$ ;  $\{ \} \subset B$ ;  $\{2\} \subset B$ ;  $\{1,2\} \subset B$ ;  $amarillo \notin B$ ;  $8 \notin B$ ;  $n(B) = 3$ ;  $n(\{3,4\}) = 2$

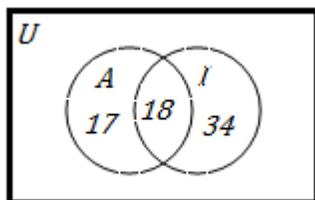
La cardinalidad de  $P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$  (Los números primos) es infinita.

✍ Analicemos los datos de una encuesta aplicada a 100 estudiantes universitarios, 35 estaban inscritos en álgebra superior, 52 en informática y 18 en ambas materias.

- Cuantos alumnos estaban inscritos en algebra superior o informática?

☞ Primero, llamemos  $A$ =conjunto de estudiantes en algebra superior  $I$ = conjunto de estudiantes en informática

La información proporcionada nos dice que  $n(A) = 35$ ,  $n(I) =$   $n(A \cap I) =$



Es necesario, para mayor comprensión representar el diagrama, sabemos que la parte común entre los círculos tiene 18 elementos, también sabemos que el resto de la porción del círculo que representa al conjunto A tendrá  $35-18=17$  elementos, de la misma manera procedemos con I,  $52-18=34$  elementos exclusivos de I, concluimos que  $17+18+34=69$  estudiantes estaban inscritos en algebra superior o informática.

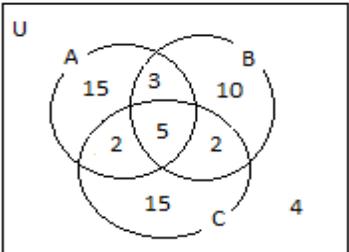
- Cuantos no estaban inscritos en alguno de estos cursos?

### FORMULA DE CONTEO

La solución del ejemplo anterior contiene la base para la formula general de conteo. Si se cuentan los elementos de cada uno de los conjuntos  $A$  e  $I$ , necesariamente se contarían dos veces los elementos que están en ambos, es decir los elementos de  $A \cap I$ . Para contar de manera correcta los elementos que están en  $A$  o en  $I$ , es decir para encontrar  $n(A \cup I)$ , es necesario restar  $A \cap I$  de los que se encuentran en  $\rightarrow n(A) + n(I)$ .  $\rightarrow$  luego  $n(A \cup I) = n(A) + n(I) - n(A \cap I) \rightarrow 35 + 52 - 18 = 69$

Si  $A$  y  $B$  son conjuntos finitos, entonces:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Utilice la información que proporciona el diagrama

	$n(A) =$ $n(B) =$ $n(\bar{C}) =$ $n(A \cup B) =$ $n(A \cap C) =$ $n(A - C) =$ $n(A \cap B \cap C) =$	Cuantos están en A pero no en C? ____ Cuantos elementos no están en el conjunto A? ____ Cuantos elementos están en A y B y C? ____ Cuantos elementos están en A o B o C? ____ Cuantos elementos están en A y B pero no en C? ____ Cuantos elementos están en B y no en C? ____ Cuantos elementos están en A o C? ____ Cuantos elementos están en C pero no en B y A? ____ Cuantos elementos están en B pero no en A y C? ____
---	--	---

En una encuesta de consumo aplicada a 500 personas, 200 se ellas prefieren comprar casa, 150 prefieren carro y 25 adquirirían ambas cosas, cuantas no comprarán?, cuantas comprarán solamente carro?

En una encuesta aplicada a 100 inversionistas de la bolsa de valores:

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 50 tienen acciones de IBM</li> <li>✓ 40 tienen acciones de AT&amp;T</li> <li>✓ 45 tienen acciones de GE</li> <li>✓ 20 tienen acciones de IBM Y GE</li> <li>✓ 15 tienen acciones de AT&amp;T Y GE</li> <li>✓ 20 tienen acciones de IBM Y AT&amp;T</li> <li>✓ 5 tienen acciones en las tres</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Cuantos de los inversionistas encuestados no tienen acciones de alguna de las tres compañías? ____</li> <li>■ Cuantos tienen acciones de IBM? ____</li> <li>■ Cuantos solo tienen acciones de GE? ____</li> <li>■ Cuantos no tienen acciones de IBM ni de GE? ____</li> <li>■ Cuantos tienen acciones de IBM o de AT&amp;T , pero no de GE? ____</li> </ul>
---	--

### ANALISIS COMBINATORIO

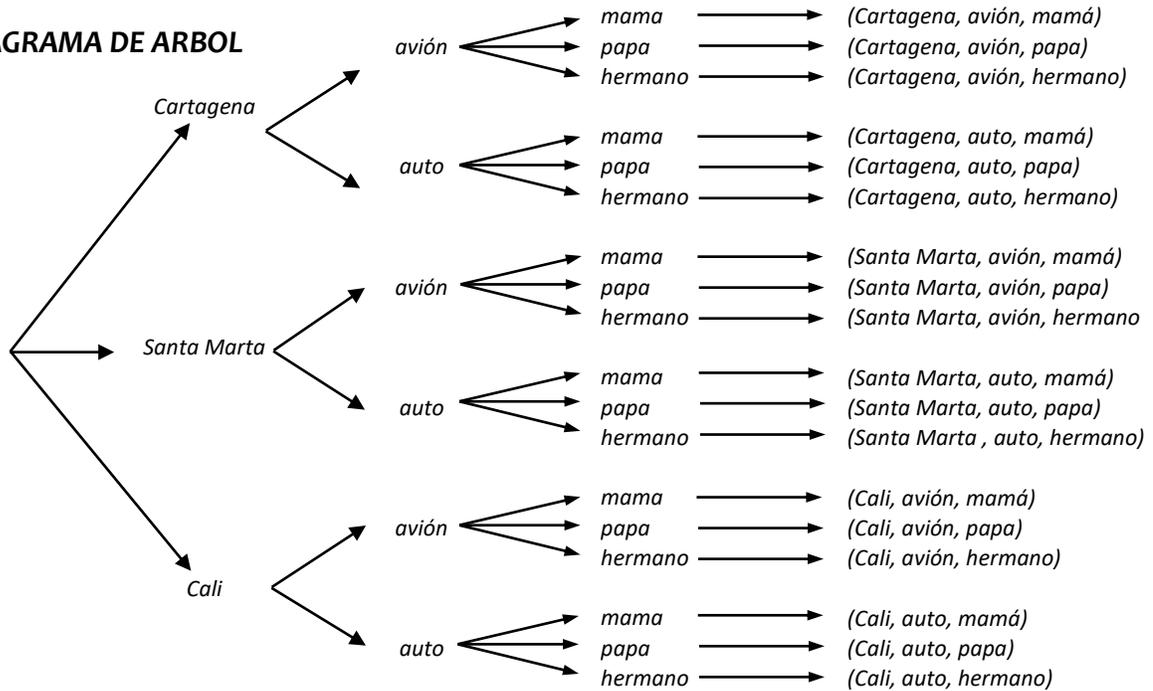
La teoría combinatoria estudia los métodos que permiten contar el número de diversos arreglos o selecciones que puede formarse con los elementos de conjuntos finitos. Entre sus aplicaciones prácticas está el cálculo de probabilidades, al permitir enumerar los casos favorables y casos posibles. Tiene también utilidad en otras ramas, como la estadística y la informática.

Ahora veamos con un ejemplo un principio general de conteo

Juan el alumno más inteligente del salón se saca un premio al final del año, el premio consiste en vacaciones todo pago a cualquiera de 3 posibles lugares, usando cualquiera de los 2 medios de transporte disponibles, y acompañado de uno de los 3 familiares autorizados, ¿cuántas posibilidades diferentes se le presentan a Juan?	Existen tres distintas decisiones: <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 5px;"> <thead> <tr> <th>LUGARES</th> <th>MEDIOS</th> <th>FAMILIARES</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cartagena</td> <td>Avión</td> <td>Mama</td> </tr> <tr> <td>Santa Marta</td> <td>Auto</td> <td>Papa</td> </tr> <tr> <td>Cali</td> <td></td> <td>Hermano</td> </tr> <tr> <td><math>p=3</math></td> <td><math>q=2</math></td> <td><math>r=3</math></td> </tr> </tbody> </table>	LUGARES	MEDIOS	FAMILIARES	Cartagena	Avión	Mama	Santa Marta	Auto	Papa	Cali		Hermano	$p=3$	$q=2$	$r=3$
LUGARES	MEDIOS	FAMILIARES														
Cartagena	Avión	Mama														
Santa Marta	Auto	Papa														
Cali		Hermano														
$p=3$	$q=2$	$r=3$														

Observemos el DIAGRAMA DE ÁRBOL, cada opción de lugar (p) tiene dos opciones de transporte (q) y por cada una de esas  $3 * 2 = 6$  opciones hay tres opciones de acompañante (r), por lo tanto existen  $p * q * r \Rightarrow 3 * 2 * 3 = 18$  posibilidades. Entonces  $P.M. = 3 * 2 * 3 = 18$

➤ **DIAGRAMA DE ARBOL**



➤ **PRINCIPIO DE LA MULTIPLICACION DE LOS CONTEOS**

Si una tarea se compone de una sucesión de elecciones en las que hay p opciones para la primera elección, q opciones para la segunda elección, r opciones para la tercera elección, y así sucesivamente, entonces la tarea de tomar esas elecciones se puede hacer en:  $P.M. = p * q * r$  maneras distintas.

Si se quiere saber CUANTOS  $\Rightarrow$  P.M.; Si se quiere saber CUALES  $\Rightarrow$  Diagrama de Árbol

- ✎ Carmen alumna del salón quiere ir al baile de graduación, para dicha fiesta ella puede usar uno cualquiera de sus 4 vestidos, uno cualquiera de sus 3 pares de zapatos y una de sus 2 bolsas. ¿De cuantas maneras diferentes puede asistir al baile y cuales son ellas?
- ✎ Cuantas palabras de 3 letras con y sin sentido se pueden formar usando las letras de la palabra Contabilidad?
- ✎ Cuantas claves de dos caracteres se forman si el primer carácter es una letra mayúscula y el segundo un dígito?

➤ **PERMUTACIONES**

Una permutación es un arreglo ordenado de r objetos, seleccionados de entre n objetos. La notación para permutaciones es  $P(n, r)$  que es la cantidad de permutaciones de n elementos si solamente se seleccionan r.

✧ **PERMUTACIONES (distintos objetos con repetición)**

- 🌀 Cuántas claves de acceso a una computadora será posible diseñar, si debe constar de tres letras, tomadas del abecedario? Considere que se pueden repetir letras.  
Este es un ejemplo de una permutación con repetición, en la que se eligen 3 objetos de entre 26 objetos distintos. Esta tarea de contar el número de dichos arreglos consiste en hacer 3 selecciones: cada una

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS</b> NIT: 800193355-9      RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 <b>PROBABILIDAD - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES</b>			
	Código: B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: <b>5/05/2021</b>	

requiere elegir una letra del abecedario (26 opciones). Por el principio de la multiplicación, hay:  $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$  claves de acceso a la computadora

*Generalizando: El número de arreglos ordenados de  $r$  objetos, seleccionados de entre  $n$  objetos distintos y permitiendo la repetición es:  $n^r$*

-  Cuantos números de 3 dígitos se forman utilizando los dígitos 0 y 1?. Se permiten dígitos repetidos.
-  Cuantas claves de 2 letras se forman usando las letras A, B, C, D y E?. Se permiten letras repetidas
-  Cuantos números de 3 dígitos se forman utilizando los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9? Se permiten dígitos repetidos

❖ **PERMUTACIONES (distintos objetos sin repetición)**

 Suponiendo que queremos establecer un código de 3 letras utilizando cualquiera de las 26 letras mayúsculas del abecedario, pero ninguna de ellas se podrá utilizar más de una vez. Cuantos códigos de 3 letras distintas hay?

Algunas de las posibilidades son: ABC, ABD, ABZ...ACB, CBA y así sucesivamente, esta tarea consiste en hacer tres selecciones, la primera requiere elegir de entre 26 letras, la segunda requiere elegir de entre 25 letras, puesto que ninguna letra se puede usar más de una vez, la tercera necesita sortear entre 24 letras, de acuerdo con el principio de la multiplicación, hay  $26 \cdot 25 \cdot 24 = 15600$  códigos de tres letras diferentes sin letras repetidas.

Para este tipo de permutación se utiliza el siguiente símbolo:  $P(n, r)$  representa el número de arreglos ordenados de  $r$  objetos, seleccionados de entre  $n$  objetos distintos, donde  $r \leq n$  y no se permite la repetición

*Generalizando: El numero de arreglos de  $n$  objetos, utilizando  $r \leq n$  de ellos, donde:*

- Los  $n$  objetos son distintos
- Una vez utilizado un objeto no se puede usar de nuevo y
- El orden es importante.

*Esta dada por la fórmula:*

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

 **Factorial de un número natural**

Es el producto de los " $n$ " factores consecutivos desde " $n$ " hasta 1. El **factorial de un número** se denota por  $n!$ .

$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ $0! = 1$ $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ $8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40,320$	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>2! =</math></li> <li>▪ <math>5! =</math></li> <li>▪ <math>10! =</math></li> <li>▪ <math>15! =</math></li> </ul>
--	--

*Para el ejemplo anterior quedaría:*

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!} = P(26, 3) = \frac{26!}{(26 - 3)!} = \frac{26!}{23!} = \frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot \cancel{23!}}{\cancel{23!}} = 26 \cdot 25 \cdot 24 = 15600 \text{ códigos}$$

-  Calcular  $P(7,3)$
-  Calcular  $P(6,1)$
-  Calcular  $P(15,5)$  De cuantas maneras se pueden formar 5 personas?
-  Calcular las variaciones de 6 elementos tomados de tres en tres.
-  Cuántos números de tres cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5 ?

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS</b> NIT: 800193355-9      RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 <b>PROBABILIDAD - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES</b>			
	Código: B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: <b>5/05/2021</b>	

❖ **PERMUTACIONES (que incluyen n objetos que no son distintos)**

☞ Cuántas palabras distintas (reales o imaginarias) se forman utilizando todas las letras de la palabra **REGANARE**

Toda palabra formada tendrá 9 letras: 3 R, 2 A, 2 E, 1 N y 1 G, para construir cada una de las palabras, debemos llenar 9 posiciones con las 9 letras:

1    2    3    4    5    6    7    8    9

En este tipo de Permutaciones con repetición de n elementos es importante notar que el primer elemento se repite a veces, el segundo b veces, el tercero c veces, ... además **Sí** entran todos los elementos, **Sí** importa el orden y **Sí** se repiten los elementos.

En nuestro ejemplo: R se repite a=3; A se repite b=2; E se repite c=2; N se repite d=1 Y G se repite e=1; donde  $n = a + b + c + d + e = 9$  o sea  $n = 3 + 2 + 2 + 1 + 1 = 9$  tenemos que

$$P_n^{a,b,c,d,e} = \frac{n!}{a! * b! * c! * d! * e!} = \frac{9!}{3! * 2! * 2! * 1! * 1!} = \frac{9 * 8 * 7 * 6 * 5 * 4 * 3!}{3! * 2! * 2! * 1! * 1!} = \frac{60480}{4} = 15120$$

☞ Con las cifras 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4; ¿cuántos números de nueve cifras se pueden formar?

☞ En el palo de señales de un barco se pueden izar tres banderas rojas, dos azules y cuatro verdes. ¿Cuántas señales distintas pueden indicarse con la colocación de las nueve banderas?

☞ Cuántos arreglos lineales diferentes existen para 8 botones si 4 son blancos, 3 son azules y 1 es rojo?

☞ Cuántas palabras distintas (reales o imaginarias) se forman utilizando todas las letras de la palabra **MATHEMATICS**

❖ **PERMUTACIONES CIRCULARES**

☞ Se utilizan cuando los elementos se han de ordenar "en círculo", (por ejemplo, los comensales en una mesa), de modo que el primer elemento que "se sitúe" en la muestra determina el principio y el final de muestra.

$$PC_n = P_{n-1} = (n - 1)!$$

☞ Calcular las **permutaciones circulares** de 7 elementos:  $PC_7 = (7 - 1)! = 6! = 6 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 720$

☞ De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas alrededor de una mesa redonda?

☞ De cuántas formas distintas pueden sentarse cuatro personas alrededor de una mesa redonda?

☞ De cuántas formas distintas pueden sentarse seis personas alrededor de una mesa redonda?

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS</b> NIT: 800193355-9      RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 <b>PROBABILIDAD - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES</b>			
	Código: B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: <b>5/05/2021</b>	

## ➤ COMBINACIONES

Una combinación es un arreglo, en el que **no** importa el orden, de  $r$  objetos seleccionados de entre  $n$  objetos distintos sin repetir, donde  $r \leq n$ . La notación  $C(n, r)$  representa el número de combinaciones de  $n$  objetos distintos utilizando  $r$  de ellos.

☞ Enumerar todas las combinaciones de 4 objetos  $a, b, c, d$ , tomando 2 a la vez. ¿Cuánto es  $C(4, 2)$ ?

La lista de todas las combinaciones es:  $ab, ac, ad, bc, bd, cd$  obviamente descartamos  $ba$  porque en una combinación el orden no es importante. Entonces  $C(4, 2) = 6$

En conclusión el número de combinaciones de  $n$  objetos distintos, tomando  $r$  a la vez, de forma que:

Los  $n$  objetos son distintos  
**No** se repiten los elementos.  
**No** importa el orden.

Esta dada por la fórmula:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

☞ Al aplicar la formula en el ejemplo anterior queda:  $C(4, 2) = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4*3*2*1}{2*1*2*1} = 6$

☞ Calcular el número de combinaciones de 10 elementos tomados de 4 en 4. Podemos utilizar la siguiente notación:

$$C(10, 4) = C_{10}^4 = \binom{10}{4} = \frac{10!}{4!(10-4)!} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10*9*8*7*6!}{4!6!} = \frac{10*9*8*7}{4*3*2*1} = \frac{5040}{24} = 210$$

☞ De cuantas maneras se pueden formar un comité compuesto por 2 catedráticos y 3 alumnos, si existen 6 catedráticos y 10 alumnos elegibles para formar parte de él?

Para los catedráticos  $C(6, 2)$  y el número de maneras para elegir los alumnos  $C(10, 3)$ , utilizando el principio de la multiplicación el comité se puede formar de:  $C(6, 2) * C(10, 3)$

$$C(6, 2) * C(10, 3) = \frac{6!}{2!(6-2)!} * \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{6!}{2!4!} * \frac{10!}{3!7!} = \frac{6*5*4!}{2!*4!} * \frac{10*9*8*7!}{3!*7!} = \frac{30}{2} * \frac{720}{6} = 1800$$

☞ Usar al formula  $C(n, r)$  para encontrar el valor de cada expresión

▪  $C(3, 1) = \underline{\hspace{2cm}} =$

▪  $C(6, 3) = \underline{\hspace{2cm}} =$

▪  $C(4, 2) = \underline{\hspace{2cm}} =$

▪  $C(4, 4) = \underline{\hspace{2cm}} =$

☞ Cuantos comités distintos, integrados por 3 personas, se pueden formar a partir de un grupo de 7 personas?

☞ En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por cuatro alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?

☞ Se va a formar un comité de baile estudiantil, compuesto por 2 muchachos y 3 chicas, si para elegir a los miembros se va a seleccionar entre 4 muchachos y 8 chicas. Cuantos comités distintos es posible formar?

☞ En un examen se ponen 8 temas para que el alumno escoja 5. Cuantas selecciones puede hacer el alumno?



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS**  
 NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003  
**PROBABILIDAD - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES**



Código: B-PP-3

Docente: Sayda Medina

Fecha de Publicación:

**5/05/2021**

Fecha de Entrega:

**30/06/2021**

P.E.V.M.

## ACTIVIDAD PRÁCTICA

**En el cuaderno: Desarrolla cada uno de los siguientes puntos**

- Sea  $U = \{x/x \text{ es un dígito}\}$ ,  $A = \{1,2,3,5\}$ ,  $B = \{2,4,5\}$ ,  $C = \{4,5,6,7\}$  hallar:
  - $A \cup B$
  - $A \cap B$
  - $A \cup C'$
  - $A - B$
  - $B - A$
  - $A - A$
  - $AXB$
  - $(A \cup B)'$
  - $n(BXC)$
  - $(A - C) - B'$
  - $(A \cup B)' \cap C$
  - conjunto potencia de C
- En un grupo de décimo grado con 45 alumnos, seleccionados al azar se realizó una encuesta sobre los deportes que practican:
  - ✓ Baloncesto: 26 estudiantes
  - ✓ Fútbol: 29 estudiantes
  - ✓ Voleibol: 26 estudiantes
  - ✓ Baloncesto y fútbol: 17 estudiantes
  - ✓ Baloncesto y voleibol: 15 estudiantes
  - ✓ Fútbol y voleibol: 16 estudiantes
  - Estudiantes que solo practican baloncesto
  - Estudiantes que solo practican fútbol
  - $n(B \cup F)$
  - Estudiantes que no practican ningún deporte
  - $n(B - F)$
  - $n(B \cap F \cap V)$
- Con respecto a los empleados de una empresa se tiene la siguiente información:
  - ✓ 170 son hombres
  - ✓ 125 son casados
  - ✓ 5 son mujeres casadas sin profesión
  - ✓ 50 son hombres casados sin profesión
  - ✓ 70 son hombres profesionales solteros
  - ✓ 20 son mujeres profesionales solteras
  - ✓ 20 son hombres profesionales casados
  - ✓ 20 son mujeres solteras sin profesión
  - Cuantos hombres solteros sin profesión? \_\_\_\_\_
  - Cuántas mujeres profesionales casadas? \_\_\_\_\_
  - Cuantos son profesionales? \_\_\_\_\_
  - Cuantos empleados hay en la empresa? \_\_\_\_\_
  - Cuántas mujeres? \_\_\_\_\_
  - Cuántas mujeres son profesionales? \_\_\_\_\_
  - Cuántas mujeres son casadas? \_\_\_\_\_
  - Cuantos empleados son solteros y profesionales? \_\_\_\_\_
- El menú del restaurante del colegio ofrece dos sopas, cinco guisos con carne, cinco postres y cuatro jugos. Si un almuerzo consta de una sopa un guiso con carne, un postre y un jugo. De cuantas maneras se puede ordenar un almuerzo? Cuáles?
- Determinar el número de enteros con seis dígitos, que no comiencen por cero, de tal forma que:
 

a. No se repita ningún número	b. Se pueden repetir los dígitos
c. No se repita ningún dígito y el número formado sea par	d. No se repita ningún dígito y el número formado sea divisible por 5
e. Se puede repetir dígitos y el número formado sea par	f. Se puede repetir dígitos y el número formado sea divisible por 4
- De cuantos modos pueden sentarse 3 personas en 5 sillas?
- De 12 libros cuantas selecciones de 5 libros pueden hacerse?
- De cuantos modos pueden disponerse las letras de la palabra ECUADOR entrando todas en cada grupo?
- Cuantas selecciones de 4 letras pueden hacerse con las letras de la palabra ALFREDO
- Se tienen los libros de Aritmética, Álgebra, Geometría, Física y Química, de cuantos modos pueden disponerse estos 5 libros en un estante si el de geometría siempre está en el medio?
- De cuantos modos pueden sentarse un padre, su esposa y sus 4 hijos en un banco? En una mesa redonda?
- Cuantos números mayores de 2000 y menores que 3000, se pueden formar con los números 2, 3, 5 y 6?
- Cuantas selecciones de tres monedas pueden hacerse con una moneda de \$50, una de \$100, una de \$200 y dos de \$500?
- De cuantos modos pueden disponerse 11 muchachos para formar una rueda?
- De entre 8 candidatos, cuantas ternas se pueden escoger?
- Cuantos números de 5 cifras que empiecen por 1 y acaben en 8 se pueden formar con los números 1,2,3,4,5,6,7 y 8?
- Con 5 consonantes y 3 vocales, cuantas palabras distintas (existan o no) de 8 letras pueden formarse?. Cuantas si las vocales son fijas?
- De cuantos modos pueden sentarse 6 personas a un mismo lado de la mesa?

**Toma registro fotográfico de la actividad desarrollada en el cuaderno**

**Envía a TEAMS, En la asignación (TAREA) CONJUNTOS Y TÉCNICAS DE CONTEO**

**Fecha máxima de entrega: JUNIO 30**

*Ánimo*