

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) <i>Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –</i> Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	 P.E.V.M.
---	--	---

Sistemas Numéricos – empalme de clase

Estimados estudiantes con el presente adjunto resumen de los temas vistos en clase y la continuación del desarrollo de los temas. Su **objetivo** es afianzar y profundizar el conocimiento y es su **responsabilidad** leer, estudiar, resolver las actividades y entregarlas en las fechas previstas. **Las inquietudes, preguntas sobre el tema por favor al WhatsApp (3152259212) y al correo electrónico pablovidalbeltran@gmail.com**

Recordemos: Llamamos **sistema** a un conjunto de elementos con los cuales podemos realizar operaciones y establecer relaciones. Según los elementos que estén en el conjunto así se denominará el sistema. Si los elementos del conjunto son proposiciones, el sistema se llamará sistema lógico; si los elementos del conjunto son venas, sangre, corazón, arterias, el sistema se llamará circulatorio. Se concluye que, si los elementos del conjunto son números, el sistema se llamará **sistema numérico**. En cuanto a las operaciones, se hará énfasis en la suma y la multiplicación y en cuanto a las relaciones se hará énfasis en las relaciones de orden: Mayor que “>”, menor que “<” e igual a “=”

Los principales sistemas numéricos son:

a. Los Números Naturales ($\mathbb{N}$).

Estos números son utilizados comúnmente para contar y comienza en cero, pero no tiene un número que sea el último. Cuando decimos que no podemos determinar el último número queremos indicar que el conjunto es infinito. La expresión indeterminado o infinito la simbolizamos con la letra **Alfa** del alfabeto griego “ α ”

Por extensión este conjunto se nombra $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, \dots, \alpha\}$
Con este conjunto, solamente podemos realizar dos operaciones: La suma y la multiplicación. La propiedad que garantiza que una operación esté totalmente definida en un conjunto; es decir, que siempre se pueda realizar la operación es la propiedad **CLAUSURATIVA**. Esta propiedad asegura que siempre que tomemos dos elementos de un conjunto y les apliquemos una operación el resultado de esta operación estará siempre en el conjunto. Analice que la suma de dos números naturales es siempre otro número natural y siempre que multipliquemos dos números naturales, el resultado es otro número natural.

En símbolos tenemos para la **suma (+)**

DANE: 125175000299

TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03

Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18

PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas – Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	
---	--	---

Ley Clausurativa $\forall \left\{ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \right\} \in \mathbb{N}, (a + b) \in \mathbb{N}$

En símbolos tenemos para para la **multiplicación** ($\times$)

Ley Clausurativa $\forall \left\{ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \right\} \in \mathbb{N}, (a \times b) \in \mathbb{N}$

Recordemos que los elementos de los números naturales dieron la oportunidad de identificar subconjuntos de números que cumplen ciertas propiedades y tienen características particulares; por ejemplo:

- Los números dígitos: $D = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- Los números pares: $P_{pares} = \{0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24, \dots \dots 2n\}, n \in \mathbb{N}$
- Los números impares: $I_{impares} = \{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25, \dots \dots 2n + 1\}, n \in \mathbb{N}$
- Los números Primos: $\mathbb{P}_{primos} = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37, \dots \dots \}$
- Los números cardinales: Definidos como los números que establecen la cantidad de elementos de un conjunto
- Los números ordinales: Definidos como los números que establecen el orden de un conjunto (*primero, segundo, tercero,, decimo primero, vigésimo, trigésimo,*)

b. Los Números enteros ($\mathbb{Z}$)

Construidos como la ampliación de los números naturales. Se sitúan en la recta numérica los naturales y a partir del cero, doblando hacia la izquierda la recta por cero, se imprimen nuevos números. Estos aparecen al revés y se llaman opuestos; los enderezamos, pero cambiamos la palabra opuesto por el signo menos ($-$) y los llamamos números negativos. Se construye la recta numérica nuevamente con los números obtenidos y obtenemos los nuevos números llamados números enteros; observará que el cero, no tiene opuesto; el cero, no es ni positivo ni negativo.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

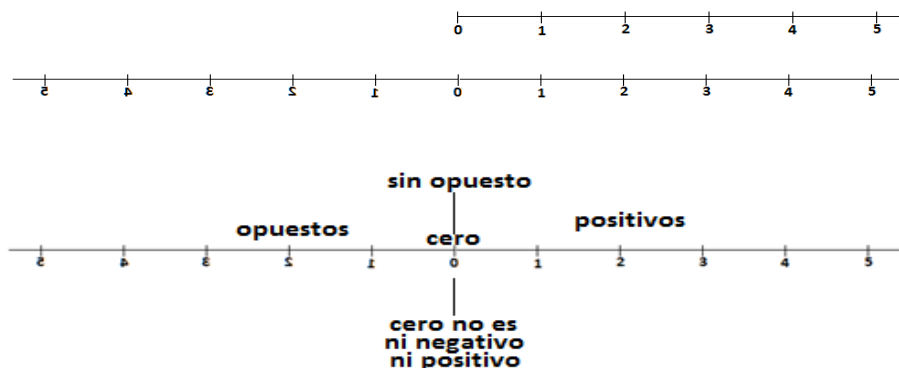
Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

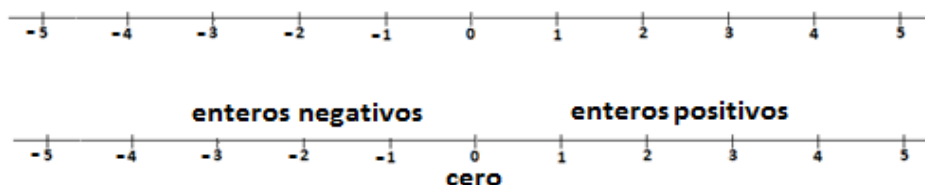
Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente



P.E.V.M.



De la construcción obtenemos



El conjunto de los números enteros define solamente tres operaciones: la suma, la resta y la multiplicación y nos permite asumir que la **resta** es una clase particular de suma (se presenta cuando sumamos enteros de diferente signo); para sumar enteros de diferente signo se hace una resta ($-$), al número mayor se le resta el menor, pero, al resultado se le deja el signo del número mayor. En conclusión, nuevamente podemos asumir que en realidad están definidas **dos operaciones la suma y la multiplicación**.

Nuevamente reconocemos la propiedad **CLAUSURATIVA**. Analice que la suma de dos números enteros es siempre otro número entero y siempre que multipliquemos dos números enteros, el resultado es otro número entero.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) <i>Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –</i> Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	 P.E.V.M.
---	--	---

En símbolos tenemos para la **suma (+)**

Ley Clausurativa $\forall \left\{ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \in \mathbb{Z}, (a + b) \in \mathbb{Z} \right.$

En símbolos tenemos para la **multiplicación (×)**

Ley Clausurativa $\forall \left\{ \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \in \mathbb{Z}, (a \times b) \in \mathbb{Z} \right.$

¡Nb! (¡Nótese Bien!). Los cuantificadores los hay en matemáticas de diferentes índoles y usos y sus símbolos son especiales. Un cuantificador nos permite indicar para cuántos elemento de un conjunto se aplica una regla o ley.

Por ejemplo:

- $\forall$ se llama **cuantificador universal** y establece que la ley que se asigne a los elementos de un conjunto **es para todos**
- $\exists$ se llama **cuantificador existencial** y establece que la ley que se asigne a los elementos de un conjunto **es para algunos**

Amplíe su conocimiento puede encontrar una explicación más amplia en:

<https://sites.google.com/site/mathematicasdiscretesolutions/logica-de-po/cuantificadores>

El conjunto de los números enteros nombrado por extensión es

$$\mathbb{Z} = \{-\alpha, \dots, \dots, \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 56, \dots, \dots, \dots + \alpha\}$$

Las relaciones de orden entre los números enteros también se reconocen como:

Mayor que “>”, menor que “<” e igual a “=”



INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente

¡Nb! (¡Nótese Bien!)

La ecuación $x + a = 0$, tiene como solución $x = -a$; donde $-a$, se llama el opuesto de a Se puede deducir que $-(-(-a)) = -a$; el opuesto del opuesto del opuesto de a es $-a$

Recordemos que todo número entero sumado con su opuesto da como resultado cero. $a + (-a) = 0$; al opuesto de un número entero **también se le llama su inverso aditivo**. Así el **inverso aditivo** de a es $-a$; el inverso aditivo de 5 es -5 ; el inverso aditivo de -8 es 8

Asociada a la multiplicación tenemos la **ley universal de los signos de la multiplicación**

+	×	+	=	+
+	×	-	=	-
-	×	+	=	-
-	×	-	=	+

También la ley Distributiva de la multiplicación con respecto a la suma

$\forall \begin{matrix} a \\ b \in \mathbb{Z}, \\ c \end{matrix} c(a + b) = ac + bc \in \mathbb{Z}$; la cual se puede aplicar tantas veces como sumandos tenga el primer factor.

Por ejemplo: $(3x + 5y)(4x - 8) = 12x^2 - 24x + 20xy - 40y$ $5(m - n) = 5m - 5n$; $(a + b - c)(d - e) = ad - ae + bd - be - cd + ce$

Si llegara a presentarse el caso de que haya términos semejantes, se deben reducir

Ejemplo: $(x + y)(x - y) = x^2 - xy + xy - y^2$, de donde reduciendo términos semejantes obtenemos que: $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ **solución.**

c. Los números racionales ($\mathbb{Q}$)

Los reconocemos como la **ampliación de los números enteros**. Los definimos como los números dela forma $\frac{p}{q}$, con $\begin{cases} p \\ q \end{cases} \in \mathbb{Z}$, con $q \neq 0$. Los racionales también llamados fracciones o quebradossolucionan ecuaciones del tipo $ax = 1$, con $a \neq 0$.Su solución es precisamente $x = \frac{1}{a}$ con $a \neq 0$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente



La expresión $\frac{1}{a}$ se llama el inverso multiplicativo de a . Recordemos todo número entero multiplicado por su inverso multiplicativo es igual a uno

$$a \times \left(\frac{1}{a}\right) = 1$$

Téngase en cuenta que los elementos de un número racional $\frac{p}{q}$, con $q \neq 0$, son:

- (p) Numerador: Partes que se han tomado de la unidad
- (q) Denominador: Partes en que se ha dividido la unidad
- (–) Rayita: se lee sobre e indica siempre un cociente (dividido entre)

Para simbolizar el conjunto de los números racionales usamos la letra $\mathbb{Q}$.

Por extensión podemos nombrar a los números racionales así:

$$\mathbb{Q} = \left\{ -\frac{\alpha}{n}, \dots, -\frac{4}{n}, -\frac{3}{n}, -\frac{2}{n}, -\frac{1}{n}, 0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \frac{4}{n}, \dots, +\frac{\alpha}{n} \right\} \text{ con } n \neq 0$$

Por comprensión los nombramos como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \text{ con } \left(\frac{p}{q} \in \mathbb{Z} \right) \right\} \text{ con } q \neq 0. \text{ Son los números de la forma } p \text{ sobre } q, \text{ con } p \text{ y } q \text{ números enteros y } q \text{ distinto de cero)}$$

Las fracciones se clasifican en homogéneas, heterogéneas, propias, impropias, reducibles.

Las fracciones homogéneas son aquellas que, al compararlas, tienen el **mismo** denominador; por

$$\text{ejemplo: } \frac{3}{7}, \frac{5}{7}, -\frac{11}{7}, -\frac{6}{7}, \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{7}, \frac{x^2+5x-9}{7}$$

Las fracciones heterogéneas son aquellas que, al compararlas, tienen diferente denominador; por

$$\text{ejemplo: } \frac{4}{11}, -\frac{2}{3}, \frac{\text{sen}x+8}{2}, \frac{2x-y}{21}, \frac{x-y}{x+y}$$

Las fracciones Propias son aquellas cuyo numerador es menor que el denominador; por ejemplo: $\frac{3}{7}$,

$\frac{5}{7}, \frac{4}{5}, \frac{32}{57}, \frac{2x+1}{4x-2}$ para $x = 2$; algunas fracciones propias como $\frac{16}{64}, -\frac{9}{27}, \frac{7}{63}$, que son propias, se pueden simplificar

Las fracciones impropias son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador; por ejemplo

$$\frac{21}{8}, \frac{11}{4}, -\frac{32}{73}, \frac{x^2+5x-3}{x+3} \text{ para } x = 3; \text{ algunas fracciones impropias como } \frac{64}{16}, -\frac{50}{4}, \frac{21}{6}, \frac{x^2+5x-3}{x+3} \text{ con}$$

$x = 3$, se pueden simplificar. **Las fracciones sean homogéneas, heterogéneas, propias, impropias,**

DANE: 125175000299
TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03
Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) <i>Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –</i> Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	 P.E.V.M.
---	--	---

que se puedan simplificar se denominan reducibles; Las fracciones que ya no se puedan simplificar se denominan irreducibles.

Se definen ahora en esta ampliación las cuatro operaciones fundamentales: suma, resta, multiplicación y división; sin embargo, si se tiene en cuenta que existen en los enteros los inversos aditivo y multiplicativo, se deduce que se definen totalmente la suma y la multiplicación.

Las relaciones de orden son Mayor que “>”, menor que “<”, Mayor o igual que “≥”, menor o igual que “≤”.

Son racionales $\frac{2}{3}$, $-\frac{11}{27}$, 4 , -8 , $\frac{x+y}{x-y}$ con $(x-y) \neq 0$, $\frac{2-x+x^2}{2+x}$ con $(2+x) \neq 0$; recuerde que también se llaman fracciones o quebrados; todos los denominadores deben ser diferentes de cero.

Tenga en cuenta que $-\frac{11}{27} < \frac{2}{3}$; $\frac{4}{5} < \frac{9}{10}$; $\frac{13}{2} < \frac{75}{3}$; Además, que **todos los números enteros están contenidos en los números enteros; de hecho, todos los números enteros son números racionales.**

Densidad en los números racionales

Entre dos números racionales existen infinito número de números racionales. En medio de dos racionales se encuentran un número ilimitado de números racionales. Así, si p y q son números racionales, donde $p < q$, entonces existen infinito número de números racionales entre ellos. A cada punto de la recta numérica se le puede asignar un número racional y a cada número racional se le puede hacer corresponder un punto sobre la recta.

En medio de los números racionales x y y , con $x < y$, está el racional $\frac{x+y}{2}$ y se cumple que

$x < \frac{x+y}{2} < y$ esta propiedad se puede expresar diciendo que los racionales son densos respecto a la relación menor que.

d. Números Decimales ($\mathbb{D}$)

Una vez que se analizan los resultados de realizar la división indicada en los números racionales, se presentan tres clases de números:

1. **Decimales finitos:** que son aquellos a los que se les puede contar las cifras decimales

Por ejemplo

DANE: 125175000299
TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03
Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) <i>Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –</i> Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	
---	--	---

$$\frac{4}{5} = 0,8 ; \frac{1}{8} = 0,125 ; \frac{1}{16} = 0,625$$

Observe que el primer decimal tiene una cifra decimal el 8; el segundo decimal tiene tres cifras decimales 125 y tercer número decimal tiene cuatro cifras decimales. La parte decimal está después de la coma. La parte antes de la coma se llama parte entera del número decimal.

2. **Decimales periódicos:** que son aquellos a los cuales se le repite una o varias cifras decimales en secuencia.

Por ejemplo

$$\frac{8}{13} = 0,615384615384615384615384 \dots$$

$$\frac{3}{11} = 0,272727 \dots$$

$$\frac{1}{7} = 0,142857142857 \dots$$

Observe que el primer número decimal tiene como período (las cifras que se repiten en secuencia) 615384; el segundo número decimal tiene como período 27 y el tercer número decimal tiene como período 142857

3. **Decimales infinitamente no periódicos:** que son aquellos que tienen infinito número de números decimales y no tienen período. Estos números decimales se conocen con el nombre de números **incommensurables** o números **irracionales** (II)

e. Números Irracionales (II)

Los números irracionales son todos los números que no pueden escribirse en la forma $\frac{a}{b}$ con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$. A pesar de su densidad, los números racionales, no representan todos los puntos de la recta, puesto que todo número racional, se puede escribir como una expresión decimal finita o una expresión decimal periódica y existen números cuya expresión decimal es infinita y no periódica. Estos números decimales con infinito número de números decimales se llaman números Irracionales o incommensurables.

Por ejemplo: Al dividir la longitud o perímetro de cualesquiera circunferencias entre su propio diámetro obtenemos un número decimal infinitamente no periódico cuyo valor es 3,1415926535897932384626433832795..., a este número se la ha simbolizado por la letra griega π .

DANE: 125175000299

TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03

Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18

PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)


INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

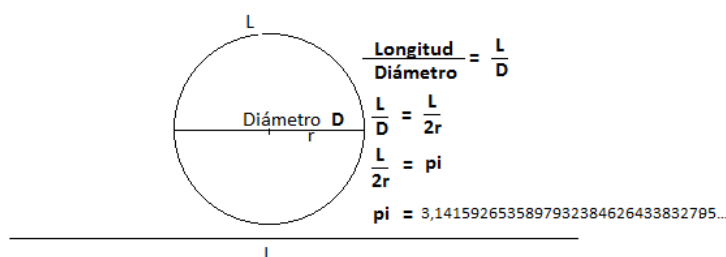
Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente

P.E.V.M.

Veamos: Tomemos una circunferencia de longitud (perímetro) L y diámetro D , tenga en cuenta que la longitud del diámetro de la circunferencia es igual a dos veces la longitud del radio (r); ($D = 2r$)



Realizando la división de la longitud de la circunferencia entre su propio diámetro sin importar que circunferencia tomemos obtendremos las aproximaciones del número π

Otros números irracionales que son de uso frecuente en matemáticas y ciencias afines son el número e (base de los logaritmos neperiano o logaritmos naturales), también llamado número de Euler; aparece por un problema de interés compuesto.

El valor de $e = 2,71828182845904523536 \dots$, en análisis matemático calculo diferencial e integral el número se puede conseguir aplicando el siguiente límite:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \text{ con } n \in \mathbb{Z}^+$$

Son ejemplos de números irracionales todas las raíces cuadas inexactas

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \dots$$

Ahora podemos establecer la forma de graficar un número irracional y completar los posibles huecos que hay todavía en la recta numérica.

Tracemos una recta numérica y fijemos al menos unas cuatro unidades en el horizontal (x); con la misma escala la vertical (y), fijemos la unidad. La idea es poder situar con exactitud las raíces cuadas inexactas enunciadas arriba: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \dots$ aplicando el teorema de Pitágoras.

Veamos:

DANE: 125175000299
TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03
Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

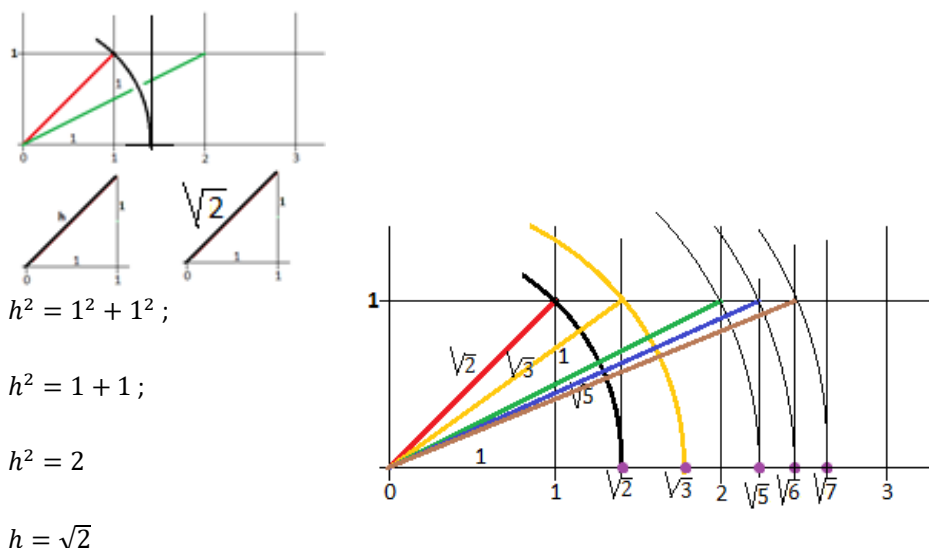

INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente

Siempre se toman los catetos horizontales desde $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \dots$, con el cateto vertical siempre igual a uno y se trazan los arcos correspondientes a las circunferencias de radio igual a las hipotenusas que se están obteniendo.

f. Números reales

El sistema de los números reales tiene como elementos todos y cada uno de los elementos de los conjuntos numéricos anteriores, es decir, el sistema de los números reales, contiene a los números naturales, enteros, racionales e irracionales. En símbolos tenemos $\{(\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}) \cup \mathbb{I}\} \subset \mathbb{R}$. Una definición en este nivel educativo coincide con la deducción conjuntista utilizando la operación unión; así: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$; por lo anterior, podemos decir que los números reales son la unión entre los números racionales y los números irracionales. De la definición se deduce que $\mathbb{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ o también que los $\mathbb{Q} = \mathbb{R} - \mathbb{I}$. En consecuencia, podemos afirmar que un número real es un decimal finito, infinito, periódico, nulo, positivo o negativo. En general todos los números estudiados hasta ahora son números reales. La excepción son los complejos que contienen a los reales.

DANE: 125175000299
TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03
Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos



INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

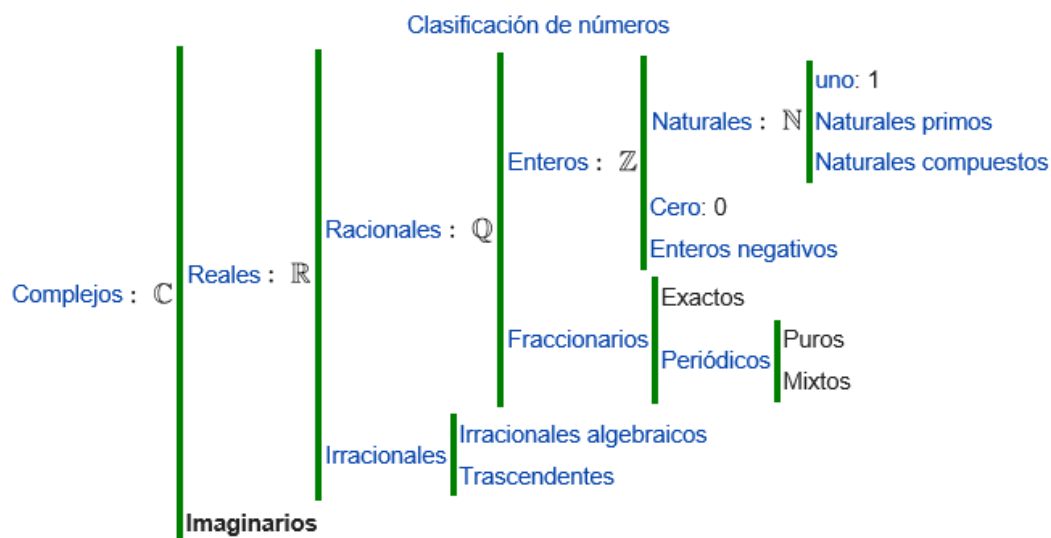
Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente



P.E.V.M.



OPERACIONES EN LOS REALES ($\mathbb{R}$)

Sobre el sistema de números reales se definen las operaciones suma y multiplicación, las cuales cumplen con las propiedades que se enumeran más adelante.

En el conjunto de números reales se define la operación suma simbolizada por $+$ (más) y cumple con las siguientes propiedades:

a. **Clausurativa:** $\forall \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}, (a + b) \in \mathbb{R}.$

Si a, b son números reales cualesquiera entonces $(a + b) \in \mathbb{R}$. El número real que se obtiene como resultado de la suma es único. Decimos que **la operación suma es cerrada** en los números reales ($\mathbb{R}$)

b. **Conmutativa:** $\forall \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}, a + b = b + a$; el orden de los sumandos no altera el resultado de la suma

c. **Asociativa:** $\forall \begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}, a + b + c = \begin{Bmatrix} (a + b) + c \\ a + (b + c) \end{Bmatrix}$; la forma como se agrupan o asocian los

sumandos, no altera el resultado de la suma, si y solo si se respeta el orden.

DANE: 125175000299
TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03
Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) <i>Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –</i> Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	
---	--	---

- d. **Invertiva:** $\forall a \in \mathbb{R}, \exists (-a) \in \mathbb{R} / \begin{cases} a + (-a) = 0 \\ (-a) + a = 0 \end{cases}$; todo **número real sumado** con su **opuesto** es siempre **cero**. $(-a)$ es el opuesto de a y a es el opuesto de $(-a)$
- e. **Modulativa:** $\exists x \in \mathbb{R} / \forall a \in \mathbb{R}, a + x = a$; $x = 0$; por lo tanto, $\begin{cases} a + 0 = a \\ 0 + a = a \end{cases}$; El número **real cero** es el elemento neutro o **módulo de la suma**.

En el conjunto de números reales se define la operación **multiplicación** simbolizada con $\times$ (por) y cumple con las siguientes propiedades:

- a. **Clausurativa:** $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{R}, ab \in \mathbb{R}$.
Si a, b son números reales cualesquiera entonces $(ab) \in \mathbb{R}$. El número real que se obtiene como resultado de la multiplicación es único. Decimos que la **operación multiplicación es cerrada** en los números reales ($\mathbb{R}$)
- b. **Conmutativa:** $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{R}, ab = ba$; el orden de los factores no altera el resultado de la multiplicación
- c. **Asociativa:** $\forall \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases} \in \mathbb{R}, abc = \begin{cases} (ab)c \\ a(bc) \end{cases}$; la forma como se agrupen o asocien los factores, no altera el resultado de la multiplicación, si y solo si se respeta el orden.
- d. **Invertiva:** $\forall a \in \mathbb{R}, \exists \frac{1}{a} \in \mathbb{R} / \begin{cases} a \cdot a^{-1} = 1 \\ a^{-1} \cdot a = 1 \end{cases}$; todo **número real multiplicado** por su **inverso multiplicativo** es siempre igual a 1; $\frac{1}{a} = a^{-1}$ es el inverso multiplicativo de a .
- e. **Modulativa:** $\exists x \in \mathbb{R} / \forall a \in \mathbb{R}, ax = a$; $x = 1$; por lo tanto, $\begin{cases} a(1) = a \\ (1)a = a \end{cases}$; El número **real uno** es el elemento neutro o **módulo de la multiplicación**.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) <i>Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –</i> Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	
---	--	---

Las operaciones suma y multiplicación de números reales están relacionadas por una propiedad llamada **propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma**.

$$\text{Ley Distributiva: } \forall \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases} \in \mathbb{R}, \quad a(b + c) = ab + ac$$

ORDEN EN LOS NÚMEROS REALES

Estudiados los sistemas numéricos (naturales, enteros, racionales, decimales, irracionales), podemos establecer sobre la recta numérica su ubicación y comprobar que a cada punto de la recta le corresponde un número real y a cada número real se le puede asignar un punto sobre la recta. Esto significa que sobre la recta real no existen huecos. No existe un punto al cual no se le pueda asignar un número real y no existe un número real al cual no le corresponda un punto sobre la recta.

Al representar los números reales sobre la recta encontramos que ellos tienen un orden de tal manera que hay reales antes del número real cero y números reales después del número real cero; en otras palabras, se reconoce la ley de la tricotomía; esta ley establece que un conjunto es ordenado respecto de la relación “menor que” ($<$), se cumple **una** de las siguientes tres condiciones

1. $\forall \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \in \mathbb{R}, x < y$
2. $\forall \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \in \mathbb{R}, y < x$
3. $\forall \begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix} \in \mathbb{R}, x = y$

Más aún, un número real x es menor que otro número real y , ($x < y$) sí, $y - x$ es un número real positivo; es decir, $y - x > 0$ de esta forma el conjunto de números reales queda dividido en tres conjuntos disyuntos:

- a. Reales negativos = $\mathbb{R}^-$
- b. Reales positivos = $\mathbb{R}^+$
- c. $\{cero (0)\} = 0$

Se deduce entonces que: $\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$; los números reales son la **unión** entre los números reales negativos con los números reales positivos y con el cero.


INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

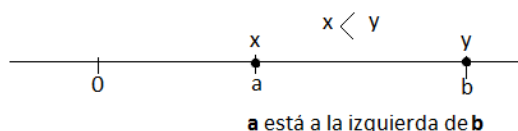
Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente

P.E.V.M.

¡NB! $\mathbb{R}^- \cap \mathbb{R}^+ = \emptyset$; la intersección entre los números reales negativos y los números reales positivos es vacío

Recuerde que dos conjuntos son disyuntos cuando su intersección es vacía (no tienen elementos comunes)

Resumiendo, tenemos que: el **orden** dado en los **números reales** es tal, que si x e y son dos números reales cualesquiera y a, b son sus puntos correspondientes sobre la recta, entonces, decir que x es menor que y equivale a decir que a está a la izquierda de b .


Propiedades de orden

La relación de orden en los números reales se amplía a la relación: $\leq$ (menor o igual que) la cual cumple con las siguientes propiedades

- **Propiedad reflexiva** $\forall x \in \mathbb{R}, x \leq x$
- **Propiedad antisimétrica** si $x \leq y$ y $y \leq x$, entonces $x = y$
- **Propiedad transitiva** $x \leq y$ y $y \leq z$, entonces $x \leq z$

El **orden** en los números reales **es total**, es decir, $\forall x, y \in \mathbb{R}, x \leq y$ o $y \leq x$, lo cual nos permite relacionar cualesquiera pares de números reales

- Si $x \leq y$ entonces $x + c \leq y + c$; $\forall c \in \mathbb{R}$
- Si $x < y$ y $c > 0$, entonces $xc < yc$
- Si $x < y$ y $c < 0$, entonces $xc > yc$
- Si simultáneamente $x \leq y$ y $y \leq z$ podemos escribir simplemente $x \leq y \leq z$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente



Fin del repaso de los sistemas numéricos
Es su deber estudiar y aprender estas
notas de clase y profundizarlas para
afianzar sus conocimientos.

**Resuelva las actividades
y entréguelas
en las fechas
programadas**

Puede preguntar las veces que sea necesario lo que no entienda.

Las inquietudes, preguntas sobre el tema por favor al WhatsApp (3152259212) y al correo electrónico

pablovidalbeltran@gmail.com

La clave es leer y practicar

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente) Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas – Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	
---	---	---

Actividad 1. Para entregar el día 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. CUMPLA CON EL HORARIO

La solución debe contener tanto la pregunta como la respuesta y puede hacerse a mano o por computador usando el editor de ecuaciones de Word. Se le dan pautas de solución; Puede preguntar las veces que sea necesario lo que no entienda. **TENGA EN CUENTA LAS RUBRICAS Y ENTREGUE EN EL TIEMPO ESTABLECIDO**

1. Responda las siguientes preguntas justificando su afirmación

- a. ¿Es e un número racional?

Respuesta: **No.** Puesto que e **no se puede expresar como la razón entre dos números enteros.**
 e es un decimal infinitamente no periódico. Su valor aproximado es $e = 2,7182818284590 \dots$

- b. ¿Es π un número racional?

- c. ¿Es $\frac{5}{4}$ un número irracional?

- d. ¿Es 5 un número racional?

- e. ¿Es $\sqrt{3}$ un número real?

- f. ¿Es $\frac{1}{7}$ un número irracional?

2. Dado el conjunto $P = \left\{ 8, -\frac{1}{5}, \sqrt{7}, -6, 3, -0,2, \frac{2,3}{4,6}, \sqrt{4}, -\frac{1}{3} \right\}$; escribir los elementos de cada uno de los conjuntos dados. Analice bien lo que se le pregunta.

- a. $H = \{x \in \mathbb{R} / x \in P \text{ y } x \in \mathbb{I} \}$

Respuesta: Antes que nada, debemos interpretar lo que nos preguntan en el conjunto H dado. Observe que nos proponen escribir los números reales x , con la condición de que estén en P y además que sean irracionales; entonces debemos escribir en el conjunto H , los siguientes elementos: $H = \{ \sqrt{7} \}$; ya que el único número irracional que está el conjunto P ; (es $\sqrt{7}$)

- b. $A = \{x \in \mathbb{R} / x \in P \text{ y } x \in \mathbb{N} \}$

- c. $S = \{x \in \mathbb{R} / x \in P \text{ y } x \in \mathbb{Q} \}$

- d. $C = \{x \in \mathbb{R} / x \in P \text{ y } x \text{ es un número primo} \}$

- e. $M = \{x \in \mathbb{R} / x \in P \text{ y } x \notin \mathbb{Z} \}$

- f. $R = \{x \in \mathbb{R} / x \in P \text{ y } x \text{ es un número real} \}$



INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS

NIT: 800193355-9

RES: 03445 JULIO 31 DE 2003

Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)

Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –

Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente

P.E.V.M.

3. Simplifique las expresiones siguientes hasta su más simple expresión

a. $- \{-3x + 8y - (-3y + 5x - [12y + 4x - 3] + 5 - 12y - 8x) - 3x + 8\}$

b. $[x^2y^3 - 5x^3y^2 + 4xy - (4x^2y^3 - 2x^3y^2) + 2xy - 12]$

c. $(3x^3 - x^2)(-2x)$

d. $(8n - 9m)(4n + 6m)$

e. $5(x + 2) + 4(x + 3)$

f. $2(a + 4)(a - 3)(a - 1)$

g. $-\frac{168}{252}$

h. $\frac{a - \frac{a}{b}}{b - \frac{1}{b}}$

i. $\frac{21mn^3x^6}{28m^4n^2x^2}$

j. $\frac{3x^3 + 9x^2}{x^2 + 6x + 9}$

4. Desarrollar por simple inspección

a. $(3x + 2)^2$

b. $(5x - 3)^2$

c. $(2x + 5)^3$

d. $(3x - 4)^3$

e. $(x + 5)^5$

5. Expresar los siguientes polinomios en forma de factores

a. $34ax^2 + 51a^2y - 68ay^2$

b. $3x^3 - 9ax^2 - x + 3a$

c. $1 + a^{10} - 2a^5$

d. $25x^2y^4 - 121$

e. $a^2 + 7a - 60$

f. $7x^6 - 33x^3 - 10$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)	
	Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas – Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	
	P.E.V.M.	

RÚBRICA PARA EVALUAR ACTIVIDADES – TALLERES – Y/O CUADERNO

Nombre del estudiante:					GRADO:			
CRITERIOS	Superior	Alto	Básico	Bajo	DESEMPEÑO			
					I	II	III	Def
PRESENTACIÓN	El cuaderno y/o taller muestra una muy correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad. Contiene: Portada, programación, Separador de bimestre, Separador de logro y actividades propuestas de manera estética y creativa	El cuaderno y/o taller muestra una correcta presentación en cuanto a limpieza y claridad Contiene: Portada, Separador de bimestre, Separador de logro y actividades propuestas sin muestras de creatividad	El cuaderno y/o taller muestra una presentación poco correcta en cuanto a limpieza y claridad Faltan parámetros generales (Portada, Separador de bimestre, Separador de logro y actividades propuestas)	El cuaderno y/o taller muestra una incorrecta presentación en cuanto a limpieza y claridad. Carece de parámetros básicos establecidos				
ESTRUCTURA	El cuaderno presenta todo el contenido aprendido en clase, con notas, con palabras del maestro, todos los ejercicios y las tareas. La información está organizada de manera temporal. Los diagramas y gráficos están representados debidamente utilizando herramientas pertinentes.	El cuaderno casi siempre presenta todo el contenido aprendido en clase, con notas, con palabras del maestro, todos los ejercicios y las tareas. La mayoría de actividades están representados	En el cuaderno falta mucha información del contenido aprendido en clase, con notas, con palabras del maestro, todos los ejercicios y las tareas. Los pocos gráficos representados son difíciles de entender	En el cuaderno NO hay información del contenido aprendido en clase, sin notas, sin palabras del maestro, faltan todos los ejercicios y las tareas				
DESARROLLO DE ACTIVIDADES	El trabajo es presentado de una manera clara y organizada que es siempre fácil de leer. Las actividades propuestas están completamente desarrolladas.	El trabajo es presentado de una manera clara y organizada que es por lo general fácil de leer. La mayoría de actividades están desarrolladas	El trabajo es presentado de una manera clara y organizada pero algunas veces difícil de entender. Presenta al menos el 60% de las actividades desarrolladas	El cuaderno está totalmente desordenado. El trabajo no está claro y es desorganizado. Es difícil saber cuál es el procedimiento realizado para llegar a los resultados si los hay				

DANE: 125175000299
TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
PAG WEB: www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10-01, 10-02, 10-03
Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003 Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)	
	Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas –	
	Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente	

RÚBRICA PARA RAZONAMIENTO Y DEMOSTRACIÓN.

Nombre del estudiante:					GRADO:		Autoevaluación			
CRITERIOS	Superior	Alto	Básico	Bajo	I	II	III	DEF		
IDENTIFICA	Reconoce todos los datos, conceptos, proposiciones necesarias para la solución del ejercicio.	Reconoce todos los datos, conceptos, y algunas proposiciones necesarias para la solución del ejercicio.	Reconoce parcialmente los datos, conceptos, proposiciones, incluidos aquellos irrelevantes para el ejercicio.	Reconoce los datos, conceptos, proposiciones irrelevantes para la solución del ejercicio.						
INTERPRETA	Comprende totalmente las condiciones, postulados y teoremas necesarios para la resolución de ejercicios.	Comprende las condiciones, postulados y teoremas básicos necesarios para la resolución de ejercicios.	Comprende parcialmente las condiciones, postulados y teoremas necesarios para la resolución de ejercicios.	Se le dificulta comprender las condiciones, postulados y teoremas necesarios para la resolución de ejercicios.						
ELABORA	Desarrolla el ejercicio de manera metódica y completa.	Desarrolla el ejercicio de manera completa.	Desarrolla el ejercicio de manera incompleta.	Omite los procesos para la resolución del ejercicio.						
EVALÚA	Comprueba satisfactoriamente la coherencia del resultado obtenido en el ejercicio.	Comprueba la coherencia del resultado obtenido en el ejercicio.	Comprueba el resultado del ejercicio desarrollado, sin coherencia.	Omite la comprobación del resultado obtenido en el ejercicio.						
ARGUMENTA	Justifica los procesos de resolución del ejercicio con coherencia y seguridad.	Justifica los procesos de resolución del ejercicio con coherencia.	Justifica parcialmente los procesos de resolución del ejercicio con coherencia.	Omite la justificación de los procesos de resolución del ejercicio.						

DANE: 125175000299
 TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
 PAG WEB: www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10–01, 10–02, 10–03
 Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA OFICIAL JOSÉ JOAQUÍN CASAS NIT: 800193355-9 RES: 03445 JULIO 31 DE 2003		
	Grado 10 – Tema: Sistemas numéricos – Números reales (notas del Docente)		
	Contenido 1 – Actividad 1 – Rubricas – Entregar 22 de abril de 2020 – Antes de las 10-30 am. Correo del Docente		
P.E.V.M.			

RÚBRICA PARA PRESENTACIÓN DE TRABAJOS – ACTIVIDADES – LECCIONES

Nombre del estudiante:					GRADO:		Autoevaluación			
CRITERIO	5 SUPERIOR	4 ALTO	3 BÁSICO	1 BAJO	I	II	III	DEF		
Orden y Organización	El trabajo es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El trabajo es presentado de una manera ordenada y organizada que es, por lo general, fácil de leer.	El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El trabajo se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada.						
Diagramas y Dibujos	Los diagramas y/o dibujos son claros y ayudan al entendimiento de los procedimientos.	Los diagramas y/o dibujos son claros y fáciles de entender.	Los diagramas y/o dibujos son algo difíciles de entender.	Los diagramas y/o dibujos son difíciles de entender o no son usados.						
Estrategia/Procedimientos	Por lo general, usa una estrategia eficiente y efectiva para resolver problemas.	Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente.	Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas.						
Comprobación	El trabajo ha sido comprobado por dos compañeros de clase y todas las rectificaciones apropiadas fueron hechas.	El trabajo ha sido comprobado por un compañero de clase y todas las rectificaciones apropiadas fueron hechas.	El trabajo ha sido comprobado por un compañero de clase, pero algunas rectificaciones no fueron hechas.	El trabajo no fue comprobado por compañeros de clase o no hubo rectificaciones.						
Terminología Matemática y Notación	La terminología y notación correctas fueron siempre usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron, por lo general, usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no es fácil entender lo que fue hecho.	Hay poco uso o mucho uso inapropiado de la terminología y la notación.						
Conclusión	Todos los problemas fueron resueltos.	Todos menos 1 de los problemas fueron resueltos.	Todos menos 2 de los problemas fueron resueltos.	Varios de los problemas no fueron resueltos.						
Conceptos Matemáticos	La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra entendimiento sustancial del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas.	La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver problemas o no está escrita.						
Evaluación de la solución obtenida/verificación	La respuesta es razonable y además satisface lo establecido en el problema.	La respuesta es razonable pero no satisface del todo lo establecido en el problema.	La respuesta es razonable pero no satisface lo establecido en el problema.	La respuesta no es razonable y además no satisface lo establecido en el problema.						
Elementos de trabajo	Cumple con todos los requerimientos exigidos para la actividad; hoja cuadrículada de examen, juego de escuadras, lápiz, calculadora y demás	Cumple con los requerimientos básicos para la actividad; hoja cuadrículada de examen, juego de escuadras, lápiz, calculadora y demás	Cumple con los requerimientos para la actividad; hoja cuadrículada de examen, juego de escuadras, lápiz, calculadora y demás	No cumple con los requerimientos mínimos para el desarrollo de la actividad						

DANE: 125175000299
TELÉFONOS: 8630947 Y 8626570

DIRECCIÓN: AV BOLÍVAR CALLE 18
PAG WEB: [www.ieotjosejoaquinacaschia.edu.co](http://www.ieotjosejoaquinacasaschia.edu.co)

Pablo Vidal Beltrán Galeano – Docente de Matemáticas grados 10–01, 10–02, 10–03
Licenciado en Educación Especialidad Matemáticas, Física, Edumática, Legislación Educativa y Procedimientos