Multiplicación de números Racionales $(\mathbb{Q})$

Otra operación definida con los números racionales es precisamente la multiplicación; esta operación considera que para $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, dos fracciones con b , d, diferentes de cero, se define el producto o multiplicación entre las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ como otra fracción , con denominador distinto de cero, obtenida mediante el producto de los numeradores y el producto de los denominadores respectivamente; Esto es, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$, con $b\ y\ d$ distintos de cero.

Definición:

Para multiplicar fracciones se multiplican entre sí los numeradores y entre sí los denominadores; en símbolos tenemos:

$\forall \left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \right) \in \mathbb{Q}$, $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$, $\begin{matrix} b \\ d \end{matrix} \neq 0$; la expresión $\frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$, $\begin{matrix} b \\ d \end{matrix} \neq 0$; como preparación a la notación de la multiplicación algebraica

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \begin{matrix} b \\ d \end{matrix} \neq 0$$

¡NB! La operación multiplicación de números racionales considera para el producto la Ley de los signos de la multiplicación vista en los números enteros

+	×	+	=	+
+	×	−	=	−
−	×	+	=	−
−	×	−	=	+

Entonces para la multiplicación además de la definición se tendrá en cuenta la ley de os signos de la multiplicación

Veamos algunos ejemplos de multiplicación de fracciones

a. $\frac{3}{7}\times\frac{8}{5}=\frac{24}{35}$

$\frac{3}{7}\times\frac{8}{5}=\frac{3\times 8}{7\times 5}$, se multiplican entre sí los numeradores y entre sí los denominadores

$\frac{3}{7}\times\frac{8}{5}=\frac{24}{35}$

Podemos obviar el planteamiento de la multiplicación tanto en los numeradores como en los denominadores y hacer el producto directo; veamos otros ejemplos directos; tenga en cuenta los signos de las fracciones y la aplicación de la ley de los signos de la multiplicación.

b. $\frac{9}{4}\times\frac{7}{25}=\frac{63}{100}$

c. $\frac{1}{3}\times\frac{2}{9}=\frac{2}{27}$

d. $\frac{1}{3}\times\frac{4}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{105}$

e. $\left(-\frac{9}{4}\right)\times\left(-\frac{7}{25}\right)=\frac{63}{100}$

f. $\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{13}\right)=\frac{5}{52}$

g. $\left(-\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{8}{15}$

h. $\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(-\frac{1}{9}\right)=\frac{2}{72}$

i. $\left(-\frac{9}{4}\right)\times\frac{11}{23}=-\frac{99}{92}$

j. $\left(-\frac{1}{5}\right)\times\frac{2}{9}=-\frac{2}{45}$

k. $\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(\frac{1}{9}\right)=-\frac{2}{63}$

l. $\left(-\frac{5}{8}\right)\times\left(\frac{1}{4}\right)=-\frac{5}{32}$

m. $\left(\frac{4}{7}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{12}{35}$

n. $\left(\frac{2}{13}\right) \times \left(-\frac{6}{7}\right) = -\frac{12}{91}$

o. $\left(\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{8}\right) = -\frac{25}{72}$

p. $\left(\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{9}{16}\right) = -\frac{63}{80}$

El número de fracciones es indiferente la definición de la multiplicación no cambia, como tampoco la ley de los signos

Ejemplos:

q. $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} = -\frac{8}{105}$

$\left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} = -\frac{1\times4\times2}{3\times7\times5}$,

$\left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} = -\frac{8}{105}$, Podemos obviar el planteamiento de la multiplicación tanto en los numeradores como en los denominadores y hacer el producto directo; veamos otros ejemplos directos; tenga en cuenta los signos de las fracciones y la aplicación de la ley de los signos de la multiplicación.

r. $\frac{1}{13} \times \left(-\frac{3}{7}\right) \times \frac{2}{11} = -\frac{6}{1001}$

s. $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \times \left(-\frac{9}{11}\right) = \frac{54}{385}$

t. $\frac{3}{7} \times \frac{2}{5} \times \left(-\frac{9}{11}\right) \times \frac{13}{23} = -\frac{702}{8855}$

u. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \left(-\frac{3}{13}\right) = -\frac{45}{728}$

Como se puede comprobar el proceso de la multiplicación de fracciones no cambia al amentar o disminuir el número de fracciones.

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Respecto de la simplificación de fracciones, debemos recordar que en general una fracción propia o impropia **es reducible** cuando la podemos **simplificar.**

CRITERIOS DE SIMPLIFICACIÓN

Recordemos los criterios de divisibilidad, los cuales son fundamentales puesto que:

a. Ayudan a encontrar con facilidad los divisores de un número
b. Sirven cuando tenemos que descomponer en factores primos o saber si un número es primo o es un número compuesto
c. Permiten la simplificación de fracciones propias e impropias cuando son reducibles (cuando se pueden simplificar)

Divisibilidad por 2

Un número es divisible por 2 cuando termina en 0 ó en número par” $(2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots, 2n), n \in \mathbb{N}$

Ejemplo.

38 **es divisible por 2** porque termina en número par (8)**.**

50 **es divisible por 2** porque termina en 0

Veamos que, 25 **no es divisible por 2** porque no termina en 0 ó en número par, $(2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \dots., 2n) n \in \mathbb{N}$.

Divisibilidad por 3

Un número es divisible por 3 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 3 $(3, 6, 9, 12, 18 \dots., 3n) n \in \mathbb{N}$

Ejemplos.

456 **es divisible** por 3 porque la suma de sus cifras $4 + 5 + 6 = 15$ y quince es múltiplo de 3 (3 x 5 = 15), además, $1 + 5 = 6$, y 6, es múltiplo de tres

503, no **es divisible** por $\mathbf{3}$, porque la suma de sus cifras $5 + 0 + 3 = 8$ y ocho no es múltiplo de $\mathbf{3}$.

43212 **es divisible** por 3 porque la suma de sus cifras $4 + 3 + 2 + 1 + 2 = 12$ y doce es múltiplo de 3 $(3 \times 4 = 12)$, además, $1 + 2 = 3$ y 3 es múltiplo de tres

Divisibilidad por 4

Un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras de la derecha son ceros o forman un múltiplo de 4” $(4, 8, 12, 16, 20 \dots, 4n), n \in \mathbb{N}$

Ejemplos.

1200 **es divisible** por 4 porque sus dos últimas cifras son ceros (00).

8436 **es divisible** por 4 porque sus dos últimas cifras forman un múltiplo de 4, $(4 \times 9 = 36)$.
43210 **no es divisible** por 4 porque sus dos últimas cifras (10) no forman un múltiplo de 4

Divisibilidad por 5

Un número es divisible por 5 cuando termina en 0 ó 5.

Ejemplos.

120 **es divisible** por 5 porque termina en 0.

8435 **es divisible** por 5 porque termina en 5.

432 **no es divisible** por 5 porque no termina ni en 0 $ni\ en$ 5

Divisibilidad por 6

Un número es divisible por 6 cuando es divisible a la vez por 2 y por 3 o es múltiplo de 6 $(0,6,12,18,24,30,36,\ldots,6n)$, $n \in \mathbb{N}$

Ejemplo.

186 es divisible por 6 porque es divisible por 2 (termina en número par, seis, 6) y es divisible por 3 (la suma de sus cifras $1 + 8 + 6 = 15$ que es múltiplo de 3).

$\mathbf{8538}$ es divisible por 6 porque es divisible por 2 (termina en número par, ocho, 8) y es divisible por 3 (la suma de sus cifras $8 + 5 + 3 + 8 = 24$ que es múltiplo de 3), además, $2 + 4 = 6$, y seis es múltiplo de 3

4354 **no es divisible** por $\mathbf{6}$ porque, es divisible por $\mathbf{2}$ (termina en número par, 4) pero no es divisible por 3 (la suma de sus cifras $4 + 3 + 5 + 4 = 16$ que no es múltiplo de 3).

Divisibilidad por 7

Un número es divisible por **7** cuando, separando la última cifra, multiplicándola por 2, restando este producto de la otra parte del número y así sucesivamente, da cero o múltiplo de 7, $(0, 7, 14, 21, 28, 35, \dots .8n)$, $n \in \mathbb{N}$

Ejemplo.

336 **es divisible por 7** porque separando su última cifra que es 6, multiplicándola por 2, tenemos 12, restando éste 12 a 33 que es de la otra parte del número nos 21, y 21 es un múltiplo de 7, $(7 \times 3 = 21)$.

588 **es divisible por 7** porque si aplicamos la regla en conjunto tenemos

$58 - (8 \times 2) = 58 - 16$

$58 - 16 = 42$, veamos que 42 es múltiplo de 7, $(7 \times 6 = 42)$

Divisibilidad por 8

Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras de la derecha son ceros o forman un múltiplo de 8, $(0, 8, 16, 24, 32, 40 \dots .8n)$, $n \in \mathbb{N}$

Ejemplo.

1000 **es divisible por 8** porque sus tres últimas cifras son ceros (000).

2568 **es divisible por 8** porque sus tres últimas cifras forman un múltiplo de 8; 568 es múltiplo de 8; $568 = 8 \times 71$

4321 **no es divisible por $\mathbf{8}$** porque sus tres últimas cifras no son ceros ni forman un múltiplo de 8; 321 **no es divisible por $\mathbf{8}$**; $(321\ entre\ 8 = 540.125)$.

Divisibilidad por 9

Un número es divisible por 9 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 9.

Ejemplo.

945 **es divisible por 9** porque la suma de sus cifras $9 + 4 + 5 = 18$ que es múltiplo de 9.

8532 es divisible por 9 porque la suma de sus cifras $8 + 5 + 3 + 2 = 18$ que es múltiplo de 9.

4354 no es divisible por 9 porque la suma de sus cifras $4 + 3 + 5 + 4 = 16$ que no es múltiplo de 9.

Divisibilidad por 10

Un número es divisible por 10 cuando termina en 0.

Ejemplo.

120 **es divisible** por 10 porque termina en 0.

8435 **no es divisible** por 10 porque termina en 0.

Con base en los criterios de divisibilidad, veamos otros ejemplos de multiplicación de fracciones donde podemos simplificar

Multiplicar

$\frac{3}{4} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{420}{120}$, tenemos una fracción impropia, reducible; entonces debemos simplificar.

Observemos que hay varias alternativas de simplificación; de hecho, quien va a simplificar es quien decide, cómo iniciaría la simplificación; sea, cual sea, el caso de inicio, lo que se debe tener en cuenta, es que la simplificación es única.

$\frac{420}{120} = \frac{42}{12}$, hemos dividido por 10 tanto el numerador como el denominador (hemos simplificado un cero)

$\frac{42}{12} = \frac{21}{6}$, hemos sacado mitad tanto en el numerador y mitad en el denominador

$\frac{21}{6} = \frac{7}{2}$, hemos sacado tercera tanto en el numerador y mitad en el denominador

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$, hemos convertido la fracción impropia en número mixto.

$\frac{420}{120} = 3\frac{1}{2}$ **SOLUCIÓN**

Veamos otra forma: primero vamos a simplificar antes de multiplicar

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{7}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{5}} \times \frac{\cancel{5}}{2} =$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$$

Veamos que directamente se simplificó por 3, por 4, por 5 y ya obtenemos el resultado

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$, hemos convertido la fracción impropia en número mixto.

$\frac{420}{120} = 3\frac{1}{2}$ **SOLUCIÓN**

Usted, puede multiplicar primero y luego simplificar o puede simplificar primero y luego multiplicar.

Propiedades de Suma y la multiplicación

Este cuadro comparativo sobre las propiedades de la suma y multiplicación de números racionales, tiene como finalidad, establecer no solamente las propiedades de cada operación sino, su afinidad y la definición en símbolos de cada una de ellas. Las propiedades facilitan la Operacionalidad y dan la oportunidad de entender mejor a cada operación.

SUMA DE RACIONALES			**MULTIPLICACIÓN DE RACIONALES**	
Clausurativa	$\forall\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right)\in\mathbb{Q},(\frac{a}{b}+\frac{c}{d})\in\mathbb{Q}$		Clausurativa	$\forall\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right)\in\mathbb{Q},(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d})\in\mathbb{Q}$
Conmutativa	$\forall\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right)\in\mathbb{Q},\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$		Conmutativa	$\forall\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right)\in\mathbb{Q},\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\times\frac{a}{b}$
Asociativa	$\forall\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d},\frac{e}{f}\right)\in\mathbb{Q},$ $\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}$		Asociativa	$\forall\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d},\frac{e}{f}\right)\in\mathbb{Q},$ $\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)\times\frac{e}{f}$
Modulativa	$\forall\ \frac{a}{b}\in\mathbb{Q}$, $\frac{a}{b}+0=\frac{a}{b}$, el cero es el módulo de la suma		Modulativa	$\forall\ \frac{a}{b}\in\mathbb{Q}$, $\frac{a}{b}\times 1=\frac{a}{b}$, el uno es el módulo de la multiplicación
Invertiva	$\forall\ \frac{a}{b}\in\mathbb{Q}$, $\exists -\frac{a}{b}\in\mathbb{Q}$, llamado inverso aditivo, tal que $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=0$, con $b\neq 0$		Invertiva	$\forall\ \frac{a}{b}\in\mathbb{Q}$, $\exists\frac{b}{a}\in\mathbb{Q}$, llamado inverso multiplicativo, tal que $\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$, con $a,b\neq 0$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA DE LA MULTIPLICACIÓN CON RESPECTO A LA SUMA Esta propiedad relaciona a la multiplicación con la suma
$\forall\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d},\frac{e}{f}\right)\in\mathbb{Q}$, $\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)+\left(\frac{a}{b}\times\frac{e}{f}\right)$ $\frac{a}{b}\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)=\left(\frac{ac}{bd}\right)+\left(\frac{ae}{bf}\right)$ $\mathbf{con}\ \boldsymbol{b,d,f}\ \neq \mathbf{0}$

La propiedad que relaciona la multiplicación con la suma es precisamente la propiedad **Distributiva.**

Vamos a aplicar la ley distributiva así: multiplicamos $\frac{3}{5}$ por cada uno de los sumandos. (A esto se le llama distribuir el $\frac{3}{5}$.), luego, puedes sumar los productos.

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}\right)$, se distribuyó el $\frac{3}{5}$; ahora efectuamos los productos planteados y luego sumamos

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{10}+\frac{3}{20}$,

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{(3\times20)+(10\times3)}{200}$,

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{60+30}{200}$,

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{90}{200}$, Simplificando abreviadamente por 10 tenemos

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{9}{20}$, **SOLUCIÓN**

De acuerdo con esta propiedad, podemos sumar los números dentro del paréntesis y luego multiplicar por $\frac{3}{5}$; esto no siempre se logra hacer; sobre todo en planteamientos algebraicos, geométricos, trigonométricos y analíticos; por esta razón se sugiere aplicar la propiedad distributiva siempre; Cuando se puede hacer la suma y luego el producto, es la forma de **comprobar** que hemos aplicado bien la propiedad distributiva;

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}\times\left(\frac{4+2}{8}\right)$,

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}\times\left(\frac{6}{8}\right)$,

$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}\times\left(\frac{3}{4}\right),$
$\frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{9}{20}$ **SOLUCIÓN**

En realidad, la ley distributiva se puede aplicar tantas veces como sumandos tenga el primer factor y se sugiere aplicarla siempre que se plantee.

Veamos otro ejemplo:

Hallar el resultado de la siguiente multiplicación de fracciones, aplicando la ley distributiva
$\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\right)=$
Este ejercicio plante una multiplicación donde cada de factor, contiene sumas de fracciones; entonces, vamos a aplicar la ley distributiva; observe que las sumas interiores en cada factor no son términos semejantes; vamos a distribuir a los sumandos $\frac{1}{a}$, y $\frac{1}{b}$,del primer factor, con todos los sumandos del segundo factor, respetando la ley de los signos de la multiplicación

$$\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\right)=\left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{c}\right)+\left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{d}\right)-\left(\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{c}\right)-\left(\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{d}\right)$$

Primero distribuimos a $\frac{1}{a}$, en rojo, con cada uno de los sumandos del segundo factor y luego distribuimos $\frac{1}{b}$, en azul, con dada uno de los sumandos del segundo factor, respetando la ley de los signos de la multiplicación. Realizando las multiplicaciones tenemos:

$\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{d}\right)=\frac{1}{ac}+\frac{1}{ad}-\frac{1}{bc}-\frac{1}{bd}$ **SOLUCIÓN**

Veamos un ejemplo numérico más

Hallar el resultado de la siguiente multiplicación, aplicando la ley distributiva

$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{2}{7}\right)=$, Como, en el primer factor, hay una suma con dos sumandos, debemos aplicar la ley distributiva, dos veces; debemos distribuir $\frac{2}{3}$ con todos los sumandos del segundo factor; luego debemos distribuir a $\frac{1}{5}$, con todos los sumandos del segundo factor

Analicemos: (en su cuaderno vaya realizando el ejercicio paso a paso y compruebe los resultados que se están obteniendo; haga las operaciones con papel y lápiz)

$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{2}{7}\right)=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{7}\right)+\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}\times\frac{2}{7}\right)$; efectuando los productos parciales del segundo miembro y simplificando las fracciones reducibles, tenemos:

$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{2}{7}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)$, realizando la suma de fracciones y simplificando obtenemos

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{882000-441000+504000+264600-132300+151200}{2646000}$,

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{1228500}{2646000}$,

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{12285}{26460}$, hemos dividido abreviadamente por 100;

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{2457}{5292}$, hemos sacado quinta

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{819}{1764}$, hemos sacado tercera

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{273}{588}$, hemos sacado tercera

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{91}{196}$, hemos sacado tercera

$\left(\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{4}{21}\right)+\left(\frac{1}{10}\right)-\left(\frac{1}{20}\right)+\left(\frac{2}{35}\right)=\frac{13}{28}$, hemos sacado séptima; entonces

$\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{2}{7}\right)=\frac{13}{28}$ **SOLUCIÓN**

ECUACIONES

En la multiplicación también se plantean otro tipo de ecuaciones son ecuaciones de la forma $\frac{a}{b} \times \boldsymbol{x} = \frac{c}{d}$, con $b, d \neq 0$; recuerde que, el denominador de una fracción, tiene que ser siempre diferente de cero

Si despejamos a $\boldsymbol{x}$, de la ecuación $\frac{a}{b} \times \boldsymbol{x} = \frac{c}{d}$, con $b, d \neq 0$, tenemos

$\boldsymbol{x} = \frac{c}{d} \times \frac{b}{a}$; con $d, a \neq 0$; recuerde que cuando **se traslada un factor del numerador** del primer miembro de la igualdad al segundo miembro de la igualdad, este término **pasa al denominador** del segundo miembro de la igualdad y si el **término está en el denominador** del primer miembro de la igualdad, este término, **pasa** al segundo miembro de la igualdad **al numerador**;

$\forall \left(\frac{c}{d}, \frac{b}{a}\right) \in \mathbb{Q}$, $\boldsymbol{\frac{a}{b} \times x = \frac{c}{d}}$**, con** $\boldsymbol{b, d \neq 0}$**, su solución es** $\boldsymbol{x = \frac{c}{d} \times \frac{b}{a}}$**, con** $\boldsymbol{d, a \neq 0}$

Ejemplos:

Dada la ecuación $\frac{1}{4} \times \boldsymbol{x} = \frac{1}{5}$, hallar el valor de $\boldsymbol{x}$

SOLUCIÓN

$\frac{1}{4} \times \boldsymbol{x} = \frac{1}{5}$, Despejando a $\boldsymbol{x}$, tenemos:

$\boldsymbol{x} = \frac{1}{5} \times \frac{4}{1}$, de donde

$\boldsymbol{x} = \frac{4}{5}$, **SOLUCIÓN**

Dada la ecuación $\frac{2}{3} \times \boldsymbol{y} = \frac{5}{7}$, hallar el valor de $\boldsymbol{y}$

$\frac{2}{3} \times \boldsymbol{y} = \frac{5}{7}$ despejando a $\boldsymbol{y}$, de la ecuación obtenemos:

$\boldsymbol{y} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2}$ efectuando la multiplicación de fracciones tenemos

$\boldsymbol{y} = \frac{15}{14}$ **SOLUCIÓN**

Otro ejemplo

Dada la ecuación $\frac{5}{6} \times \boldsymbol{z} = \frac{4}{9}$, hallar el valor de $\boldsymbol{z}$

$\frac{5}{6} \times \boldsymbol{z} = \frac{4}{9}$ despejando a $\boldsymbol{z}$, de la ecuación obtenemos:

$\boldsymbol{z} = \frac{4}{9} \times \frac{6}{5}$ efectuando la multiplicación de fracciones tenemos

$\boldsymbol{y} = \frac{24}{45}$, sacando tercera tenemos:

$\boldsymbol{y} = \frac{8}{15}$ **SOLUCIÓN**

Otro ejemplo

Dada la ecuación $\boldsymbol{m} \times \frac{2}{9} = \frac{3}{7}$, hallar el valor de $\boldsymbol{m}$

$\boldsymbol{m} \times \frac{2}{9} = \frac{3}{7}$ despejando a $\boldsymbol{m}$, de la ecuación obtenemos:

$\boldsymbol{m} = \frac{3}{7} \times \frac{9}{2}$ efectuando la multiplicación de fracciones tenemos

$\boldsymbol{y} = \frac{27}{14}$, convirtiendo a mixto nos da:

$\boldsymbol{y} = 1\frac{13}{14}$ **SOLUCIÓN**

Consideremos un ejemplo donde se incluye una combinación suma y multiplicación, con el fin de recordar las ecuaciones vistas en la suma, y las ecuaciones vistas aquí en la multiplicación

Dada la ecuación $\frac{2}{3}\times \boldsymbol{p}+\frac{1}{5}=\frac{4}{11}$, hallar el valor de $\boldsymbol{p}$

$\frac{2}{3}\times \boldsymbol{p}+\frac{1}{5}=\frac{4}{11}$ despejando a $\boldsymbol{p}$, de la ecuación obtenemos:

$\frac{2}{3}\times \boldsymbol{p}=\frac{4}{11}-\frac{1}{5}$, hemos trasladado primero el sumando $+\frac{1}{5}$, debe pasar $-\frac{1}{5}$

$\frac{2}{3}\times \boldsymbol{p}=\frac{9}{55}$, realizamos la suma de fracciones (una fracción positiva con una fracción negativa)

$\boldsymbol{p}=\frac{9}{55}\times\frac{3}{2}$, hemos trasladado el factor $\frac{2}{3}$, debe pasar $\frac{3}{2}$; efectuamos la multiplicación

$\boldsymbol{p}=\frac{27}{110}$ **SOLUCIÓN**

¡NB! En las expresiones siguientes, analice que podemos quitar el signo por ($\times$)

- **a.** $-\frac{2}{3}\times \boldsymbol{p}$ se escribe $-\frac{2}{3}\boldsymbol{p}$ **o también** $-\frac{2\boldsymbol{p}}{3}$
- **b.** $\frac{4}{7}\times \boldsymbol{m}$ se escribe $\frac{4}{7}\boldsymbol{m}$ **o también** $\frac{4\boldsymbol{m}}{7}$
- **c.** $\boldsymbol{y}\times\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{11}}$ se escribe $\frac{9}{11}\boldsymbol{y}$ **o también** $\frac{9\boldsymbol{y}}{11}$
- **d.** $-\boldsymbol{z}\times\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ se escribe $-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\boldsymbol{z}$ **o también** $-\frac{\boldsymbol{z}}{3}$

Conviene que haga bastantes ejercicios sobre resolución de ecuaciones.

División de números racionales

La división de fracciones, es un caso particular, de la multiplicación si consideramos que toda fracción posee un inverso multiplicativo. Dicho de otro modo, toda división puede ser transformada en una multiplicación, si cambiamos una fracción por su inverso multiplicativo;

Veamos:

Si $\left(\frac{a}{b},\frac{c}{d}\right) \in \mathbb{Q}$, entonces $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$, con $b, c, d \neq 0$; recuerde que todos los denominadores de las fracciones deben ser siempre distintos de cero. Tenga en cuenta que $\frac{d}{c}$ se llama el inverso multiplicativo de $\frac{c}{d}$

Para dividir fracciones, se calcula el inverso multiplicativo de una de ellas y se **efectúa** la **multiplicación entre ellas;** si se puede simplificar, el resultado, se debe simplificar.

Ejemplos:

Hallar el resultado de las siguientes divisiones entre fracciones

1. $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{3}$, tenga en cuenta que $\frac{5}{3}$ es el inverso multiplicativo de $\frac{3}{5}$

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{20}{21}$ **SOLUCIÓN**

2. $\frac{3}{11} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{11} \times \frac{2}{1}$, tenga en cuenta que $\frac{2}{1}$ es el inverso multiplicativo de $\frac{1}{2}$

   $\frac{3}{11} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{11}$ **SOLUCIÓN**

3. $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{3}{11} \times \frac{4}{3}$, tenga en cuenta que $\frac{4}{3}$ es el inverso multiplicativo de $\frac{3}{4}$

   $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{12}{33}$, simplificando tenemos

   $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{11}$ **SOLUCIÓN**

La división de fracciones tiene otro método llamado el método de las diagonales; este método consiste en multiplicar el primer numerador por el segundo denominador y dejar ese resultado como numerador y luego multiplicar el primer denominador por el segundo numerador y dejar este resultado como denominador. En general este método se emplea menos que el del inverso multiplicativo.

Ejemplos:

Hallar el resultado de las siguientes divisiones de fracciones

1. $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{4 \times 5}{7 \times 3}$

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{20}{21}$ **SOLUCIÓN**

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{4x5}{7x3}$

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{20}{21}$ **SOLUCIÓN**

2. $\frac{9}{11} \div \frac{4}{13} = \frac{9 \times 13}{11 \times 4}$

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{117}{44}$

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = 2\frac{29}{44}$ **SOLUCIÓN**

   $\frac{9}{11} \div \frac{4}{13} = \frac{9x13}{11x4}$

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{117}{44}$

   $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = 2\frac{29}{44}$ **SOLUCIÓN**

3. $\frac{7}{13} \div \frac{9}{23} = \frac{7 \times 23}{13 \times 9}$

   $\frac{7}{13} \div \frac{9}{23} = \frac{161}{117}$

   $\frac{7}{13} \div \frac{9}{23} = 1\frac{44}{117}$ **SOLUCIÓN**

En este método, se debe tener en cuenta que, el **numerador** corresponde a la multiplicación de los términos de la **diagonal descendente** y el **denominador** corresponde a la multiplicación de los términos de la **diagonal ascendente**.

Debe tener cuidado de hacer bastante ejercicio para no confundir el procedimiento

POTENCIACIÓN EN LOS NÚMEROS RACIONALES

Recordemos que, la **potenciación** es en general, una **multiplicación,** donde todos los factores son iguales. Sus tres elementos son base, exponente y potencia. La base es un número racional (una fracción), el exponente es un número natural $(\mathbb{N})$ y la potencia es otro número racional (una fracción). De esta manera podemos establecer que si $\forall\ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ y $n \in \mathbb{N}$, entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b}}$$

n veces

$$\frac{a}{b} = base$$

$$n = exponente,\ n \in \mathbb{N}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = potencia$$

Recuerde que toda expresión que tenga **base y exponente** se llama **potencia**. También se llama potencia al **resultado** de la operación **potenciación**

De la misma forma que se explicó en los números naturales, números enteros, ahora en los números racionales (números fraccionarios), la base es el número que se multiplica por si mismo, tantas veces como indique el exponente; el exponente es el número escrito en la parte superior de la base y que indica las veces que se debe multiplicar por sí misma la base y la potencia es el resultado de la operación.

Ejemplos

1. $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3};$

También

2. $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{4}\right)^7$;
3. $\left(\frac{2}{5}\right)^4=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}$
4. $\left(\frac{3}{11}\right)^3=\frac{3}{11}\times\frac{3}{11}\times\frac{3}{11}$
5. $\left(\frac{3}{7}\right)^2=\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}$
6. $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^5$
7. $\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}=\left(\frac{4}{9}\right)^6$
8. $\left(\frac{c}{d}\right)^{10}=\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}\times\frac{c}{d}$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN EN LOS RACIONALES

Con los números racionales, las propiedades de la potenciación no cambian; esto es, son las mismas propiedades que vimos en la potenciación de los números naturales y de los números enteros.

1. **Producto de potencias de la misma base**

   Para multiplicar **potencias de la misma base**, se deja la misma base y se suman los exponentes; en símbolo tenemos:

   Si, $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ y $\left(\frac{a}{b}\right)^m$, son potencias de la misma base y $m, n \in \mathbb{N}$, entonces:

   $$\left(\frac{a}{b}\right)^n \times \left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

   Ejemplos:

   a. $3^5\times3^2\times3^3\times3^5=3^{5+2+3+5}$
   $3^5\times3^2\times3^3\times3^5=3^{15}$

b. $b^2 \times b \times b^6 \times b = b^{2+1+6+1}$
$b^2 \times b \times b^6 \times b = b^{10}$

2. Producto de potencias del mismo exponente

Para multiplicar **potencias del mismo exponente**, se multiplican entre sí las bases y como exponente se deja el mismo de las potencias:

Si, $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ y $\left(\frac{c}{d}\right)^m$, son potencias del mismo exponente, y $m \in \mathbb{N}$ entonces

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \times \left(\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right)^m$$

Ejemplos:

a. $4^5 \times 3^5 \times 2^5 \times 5^5 = (4 \times 3 \times 2 \times 5)^5$
$4^5 \times 3^5 \times 2^5 \times 5^5 = (120)^5$

b. $b^2 \times c^2 \times d^2 \times e^2 = (b \times c \times d \times e)^2$

3. Potencia de una potencia

Para elevar una potencia a otra potencia, se deja la misma base y se multiplican entre sí los exponentes.

Si, $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ es una potencia y $n \in \mathbb{N}$, entonces $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \times n}$

Ejemplos:

a. $\left(\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^5\right)^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^{120}$

b. $\left(\left(\frac{4}{5}\right)^7\right)^6 = \left(\frac{4}{5}\right)^{42}$

c. $\left(\left(\frac{3}{11}\right)^3\right)^7 = \left(\frac{3}{11}\right)^{21}$

4. **Exponente cero**
   Toda fracción $\frac{a}{b}$, elevada a la cero, **es igual a uno** sí y solo sí $\frac{a}{b} \neq 0$

   Si, $\left(\frac{a}{b}\right)^m$ es una potencia y $m = 0$, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$ con $\frac{a}{b} \neq 0$

¡NB! La expresión 0^0 $no\ se\ admite\ en\ matemáticas$;

Si el **exponente es cero**, entonces **la base es distinta de cero** y **si la base es cero,** entonces el **exponente es distinto de cero.**

¡NB! La expresión $\frac{a}{0}$ $no\ se\ admite\ en\ matemáticas$**;**

Ejemplos:

a. $\left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1$
b. $\left(-\frac{3}{13}\right)^0 = 1$
c. $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$
d. $\left(-\frac{5}{8}\right)^0 = 1$

5. **Potencia de una fracción**
   Para elevar una fracción a una potencia, se eleva tanto el numerador, como el denominador a la misma potencia.
   $\forall\ \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ y $n \in \mathbb{N}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ o también $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Ejemplos:

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$
b. $\frac{8^2}{11^2} = \left(\frac{8}{11}\right)^2$

Recuerde que en medio de dos números racionales existen infinito número de números racionales

Si, $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, son fracciones**, entonces**, la fracción que está en la mitad de las fracciones dadas se encuentra sumando las fracciones y dividiendo entre 2

$$\frac{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}}{\mathbf{2}}$$

Ejemplo hallar dos fracciones que estén entre $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{2}$

Procedimiento: Sumamos las fracciones y dividimos entre dos

$\frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{7}{10}}{2}$; al entero 2 se le coloca como denominador uno y tenemos

$\frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{7}{10}}{\frac{2}{1}}$; hacemos producto de extremos como numerador y producto de medios como denominador

$$\frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{7}{10}}{\frac{2}{1}}$$

medios extremos

$\frac{\frac{1}{5}+\frac{1}{2}}{2}=\frac{7}{20}$ esta fracción está entre las fracciones $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{2}$

Podemos encontrar con este procedimiento infinitas fracciones en medio de dos fracciones; esto nos establece la densidad de los números racionales

Puede preguntar las veces que sea necesario lo que no entienda, pero primero debe estudiar los contenidos y los ejemplos. Todas las prácticas, ejercicios, actividades, evaluaciones y talleres deben enviarlos al correo electrónico del Docente pablovidalbeltran@gmail.com

La clave es leer y practicar

Fin de la suma y resta, multiplicación, división y potenciación de números racionales.
Es su deber estudiar y aprender estas notas de clase, consignarlas o pegarlas en su cuaderno
Resuelva las actividades y entréguelas en las fechas dadas por el Docente

Actividad operaciones con números racionales

Esta actividad debe ser resuelta en el cuaderno, copiando el punto y resolviendo enseguida, mostrando el planteamiento, procedimiento, operaciones y simplificaciones si es posible. Las fracciones impropias irreducibles se deben convertir a número Mixto.

1. Hallar el resultado de cada una de las siguientes operaciones con fracciones

a. $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{11}{3}\times\frac{5}{3}=$

Solución

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{11}{3}\times\frac{5}{3}=\frac{1\times2\times11\times5}{3\times3\times3\times3}$

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{11}{3}\times\frac{5}{3}=\frac{110}{81}$

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{11}{3}\times\frac{5}{3}=1\frac{29}{81}$ **Solución**

b. $\frac{7}{5}\times\frac{9}{5}\times\frac{19}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=$

c. $\frac{4}{21}\times\frac{7}{21}\times\frac{9}{21}\times\frac{2}{21}\times\frac{1}{21}=$

d. $\left(-\frac{4.}{5}\right)\times\left(\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=$

e. $\left(-\frac{1.}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{11}{23}\right)=$

2. Hallar el resultado de cada una de las siguientes operaciones con fracciones

a. $\frac{1}{4}\div\frac{3}{5}=$

SOLUCIÓN

$\frac{1}{4}\div\frac{3}{5}=\frac{1}{4}\times\frac{5}{3}$, $\frac{5}{3}$ ES EL INVERSO MULTIPLICATIVO DE $\frac{3}{5}$

$\frac{1}{4}\div\frac{3}{5}=\frac{5}{12}$

b. $\frac{1}{3}\div\frac{5}{4}\div\frac{1}{2}\div\frac{7}{11}=$

c. $\frac{1}{3}\div\frac{7}{4}\div\frac{3}{2}\div\frac{2}{11}=$

3. Resolver las siguientes ecuaciones

a. $\boldsymbol{x} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{5}$

SOLUCIÓN

$\boldsymbol{x} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{5}$ despejando a $\boldsymbol{x}$

$x = \frac{4}{5} \times \frac{7}{4}$

$x = \frac{28}{20}$

$x = \frac{7}{5}$

$x = 1\frac{2}{5}$ **SOLUCIÓN**

b. $x \times \frac{5}{6} = \frac{2}{3}$

c. $\frac{3}{4} \times z = \frac{7}{2}$

d. $\frac{1}{3} \times m = -\frac{9}{5}$

e. $x \times \frac{2}{7} = -\frac{4}{11}$

f. $y \times \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$

4. Expresar como una sola potencia (no halle el resultado)

a. $\frac{3^2}{5^2} =$

$\frac{3^2}{5^2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$ **SOLUCIÓN**

b. $\frac{8^5}{7^5} =$

c. $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} =$

d. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} =$

e. $\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} =$

5. Hallar el resultado mostrando el proceso

a. $\left(\frac{3}{5}\right)^4$

SOLUCIÓN

$$\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{81}{625}}$$

b. $\left(\frac{8}{9}\right)^3 =$

c. $\left(-\frac{7}{3}\right)^2 =$

d. $\left(\frac{3}{11}\right)^4 =$

e. $\left(-\frac{6}{13}\right)^3$

6. Escribir como una sola potencia

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^8 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{11} =$

b. $\left(\frac{1}{4}\right)^9 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4 =$

c. $\left(\frac{5}{6}\right)^3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{7}\right)^3 \times \left(\frac{7}{5}\right)^3 =$

d. $\left(\frac{3}{10}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{5}{7}\right)^3 \times \left(\frac{7}{3}\right)^3 =$

e. $\left(\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)^5\right)^6 =$

f. $\left(\left(\left(\frac{1}{3}\right)^7\right)^2\right)^{14} =$

RÚBRICA PARA EVALUAR ACTIVIDADES – TALLERES – Y /O CUADERNO

Nombre del estudiante:	GRADO:

CRITERIOS	Superior	Alto	Básico	Bajo	DESEMPEÑO I	II	III	D ef
PRESENTACIÓN	El cuaderno y/o taller muestra una muy correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad. Contiene: Portada, programación, Separador de bimestre, Separador de logro y actividades propuestas de manera estética y creativa	El cuaderno y/o taller muestra una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad Contiene: Portada, Separador de bimestre Separador de logro y actividades propuestas sin muestras de creatividad	El cuaderno y/o taller muestra una presentación poco correcta en cuanto a limpieza y claridad Faltan parámetros generales (Portada, Separador de bimestre, Separador de logro y actividades propuestas)	El cuaderno y/o taller muestra una incorrecta presentación en cuanto a limpieza y claridad. Carece de parámetros básicos establecidos				
ESTRUCTURA	El cuaderno presenta todo el contenido aprendido en clase, con notas, con palabras del maestro, todos los ejercicios y las tareas. La información está organizada de manera temporal. Los diagramas y gráficos están representados debidamente utilizando herramientas pertinentes.	El cuaderno casi siempre presenta todo el contenido aprendido en clase, con notas, con palabras del maestro, todos los ejercicios y las tareas Los diagramas y gráficos están representados	En el cuaderno falta mucha información del contenido aprendido en clase, con notas, con palabras del maestro, todos los ejercicios y las tareas. Los pocos gráficos representados son difíciles de entender	En el cuaderno NO hay información del contenido aprendido en clase, sin notas, sin palabras del maestro, faltan todos los ejercicios y las tareas				
DESARROLLO DE ACTIVIDADES	El trabajo es presentado de una manera clara y organizada que es siempre fácil de leer. Las actividades propuestas están completamente desarrolladas.	El trabajo es presentado de una manera clara y organizada que es por lo general fácil de leer. La mayoría de actividades están desarrolladas	El trabajo es presentado de una manera clara y organizada pero algunas veces difícil de entender. Presenta al menos el 60% de las actividades desarrolladas	El cuaderno está totalmente desordenado. El trabajo no está claro y es desorganizado. Es difícil saber cuál es el procedimiento realizado para llegar a los resultados si los hay				

RÚBRICA PARA RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN.

Nombre del estudiante:				GRADO:	Autoevaluación			
CRITERIOS	**Superior**	**Alto**	**Básico**	**Bajo**	**I**	**II**	**III**	**DEF**
IDENTIFICA	Reconoce todos los datos, conceptos, proposiciones necesarias para la solución del ejercicio.	Reconoce todos los datos, conceptos, y algunas proposiciones necesarias para la solución del ejercicio.	Reconoce parcialmente los datos, conceptos, proposiciones, incluidos aquellos irrelevantes para el ejercicio.	Reconoce los datos, conceptos, proposiciones irrelevantes para la solución del ejercicio.				
INTERPRETA	Comprende totalmente las condiciones, postulados y teoremas necesarios para la resolución de ejercicios.	Comprende las condiciones, postulados y teoremas básicos necesarios para la resolución de ejercicios.	Comprende parcialmente las condiciones, postulados y teoremas necesarios para la resolución de ejercicios.	Se le dificulta comprender las condiciones, postulados y teoremas necesarios para la resolución de ejercicios.				
ELABORA	Desarrolla el ejercicio de manera metódica y completa.	Desarrolla el ejercicio de manera completa.	Desarrolla el ejercicio de manera incompleta.	Omite los procesos para la resolución del ejercicio.				
EVALÚA	Comprueba satisfactoriamente la coherencia del resultado obtenido en el ejercicio.	Comprueba la coherencia del resultado obtenido en el ejercicio.	Comprueba el resultado del ejercicio desarrollado, sin coherencia.	Omite la comprobación del resultado obtenido en el ejercicio.				
ARGUMENTA	Justifica los procesos de resolución del ejercicio con coherencia y seguridad.	Justifica los procesos de resolución del ejercicio con coherencia.	Justifica parcialmente los procesos de resolución del ejercicio con coherencia.	Omite la justificación de los procesos de resolución del ejercicio.				

INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS
NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003
Grado 701 – 702 Tema: Sistemas numéricos – Números Racionales $\mathbb{Q}$
(notas del Docente) ***Contenido 4 – Actividad 4 – Rubricas***

P.E.V.M.

RÚBRICA PARA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS – ACTIVIDADES – LECCIONES

Nombre del estudiante:					GRADO:	Autoevaluación			
CRITERIO	**5 SUPERIOR**	**4 ALTO**	**3 BÁSICO**	**1 BAJO**		**I**	**II**	**III**	**DEF**
Orden y Organización	El trabajo es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El trabajo es presentado de una manera ordenada y organizada que es, por lo general, fácil de leer.	El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El trabajo se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada.					
Diagramas y Dibujos	Los diagramas y/o dibujos son claros y ayudan al entendimiento de los procedimientos.	Los diagramas y/o dibujos son claros y fáciles de entender.	Los diagramas y/o dibujos son algo difíciles de entender.	Los diagramas y/o dibujos son difíciles de entender o no son usados.					
Estrategia/Procedimientos	Por lo general, usa una estrategia eficiente y efectiva para resolver problemas.	Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente.	Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas.					
Comprobación	El trabajo ha sido comprobado por dos compañeros de clase y todas las rectificaciones apropiadas fueron hechas.	El trabajo ha sido comprobado por un compañero de clase y todas las rectificaciones apropiadas fueron hechas.	El trabajo ha sido comprobado por un compañero de clase, pero algunas rectificaciones no fueron hechas.	El trabajo no fue comprobado por compañeros de clase o no hubo rectificaciones.					
Terminología Matemática y Notación	La terminología y notación correctas fueron siempre usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron, por lo general, usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no es fácil entender lo que fue hecho.	Hay poco uso o mucho uso inapropiado de la terminología y la notación.					
Conclusión	Todos los problemas fueron resueltos.	Todos menos 1 de los problemas fueron resueltos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos.	Varios de los problemas no fueron resueltos.					
Conceptos Matemáticos	La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas.	La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver problemas o no está escrita.					
Evaluación de la solución obtenida/verificación	La respuesta es razonable y además satisface lo establecido en el problema.	La respuesta es razonable pero no satisface del todo lo establecido en el problema.	La respuesta es razonable pero no satisface lo establecido en el problema.	La respuesta no es razonable y además no satisface lo establecido en el problema.					
Elementos de trabajo	Cumple con todos los requerimientos exigidos para la actividad; hoja cuadriculada de examen, juego de escuadras, lápiz, calculadora y demás	Cumple con los requerimientos básicos para la actividad; hoja cuadriculada de examen, juego de escuadras, lápiz, calculadora y demás	Cumple con los requerimientos para la actividad; hoja cuadriculada de examen, juego de escuadras, lápiz, calculadora y demás	No cumple con los requerimientos mínimos para el desarrollo de la actividad					