SISTEMAS NUMÉRICOS Y PROPIEDADES

Objetivo General:

Leer, analizar, plantear, formular y resolver problemas que requieran el uso de los sistemas numéricos

Responsabilidad y compromiso del Estudiante:

Afianzar y profundizar el conocimiento sobre los sistemas numéricos.

Recordemos: Llamamos **sistema** a un conjunto de elementos con los cuales podemos realizar operaciones y establecer relaciones. Según los elementos que estén en el conjunto así se denominará el sistema. Si los elementos del conjunto son proposiciones, el sistema se llamará sistema lógico; si los elementos del conjunto son venas, sangre, corazón, arterias, el sistema se llamará circulatorio. Se concluye que, si los elementos del conjunto son números, el sistema se llamará **sistema numérico**. En cuanto a las operaciones, se hará énfasis en la suma y la multiplicación y en cuanto a las relaciones se hará énfasis en las relaciones de orden: Mayor que “$>$”, menor que “$<$” e igual a “$=$”

Los principales sistemas numéricos son:

a. Los Números Naturales ($\mathbb{N}$).

Esto números son utilizados comúnmente para contar y comienza en cero, pero no tiene un número que sea el último. Cuando decimos que no podemos determinar el último número queremos indicar que el conjunto es infinito. La expresión indeterminado o infinito la simbolizamos con la letra **Alfa** del alfabeto griego **“ α ”**

Por extensión este conjunto se nombra $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16, \ldots \ldots \ldots .., \alpha\}$

Con este conjunto, solamente podemos realizar dos operaciones: La suma y la multiplicación. La propiedad que garantiza que una operación esté totalmente definida en un conjunto; es decir, que siempre se pueda realizar la operación es la propiedad **CLAUSURATIVA**. Esta propiedad asegura que siempre que tomemos dos elementos de un conjunto y les apliquemos una operación el resultado de esta operación estará siempre en el conjunto. Analice que la suma de dos números naturales es siempre otro número natural y siempre que multipliquemos dos números naturales, el resultado es otro número natural.

En símbolos tenemos para para la **suma** $(+)$

Ley Clausurativa $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{N}\,,\ \ (a+b) \in \mathbb{N}$

En símbolos tenemos para para la **multiplicación** $(\times)$

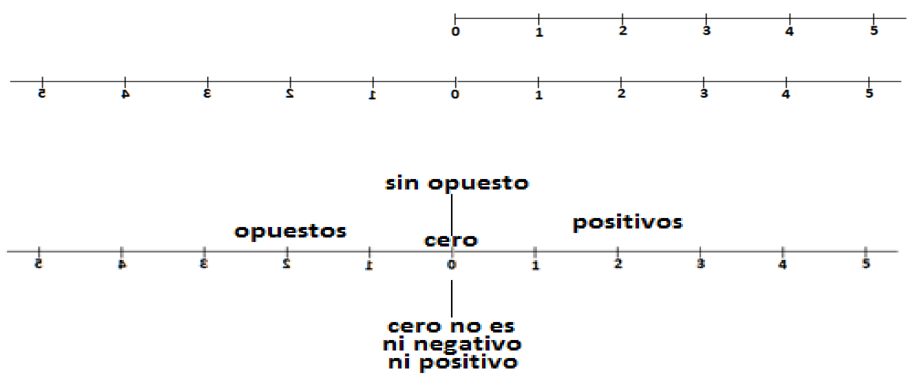
Ley Clausurativa $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{N}\,,\ \ (a \times b) \in \mathbb{N}$

Recordemos que los elementos de los números naturales dieron la oportunidad de identificar subconjuntos de números que cumplen ciertas propiedades y tienen características particulares; por ejemplo:

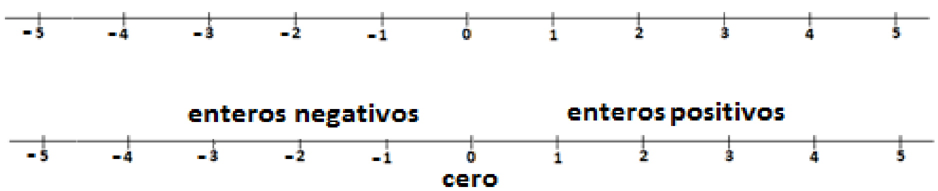
- Los números dígitos: $D = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- Los números pares: $P_{pares} = \{0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,22,24, \dots \dots 2n\}, n \in \mathbb{N}$
- Los números impares: $I_{impares} = \{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19,21,23,25, \dots \dots 2n+1\}, n \in \mathbb{N}$
- Los números Primos: $\mathbb{P}_{primos} = \{2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37, \dots ..\}$
- Los números cardinales: Definidos como los números que establecen la cantidad de elementos de un conjunto
- Los números ordinales: Definidos como los números que establecen el orden de un conjunto $(\,primero, segundo, tercero, \dots \dots, decimo\ primero, \dots \dots vigésimo\ \dots ., trigésimo, \dots ..)$

b. Los Números enteros ($\mathbb{Z}$)

Construidos como la ampliación de los números naturales. Se sitúan en la recta numérica los naturales y a partir del cero, doblando hacia la izquierda la recta por cero, se imprimen nuevos números. Estos aparecen al revés y se llaman opuestos; los enderezamos, pero cambiamos la palabra opuesto por el signo menos $(-)$ y los llamamos números negativos. Se construye la recta numérica nuevamente con los números obtenidos y obtenemos los nuevos números llamados números enteros; observará que el cero, no tiene opuesto; el cero, no es ni positivo ni negativo.



De la construcción obtenemos



El conjunto de los números enteros define solamente tres operaciones: la suma, la resta y la multiplicación y nos permite asumir que la **resta** es una clase particular de suma (se presenta cuando sumamos enteros de diferente signo); para sumar enteros de diferente signo se hace una resta (–), al número mayor se le resta el menor, pero, al resultado se le deja el signo del número mayor. En conclusión, nuevamente podemos asumir que en realidad están definidas **dos** operaciones **la suma y la multiplicación.**

Nuevamente reconocemos la propiedad **CLAUSURATIVA.** Analice que la suma de dos números enteros es siempre otro número entero y siempre que multipliquemos dos números enteros, el resultado es otro número entero.

En símbolos tenemos para la **suma** $(+)$

Ley Clausurativa $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{Z}, \quad (a+b) \in \mathbb{Z}$

En símbolos tenemos para la **multiplicación** $(\times)$

Ley Clausurativa $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{Z}, \quad (a \times b) \in \mathbb{Z}$

¡Nb! (¡Nótese Bien!). Los cuantificadores los hay en matemáticas de diferentes índoles y usos y sus símbolos son especiales. Un cuantificador nos permite indicar para cuántos elemento de un conjunto se aplica una regla o ley.

Por ejemplo:

- $\forall$ se llama **cuantificador universal** y establece que la ley que se asigne a los elementos de un conjunto **es para todos**
- $\exists$ se llama **cuantificador existencial** y establece que la ley que se asigne a los elementos de un conjunto **es para algunos**

Amplíe su conocimiento puede encontrar una explicación más amplia en:

https://sites.google.com/site/mathematicasdiscretesolutions/logica-de-po/cuantificadores

El conjunto de los números enteros nombrado por extensión es

$$\mathbb{Z} = \{-\alpha, \dots\dots\dots, \dots\dots., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots., 56, \dots., \dots\dots + \alpha\}$$

Las relaciones de orden entre los números enteros también se reconocen como:

Mayor que “$>$”, menor que “$<$” e igual a “$=$”

¡Nb! (¡Nótese Bien!)

La ecuación $x + a = 0$, tiene como solución $x = -a$; donde $-a$, se llama el opuesto de a

Se puede deducir que $-(-(-\boldsymbol{a})) = -a$; el opuesto del opuesto del opuesto de **a** es $-a$

Recordemos que todo número entero sumado con su opuesto da como resultado cero. $a + (-a) = 0$; al opuesto de un número entero **también se le llama su inverso aditivo**. Así el **inverso aditivo** de a es $-a$; el inverso aditivo de 5 es -5 ; el inverso aditivo de $-8\ es\ 8$

Asociada a la multiplicación tenemos la **ley universal de los signos de la multiplicación**

$+$	$\times$	$+$	$=$	$+$
$+$	$\times$	$-$	$=$	$-$
$-$	$\times$	$+$	$=$	$-$
$-$	$\times$	$-$	$=$	$+$

También la ley Distributiva de la multiplicación con respecto a la suma

$\forall \begin{cases} a \\ b \in \mathbb{Z} \\ c \end{cases}$, $c(a + b) = ac + bc \in \mathbb{Z}$; la cual se puede aplicar tantas veces como sumandos tenga el primer factor.

Por ejemplo: $(3x + 5y)(4x - 8) = 12x^2 - 24x + 20xy - 40y$

$5(m - n) = 5m - 5n$; $(a + b - c)(d - e) = ad - ae + bd - be - cd + ce$

Si llegara a presentarse el caso de que haya términos semejantes, se deben reducir

Ejemplo: $(x + y)(x - y) = x^2 - xy + xy - y^2$, de donde reduciendo términos semejantes obtenemos que: $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ **solución.**

c. Los números racionales ($\mathbb{Q}$)

Los reconocemos como la **ampliación de los números enteros**. Los definimos como los números de la forma $\frac{p}{q}, con \begin{cases} p \\ q \end{cases} \in \mathbb{Z}$**,** con $q \neq 0$. Los racionales también llamados fracciones o quebrados solucionan ecuaciones del tipo $ax = 1$, con $a \neq 0$.

Su solución es precisamente $x = \frac{1}{a}$ con $a \neq 0$

La expresión $\frac{1}{a}$ se llama el inverso multiplicativo de a. Recordemos todo número entero multiplicado por su inverso multiplicativo es igual a uno

$$a \times \left(\frac{1}{a}\right) = 1$$

Téngase en cuenta que los elementos de un número racional $\frac{p}{q}$, con $q \neq 0$, son:

- (p) Numerador: Partes que se han tomado de la unidad
- (q) Denominador: Partes en que se ha dividido la unidad
- $(-)$ Rayita: se lee sobre e indica siempre un cociente (dividido entre)

Para simbolizar el conjunto de los números racionales usamos la letra $\mathbb{Q}$.

Por extensión podemos nombrar a los números racionales así:

$\mathbb{Q} = \{-\frac{\alpha}{n}, \dots \dots \dots .., -\frac{4}{n}, -\frac{3}{n}, -\frac{2}{n}, -\frac{1}{n}, \frac{0}{1}, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \frac{4}{n}, \dots \dots , +\frac{\alpha}{n}\}$ con $n \neq 0$

Por comprensión los nombramos como:

$\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q}\ con(\frac{p}{q} \in \mathbb{Z})\}$ con $q \neq 0$. Son los números de la forma p sobre q, con p y q números enteros y q distinto de cero)

Las fracciones se clasifican en homogéneas, heterogéneas, propias, impropias, reducibles.

Las fracciones homogéneas son aquellas que, al compararlas, tienen el **mismo** denominador; por ejemplo: $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, $-\frac{11}{7}$, $-\frac{6}{7}$, $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{7}$, $\frac{x^2+5x-9}{7}$

Las fracciones heterogéneas son aquellas que, al compararlas, tienen diferente denominador; por ejemplo: $\frac{4}{11}$, $-\frac{2}{3}$, $\frac{senx+8}{2}$, $\frac{2x-y}{21}$, $\frac{x-y}{x+y}$

Las fracciones Propias son aquellas cuyo numerador es menor que el denominador; por ejemplo: $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{32}{57}$; $\frac{2x+1}{4x-2}$ $para\ x = 2$; algunas fracciones propias como $\frac{16}{64}$, $-\frac{9}{27}$, $\frac{7}{63}$, que son propias, se pueden simplificar

Las fracciones impropias son aquellas cuyo numerador es mayor que el denominador; por ejemplo $\frac{21}{8}$, $\frac{11}{4}$, $-\frac{32}{73}$, $\frac{x^2+5x-3}{x+3}$ $para\ x = 3$; algunas fracciones impropias como $\frac{64}{16}$, $-\frac{50}{4}$, $\frac{21}{6}$, $\frac{x^2+5x-3}{x+3}$ con $X = 3$, se pueden simplificar. **Las fracciones sean homogéneas, heterogéneas, propias, impropias,**

que se puedan simplificar se denominan reducibles; Las fracciones que ya no se puedan simplificar se denominan irreducibles.

Se definen ahora en esta ampliación las cuatro operaciones fundamentales: suma, resta, multiplicación y división; sin embargo, si se tiene en cuenta que existen en los enteros los inversos aditivo y multiplicativo, se deduce que se definen totalmente la suma y la multiplicación.
Las relaciones de orden son Mayor que “$>$”, menor que “$<$”, Mayor o igual que “$\geq$”, menor o igual que “$\leq$”.
Son racionales $\frac{2}{3,}$, $-\frac{11}{27}$, 4, -8, $\frac{x+y}{x-y}$ $con\ (x-y) \neq 0$, $\frac{2-x+x^2}{2+x}$ $con\ (2+x) \neq 0$; recuerde que también se llaman fracciones o quebrados; todos los denominadores deben ser diferentes de cero.
Tenga en cuenta que $-\frac{11}{27} < \frac{2}{3}$; $\frac{4}{5} < \frac{9}{10}$; $\frac{13}{2} < \frac{75}{3}$; Además, que **todos los números enteros están contenidos en los números enteros; de hecho, todos los números enteros son números racionales.**

Densidad en los números racionales
Entre dos números racionales existen infinito número de números racionales. En medio de dos racionales se encuentran un número ilimitado de números racionales. Así, sí p y q son números racionales, donde $p < q$, entonces existen infinito número de números racionales entre ellos. A cada punto de la recta numérica se le puede asignar un número racional y a cada número racional se le puede hacer corresponder un punto sobre la recta.
En medio de los números racionales x e y , con $x < y$, está el racional $\frac{x+y}{2}$ y se cumple que $x < \frac{x+y}{2} < y$ esta propiedad se puede expresar diciendo que los racionales son densos respecto a la relación menor que.

d. Números Decimales ($\mathbb{D}$)
Una vez que se analizan los resultados de realizar la división indicada en los números racionales, se presentan tres clases de números:
1. **Decimales finitos**: que son aquellos a los que se les puede contar las cifras decimales
   Por ejemplo

$\frac{4}{5} = 0{,}8$; $\frac{1}{8} = 0{,}125$; $\frac{1}{16} = 0{,}0625$

Observe que el primer decimal tiene una cifra decimal el 8; el segundo decimal tiene tres cifras decimales 125 y tercer número decimal tiene cuatro cifras decimales 0625. La parte decimal está después de la coma. La parte antes de la coma se llama parte entera del número decimal.

2. **Decimales periódicos:** que son aquellos a los cuales se le repite una o varias cifras decimales en secuencia.

   Por ejemplo

   $\frac{8}{13} = 0{,}615384615384615384615384615384 \ldots \ldots$

   $\frac{3}{11} = 0{,}272727 \ldots \ldots$

   $\frac{1}{7} = 0{,}142857142857$

   Observe que el primer número decimal tiene como período (las cifras que se repiten en secuencia) 615384; el segundo número decimal tiene como período 27 y el tercer número decimal tiene como período 142857

3. **Decimales infinitamente no periódicos:** que son aquellos que tienen infinito número de números decimales y no tienen período. Estos números decimales se conocen con el nombre de números **inconmensurables** o números **irracionales** ($\mathbb{I}$)

e. Números Irracionales ($\mathbb{I}$)

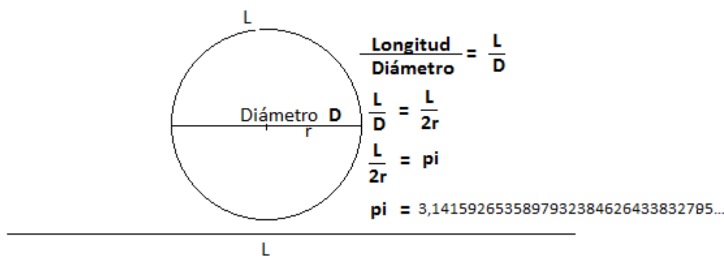
Los números irracionales son todos los números que no pueden escribirse en la forma $\frac{a}{b}$ con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$. A pesar de su densidad, los números racionales, no representan todos los puntos de la recta, puesto que todo número racional, se puede escribir como una expresión decimal finita o una expresión decimal periódica y existen números cuya expresión decimal es infinita y no periódica. Estos números decimales con infinito número de números decimales se llaman números Irracionales o inconmensurables.

Por ejemplo: Al dividir la longitud o perímetro de cualesquiera circunferencias entre su propio diámetro obtenemos un número decimal infinitamente no periódico cuyo valor es

3,14159265358979323846264338327950..., a este número se la ha simbolizado por la letra griega $\boldsymbol{\pi}$ $(\boldsymbol{pi})$.

Veamos: Tomemos una circunferencia de longitud (perímetro) **L** y diámetro **D**, tenga en cuenta que la longitud del diámetro de la circunferencia es igual a dos veces la longitud del radio $(\boldsymbol{r})$; $(\mathbf{D} = \mathbf{2}\boldsymbol{r})$;

$\boldsymbol{\pi} = \dfrac{\boldsymbol{perimetro\ de\ la\ circunferencia}}{\boldsymbol{Diámetro}}$,



Realizando la división de la longitud de la circunferencia entre su propio diámetro sin importar que circunferencia tomemos obtendremos las aproximaciones del número $\boldsymbol{\pi}$

Otros números irracionales que son de uso frecuente en matemáticas y ciencias afines son el número $\boldsymbol{e}$ (base de los logaritmos neperiano o logaritmos naturales), también llamado número de Euler; aparece por un problema de interés compuesto.

El valor de $\boldsymbol{e} = 2{,}71828182845904523536\ldots$, en análisis matemático calculo diferencial e integral el número se puede conseguir aplicando el siguiente límite:

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \text{ con } n \in \mathbb{Z}^+$$

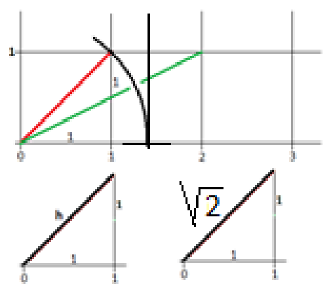
Son ejemplos de números irracionales todas las raíces cuadras inexactas

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \ldots$$

Ahora podemos establecer la forma de graficar un número irracional y completar los posibles huecos que hay todavía en la recta numérica.

Tracemos una recta numérica y fijemos al menos unas cuatro unidades en el horizontal (x); con la misma escala la vertical (y), fijemos la unidad. La idea es poder situar con exactitud las raíces cuadras inexactas enunciadas arriba: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}$, ... aplicando el teorema de Pitágoras.

Veamos:

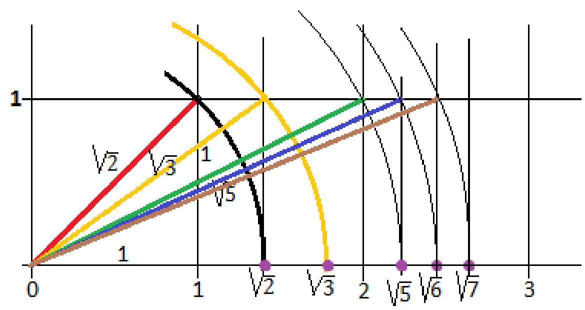


$$h^2 = 1^2 + 1^2\ ;$$

$$h^2 = 1 + 1\ ;$$

$$h^2 = 2$$

$$h = \sqrt{2}$$

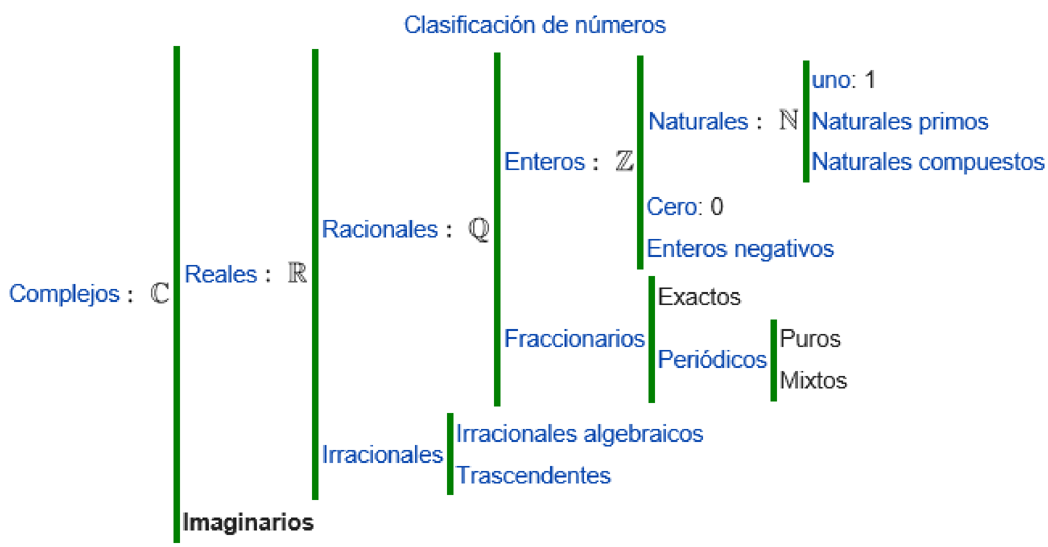


Siempre se toman los catetos horizontales desde 1, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}$,....., con el cateto vertical siempre igual a uno y se trazan los arcos correspondientes a las circunferencias de radio igual a las hipotenusas que se están obteniendo.

f. Números reales

El sistema de los números reales tiene como elementos todos y cada uno de los elementos de los conjuntos numéricos anteriores, es decir, el sistema de los números reales, contiene a los números naturales, enteros, racionales e irracionales. En símbolos tenemos $\{(\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}) \cup \mathbb{I}\} \subset \mathbb{R}$. Una definición en este nivel educativo coincide con la deducción conjuntista utilizando la operación unión;

así: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$; por lo anterior, podemos decir que los números reales son la unión entre los números racionales y los números irracionales. De la definición se deduce que $\mathbb{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ o también que los $\mathbb{Q} = \mathbb{R} - \mathbb{I}$. En consecuencia, podemos afirmar que un número real es un decimal finito, infinito, periódico, nulo, positivo o negativo. En general todos los números estudiados hasta ahora son números reales. La excepción son los complejos que contienen a los reales.



OPERACIONES EN LOS REALES ($\mathbb{R}$**)**

Sobre el sistema de números reales se definen las operaciones suma y multiplicación, las cuales cumplen con las propiedades que se enumeran más adelante.

En el conjunto de números reales se define la operación suma simbolizada por $+$ (más) y cumple con las siguientes propiedades:

a. **Clausurativa**: $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{R}\,,\ \ (a+b) \in \mathbb{R}\,.$

Si a, b son números reales cualesquiera entonces $(a+b) \in \mathbb{R}$. El número real que se obtiene como resultado de la suma es único. Decimos que **la operación suma es cerrada** en los números reales ($\mathbb{R}$)

b. **Conmutativa**: $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{R}, \; a + b = b + a$; el orden de los sumandos no altera el resultado de la suma

c. **Asociativa**: $\forall \begin{cases} a \\ b \in \mathbb{R}, \; a + b + c = \\ c \end{cases} \begin{cases} (a+b)+c \\ a+(b+c) \end{cases}$; la forma como se agrupen o asocien los sumandos, no altera el resultado de la suma, si y solo si se respeta el orden.

d. **Invertiva**: $\forall a \in \mathbb{R}, \exists (-a) \in \mathbb{R} / \begin{cases} a + (-a) = 0 \\ (-a) + a = 0 \end{cases}$; todo **número real sumado** con su **opuesto** es siempre **cero**. $(-a)$ es el opuesto de a y a es el opuesto de $(-a)$

e. **Modulativa**: $\exists x \in \mathbb{R} / \forall a \in \mathbb{R}, a + x = a$ **;** $x = 0$**;** por lo tanto, $\begin{cases} a + 0 = a \\ 0 + a = a \end{cases}$; El número **real cero** es el elemento neutro o **módulo de la suma**.

En el conjunto de números reales se define la operación **multiplicación** simbolizada con × (por) y cumple con las siguientes propiedades:

a. **Clausurativa**: $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{R}, \; ab \in \mathbb{R}$.

Si a, b son números reales cualesquiera entonces (ab)$\in \mathbb{R}$. El número real que se obtiene como resultado de la multiplicación es único. Decimos que la **operación multiplicación es cerrada** en los números reales ($\mathbb{R}$)

b. **Conmutativa**: $\forall \begin{cases} a \\ b \end{cases} \in \mathbb{R}, \; ab = ba$; el orden de los factores no altera el resultado de la multiplicación

c. **Asociativa**: $\forall \begin{cases} a \\ b \in \mathbb{R}, \; abc = \\ c \end{cases} \begin{cases} (ab)c \\ a(bc) \end{cases}$; la forma como se agrupen o asocien los factores, no altera el resultado de la multiplicación, si y solo si se respeta el orden.

d. **Invertiva**: $\forall a \in \mathbb{R}, \exists \frac{1}{a} \in \mathbb{R} / \begin{cases} a.a^{-1} = 1 \\ a^{-1}.a = 1 \end{cases}$; todo **número real multiplicado** por su **inverso multiplicativo** es siempre igual a 1; $\frac{1}{a} = a^{-1}$ es el inverso multiplicativo de a.

e. **Modulativa**: $\exists x \in \mathbb{R} / \forall a \in \mathbb{R}, ax = a$ **;** $x = 1$**;** por lo tanto, $\begin{cases} a(1) = a \\ (1)a = a \end{cases}$; El número **real uno** es el elemento neutro o **módulo de la multiplicación**.

Las operaciones suma y multiplicación de números reales están relacionadas por una propiedad llamada **propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma**.

Ley Distributiva: $\forall \begin{cases} a \\ b \\ c \end{cases} \in \mathbb{R}, \ a(b+c) = ab + ac$

ORDEN EN LOS NÚMEROS REALES

Estudiados los sistemas numéricos (naturales, enteros, racionales, decimales, irracionales), podemos establecer sobre la recta numérica su ubicación y comprobar que a cada punto de la recta le corresponde un número real y a cada número real se le puede asignar un punto sobre la recta. Esto significa que sobre la recta real no existen huecos. No existe un punto al cual no se le pueda asignar un número real y no existe un número real al cual no le corresponda un punto sobre la recta.

Al representar los números reales sobre la recta encontramos que ellos tienen un orden de tal manera que hay reales antes del número real cero y números reales después del número real cero; en otras palabras, se reconoce la ley de la tricotomía; esta ley establece que un conjunto es ordenado respecto de la relación "menor que" ($<$), cuando se cumple **una** de las siguientes tres condiciones

1. $\forall \begin{cases} x \\ y \end{cases} \in \mathbb{R}, \ x < y$
2. $\forall \begin{cases} x \\ y \end{cases} \in \mathbb{R}, \ y < x$

3. $\forall \begin{cases} x \\ y \end{cases} \in \mathbb{R},\ \ x = y$

Más aún, un número real $\boldsymbol{x}$ es menor que otro número real $\boldsymbol{y}$, $(\boldsymbol{x} < \boldsymbol{y})$ sí, $\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}$ es un número real positivo; es decir, $\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x} > 0$ de esta forma el conjunto de números reales queda dividido en tres conjuntos disyuntos:

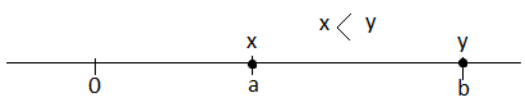
a. Reales negativos $= \mathbb{R}^-$
b. Reales positivos $= \mathbb{R}^+$
c. $\{cero\ (0)\} = 0$

Se deduce entonces que: $\mathbb{R} = \mathbb{R}^- \cup \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$; los números reales son la **unión** entre los números reales negativos con los números reales positivos y con el cero.

¡NB!: $\mathbb{R}^- \cap \mathbb{R}^+ = \emptyset$; la intersección entre los números reales negativos y los números reales positivos es vacío

Recuerde que dos conjuntos son disyuntos cuando su intersección es vacía (no tienen elementos comunes)

Resumiendo, tenemos que: el **orden** dado en los **números reales** es tal, que si x e y son dos números reales cualesquiera y a, b son sus puntos correspondientes sobre la recta, entonces, decir que x es menor que y equivale a decir que a está a la izquierda de b.



a está a la izquierda de **b**

Propiedades de orden

La relación de orden en los números reales se amplía a la relación: $\leq$ (menor o igual que) la cual cumple con las siguientes propiedades

- **Propiedad reflexiva** $\forall x \in \mathbb{R}, \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{x}$
- **Propiedad antisimétrica** si $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{x}$, entonces $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{y}$
- **Propiedad transitiva** $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{y}$ **y** $\boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{z}$**,** entonces $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{z}$

El **orden** en los números reales **es total**, es decir, $\forall_{y}^{x} \in \mathbb{R}$, $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{y}$ o $\boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{x}$ **, lo cual nos permite relacionar cualesquiera pares de números reales**

- Si $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{y}$ entonces $\boldsymbol{x} + \boldsymbol{c} \leq \boldsymbol{y} + \boldsymbol{c}$; $\forall c \in \mathbb{R}$
- Si $\boldsymbol{x} < \boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{c} > \mathbf{0}$, entonces $\boldsymbol{xc} < \boldsymbol{yc}$
- Si $\boldsymbol{x} < \boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{c} < \mathbf{0}$, entonces $\boldsymbol{xc} > \boldsymbol{yc}$
- Si simultáneamente $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{y}$ y $\boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{z}$ podemos escribir simplemente $\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{y} \leq \boldsymbol{z}$

Fin de los sistemas numéricos
Es su deber estudiar y aprender estas notas de clase y profundizarlas para afianzar sus conocimientos.
Resuelva las actividades y entréguelas en las fechas programadas

Puede preguntar las veces que sea necesario lo que no entienda.

correo electrónico para Contenidos y Actividades pablovidalbeltran@gmail.com

La clave es leer y practicar