	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUIN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 ***CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES***				
	Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: 01/10/2021	**Fecha de Entrega: 01/11/2021**	P.E.V.M.

Límite de funciones

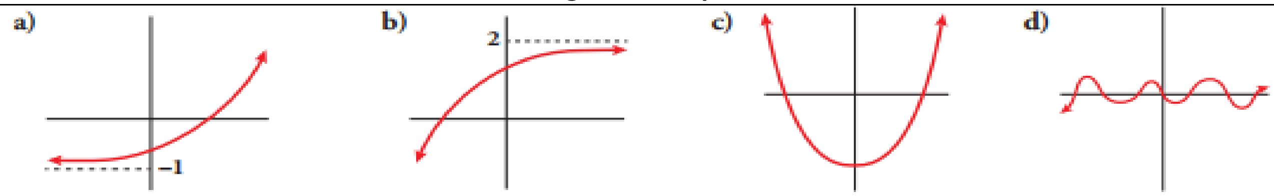
▪ **APRENDIZAJE**: Aplico estrategias gráficas, analíticas y algébricas y en el cálculo de limites

Sigue en orden cada una de las siguientes instrucciones

- DEL LIBRO PAGINA 82 a 94 : Lectura –análisis y Resumen sintético en el cuaderno
  - Límite de una función en un punto • limites laterales • limites infinitos • Límites en el infinito
  - propiedades de los límites de funciones • indeterminaciones en el cálculo de limites

Quienes tengan conexión a internet. Repacemos	
• https://www.youtube.com/watch?v=RdLtaXRO_Ik	• https://www.youtube.com/watch?v=kRaL0widcCY
• https://www.youtube.com/watch?v=kbdoSNNC2Rg	• https://www.youtube.com/watch?v=RERF3EXziSE

Describamos mediante límites cada una de las siguientes representaciones



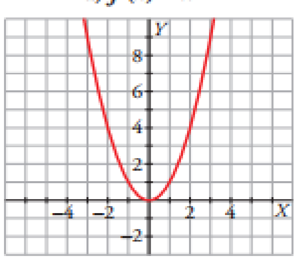
a) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1;\quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty;\quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$

c) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty;\quad \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ no existe; $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ no existe

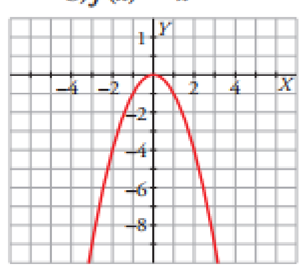
a) $f(x) = x^2$



$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

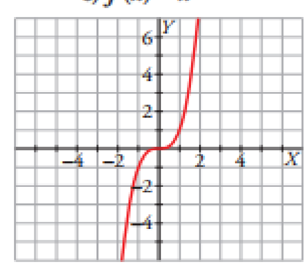
b) $f(x) = -x^2$



$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

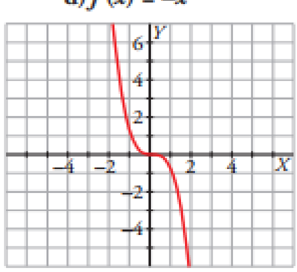
c) $f(x) = x^3$



$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

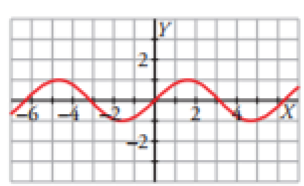
d) $f(x) = -x^3$



$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

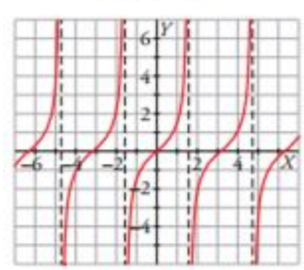
e) $f(x) = sen\ x$



$\lim_{x \to -\infty} f(x)$ no existe

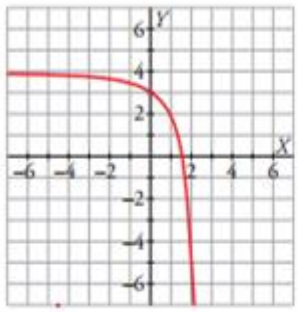
$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ no existe

f) $f(x) = tg\,x$

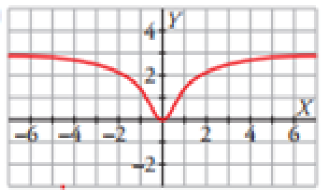


$\lim_{x \to -\infty} f(x)$ no existe

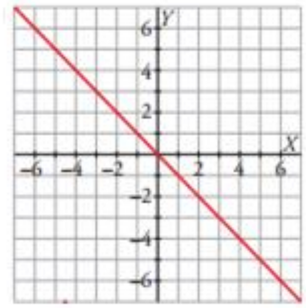
$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ no existe



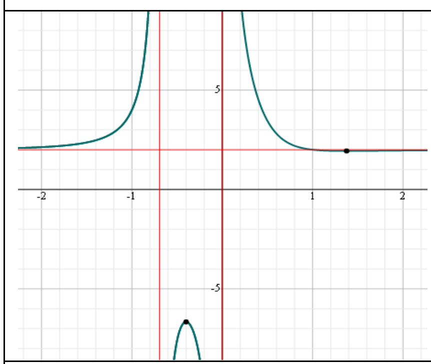
$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 4, \quad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$



$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 3, \quad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$



$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$



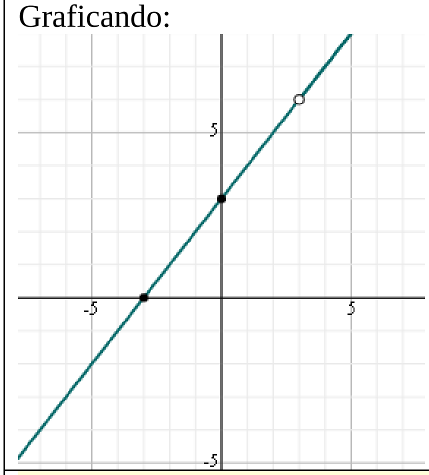
Algebraicamente se divide cada termino por la mayor potencia de la variable

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6x^5+2x}{3x^5+x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{6x^5}{x^5}+\frac{2x}{x^5}}{\frac{3x^5}{x^5}+\frac{x^2}{x^5}} = \lim_{x\to\infty} \frac{6+\frac{2}{x^4}}{3+\frac{1}{x^3}} = 2$$

Analicemos limites indeterminados

$$f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$$

Graficando:



Notamos que la funcion no esta definida en $x = 3$

Hallaremos

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$$

Al sustituir, resulta $\lim\limits_{x\to 3}\left(x^2-9\right)=0$ y $\lim\limits_{x\to 3}(x-3)=0$ lo que genera una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$.

Sin embargo, como $\frac{x^2-9}{x-3}=\frac{(x+3)(x-3)}{(x-3)}=x+3$ si $x \neq 3$, resulta que la función $\frac{x^2-9}{x-3}$ coincide con la función $(x+3)$ salvo en $x = 3$.

Como interesa analizar el comportamiento de la función para valores de x próximos a 3 (por izquierda y por derecha), es posible determinar el comportamiento de $\frac{x^2-9}{x-3}$ analizando el de la función $(x+3)$.

Por lo tanto puede decirse que $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=\lim\limits_{x\to 3}(x+3)=6$

Calculemos el valor de $\lim\limits_{x\to 1}\frac{6x^2+12x-18}{2x-2}$.

Al sustituir la variable por 1, tanto el numerador como el denominador se anulan y se genera la indeterminación $\frac{0}{0}$.

Se factorizan el numerador y el denominador y, para $x \neq 1$, se simplifican los factores comunes:

$$\lim_{x\to 1}\frac{6x^2+12x-18}{2x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{6.(x+3).(x-1)}{2.(x-1)}=\lim_{x\to 1}3(x+3)=3.(1+3)=12$$

hallemos el valor de $\lim\limits_{t\to3}\frac{t-3}{\sqrt{t+1}-2}$.

Reemplazando la variable por 3 se obtiene la indeterminación $\frac{0}{0}$. Para resolver este límite,

se racionaliza el denominador multiplicando el numerador y el denominador por la expresión conjugada de la del denominador

y resulta: $$\lim_{t\to3}\frac{t-3}{\sqrt{t+1}-2}\cdot\frac{\sqrt{t+1}+2}{\sqrt{t+1}+2}=\lim_{t\to3}\frac{(t-3).(\sqrt{t+1}+2)}{\left(\sqrt{t+1}\right)^2-2^2}=\lim_{t\to3}\frac{(t-3).(\sqrt{t+1}+2)}{t-3}=\lim_{t\to3}\left(\sqrt{t+1}+2\right)=\sqrt{3+1}+2=2+2=4$$

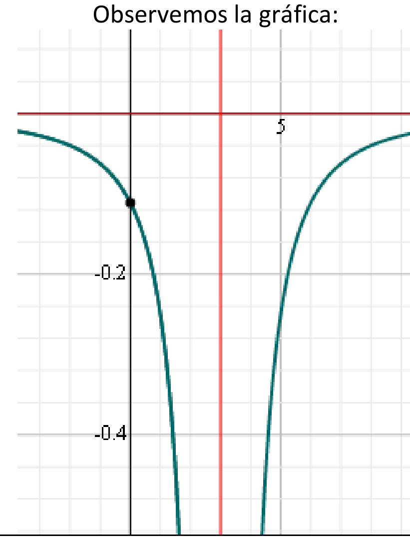
Determinemos el límite $\lim\limits_{x\to3}\frac{3-x}{(x-3)^3}$.

Al sustituir, resulta $\lim\limits_{x\to3}(3-x)=0$ y $\lim\limits_{x\to3}(x-3)^3=0$ lo que genera una indeterminación del tipo $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x\to3}\frac{3-x}{(x-3)^3}=\lim_{x\to3}\frac{-(x-3)}{(x-3)^3}=\lim_{x\to3}\frac{-1}{(x-3)^2}=-\infty$$

Como el numerador negativo (−1), se concluye que el límite es $-\infty$.

Observemos la gráfica:



Analicemos las siguientes soluciones

$$\lim_{x\to-1}\frac{x^3+1}{x^2-1}=\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x-1)}=\lim_{x\to-1}\frac{x^2-x+1}{x-1}=-\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x\to5}\frac{x-5}{x^2-25}=\lim_{x\to5}\frac{x-5}{(x+5)(x-5)}=\lim_{x\to5}\frac{1}{x+5}=\frac{1}{10}$$

$$\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{\left(\sqrt{x+1}-2\right)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{x+1-4}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=$$
$$=\lim_{x\to3}\frac{x-3}{(x-3)\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\lim_{x\to3}\frac{1}{\left(\sqrt{x+1}+2\right)}=\frac{1}{4}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}=\lim_{x\to0}\frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}{x\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}=$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{x+2-2}{x\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{2}\right)}=\lim_{x\to0}\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\lim_{x\to2}\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}=\lim_{x\to2}\frac{x(x-2)}{(x-2)^2}=\lim_{x\to2}\frac{x}{(x-2)}=\pm\infty$$

$$\lim_{h\to0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}=\lim_{h\to0}\frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-x^3}{h}=$$
$$=\lim_{h\to0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3}{h}=\lim_{h\to0}\left(3x^2+3xh+h^2\right)=3x^2$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x+3}{x}}{\frac{x+\sqrt[3]{x}}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{3}{x}}{1+\frac{\sqrt[3]{x}}{x}}=2$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}+\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}+\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n+2}}=1+1=2$$

INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUIN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 **CÁLCULO - GRADO 11° - ACTIVIDADES ESCOLARES**				P.E.V.M.
Código. B-PP-3	Docente: Sayda Medina	Fecha de Publicación: 01/10/2021	Fecha de Entrega: 01/11/2021	

ACTIVIDAD PRÁCTICA (grupos máximo 4 estudiantes)

En el cuaderno o en hojas cuadriculadas de examen Desarrolla los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\to 3} x^3 + x^2 - 3$	**2.** $\lim\limits_{x\to -1} x + 1$	**3.** $\lim\limits_{x\to 0} 4^x$
4. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x}{x-3}$	**5.** $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2}{x+1}$	**6.** $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2}{7-x^2}$
7. $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^4+3x^3-2}{2x^4-3x}$	**8.** $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x}{x^2-3}$	**9.** $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3-4x}{\sqrt{9x^2+1}}$
10. $\lim\limits_{x\to -3} \frac{x^2-9}{x+3}$	**11.** $\lim\limits_{x\to 4} \frac{x^2-3x-4}{x^2-x-12}$	**12.** $\lim\limits_{x\to 1} \frac{1-x}{x^2-1}$
13. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{16-4x^2}{2x-4}$	**14.** $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^3-27}{x-3}$	**15.** $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2+4x}{3x^3+x^2-x}$
16. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$	**17.** $\lim\limits_{x\to 4} \frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	**18.** $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3}}{x}$
19. $\lim\limits_{h\to 0} \frac{(x+h)^3-x^3}{h}$	**20.** $\lim\limits_{x\to 1} \frac{1-x}{\sqrt{5-x^2}-2}$	**21.** $\lim\limits_{h\to 0} \frac{(x+h)^2-2(x+h)+1}{h+1}$

- Toma registro fotográfico de la actividad desarrollada en el cuaderno
- Organiza las imágenes en un documento en Word, Comparte esta actividad en Teams en la asignación **Límite de funciones**
- Si el trabajo es desarrollado en grupo no olviden escribir en la parte inicial del documento en Word el nombre de todos los integrantes

Fecha máxima de entrega: 2 de Noviembre

Ánimo