

FUNCION CUADRATICA

- Una **función cuadrática** (o función de segundo grado) es una función polinómica de **grado 2**, es decir, el mayor exponente del polinomio es x elevado a 2 (x^2).
-
- Son a , b y c , valores constantes o denominados, que también se llaman los **coeficientes de la función**.
- La gráfica de una función cuadrática siempre es una parábola

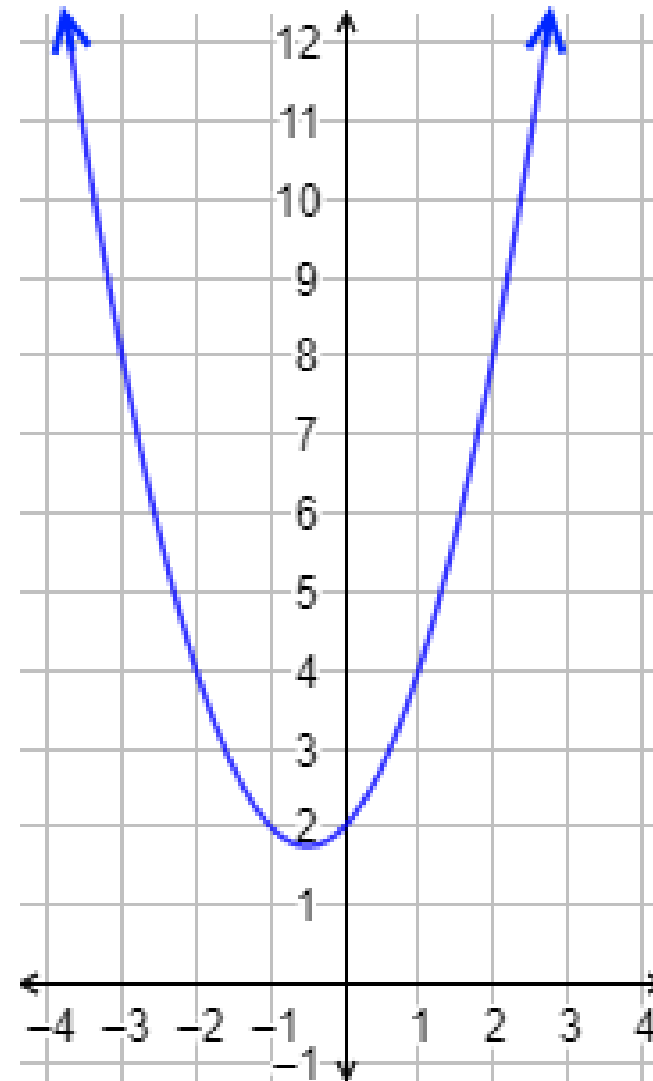
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

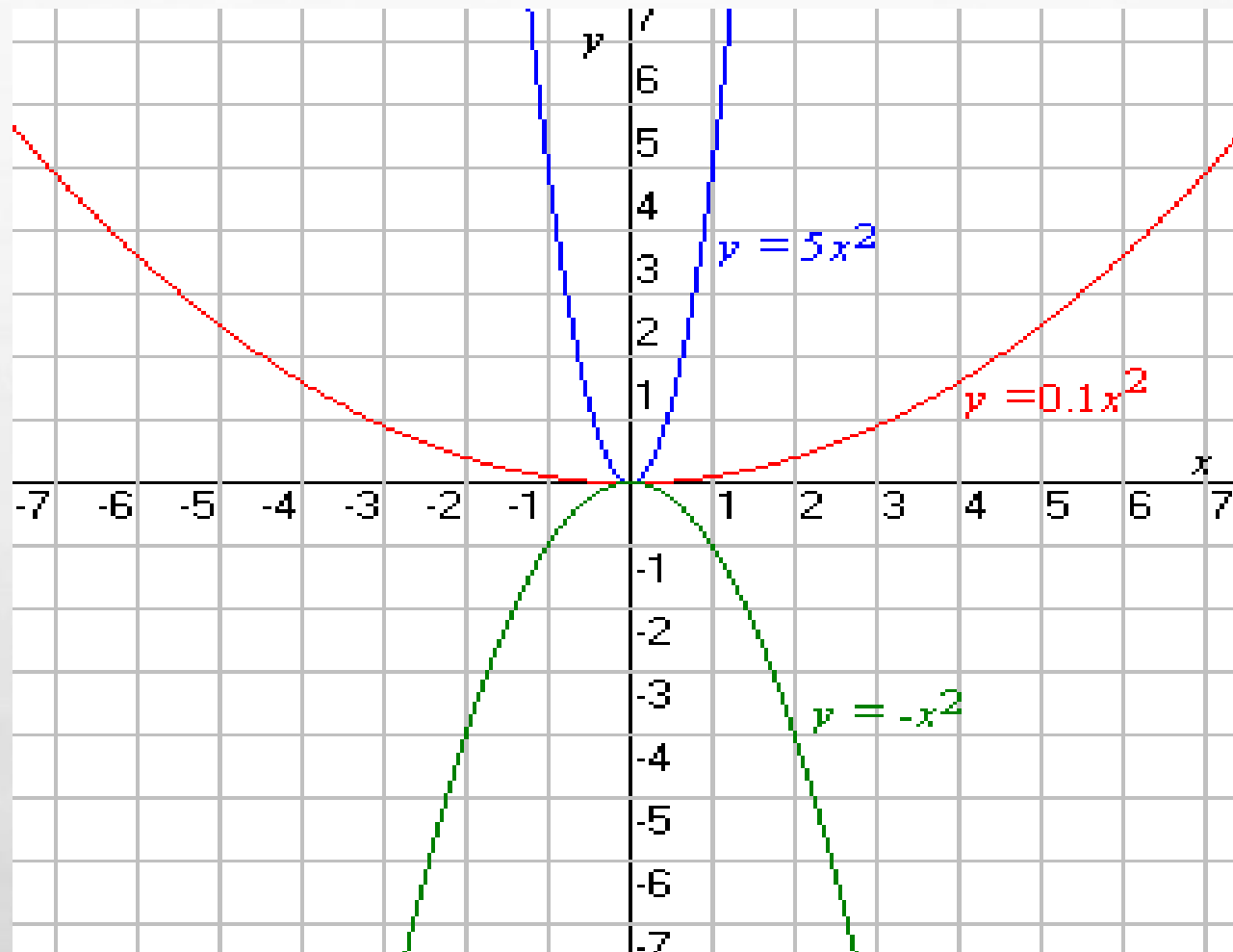
siendo $a \neq 0$

EJEMPLO

Las parábolas tienen forma de $\cup$ (si $a > 0$) o de $\cap$ (si $a < 0$). Además de la orientación, el coeficiente a es la causa de la amplitud de la función: cuanto mayor es $|a|$, más rápido crece (o decrece) la parábola, por lo que es más cerrada.

$$f(x) = x^2 + x + 2$$





VERTICE

Las funciones cuadráticas tienen un máximo (si $a < 0$) o un mínimo (si $a > 0$). Este punto es el **vértice** de la parábola.

La primera coordenada del vértice es:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Y la segunda coordenada es su imagen:

$$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$$

- **EJEMPLO**

- Calculamos el vértice de la función

- $f(x) = -2x^2 + 3x$

- Identificamos los coeficientes:

$$a = -2$$

$$b = 3$$

$$c = 0$$

- Como a es negativo, la parábola tiene forma de $\cap$. El vértice es un máximo.
- La primera coordenada del vértice es
-

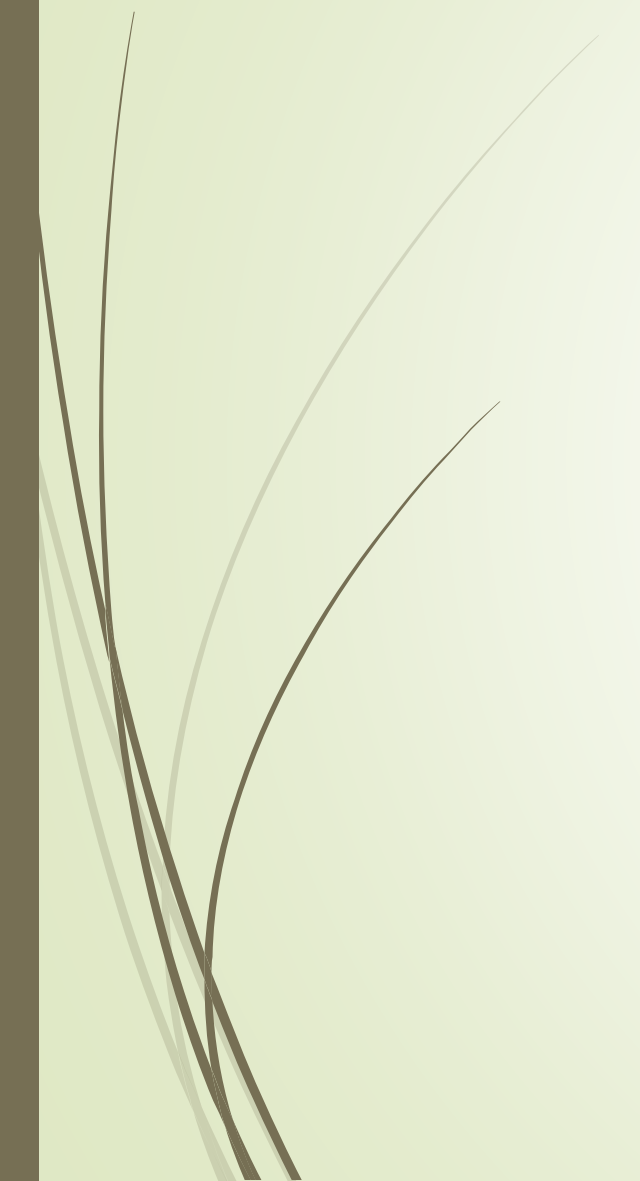
$$\begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} = \\ &= -\frac{3}{2 \cdot (-2)} = \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$



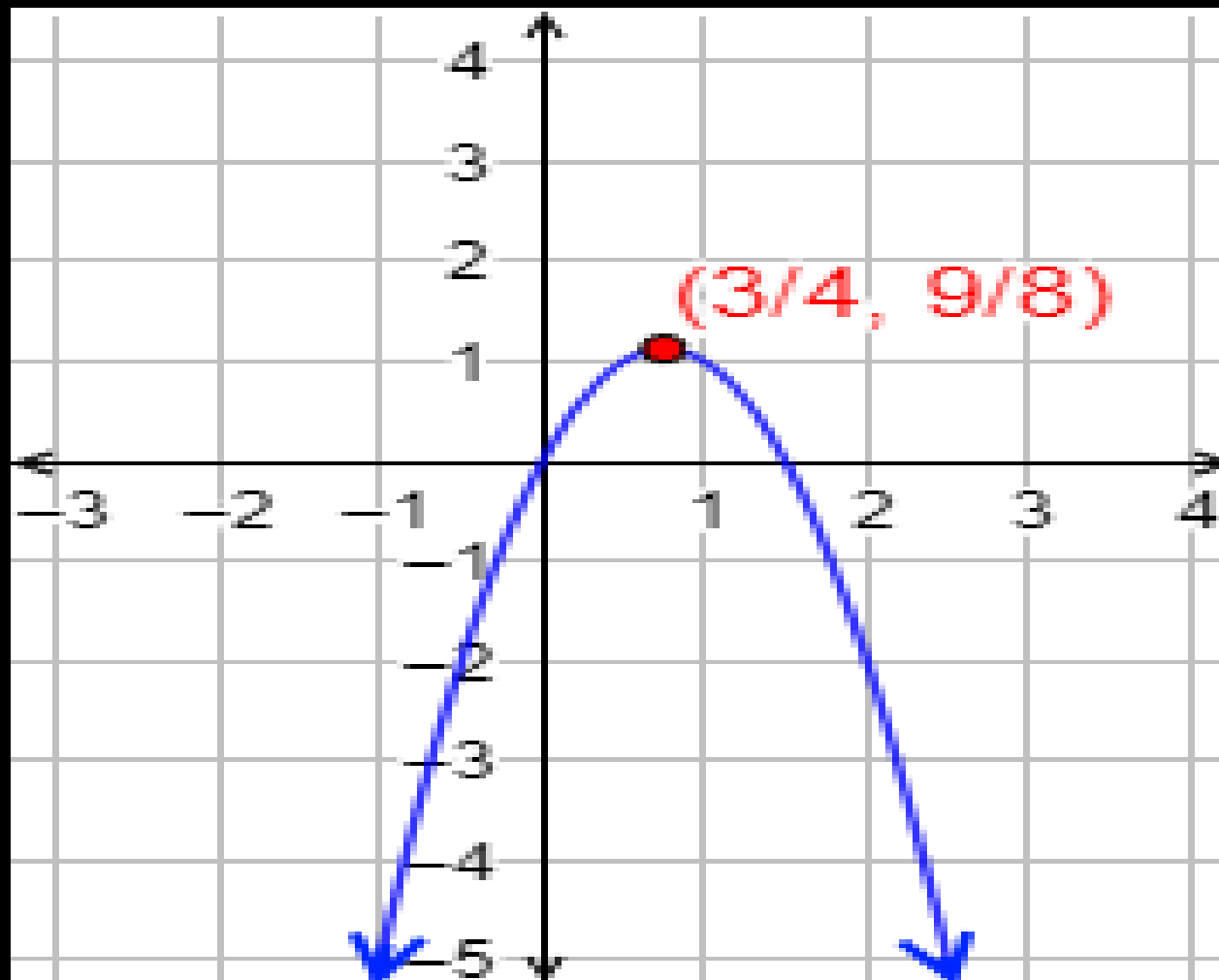
Calculamos la segunda coordenada:

$$\begin{aligned}f\left(\frac{3}{4}\right) &= -2\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{4} = \\&= -2 \cdot \frac{9}{16} + \frac{9}{4} = \\&= -\frac{9}{8} + \frac{9}{4} = \frac{9}{8}\end{aligned}$$

Por tanto, el vértice es el punto

$$\left(\frac{3}{4}, \frac{9}{8}\right)$$


GRAFICA



PUNTOS DE CORTE CON LOS EJES

Una parábola siempre corta el eje de ordenadas (eje Y) en un punto. Como esto ocurre cuando $x=0$, se trata del punto $(0,c)$ puesto que $f(0)=f(0)=c$.

Una función corta al eje de abscisas cuando $y=0$. Por tanto, para hallar estos puntos de corte, tenemos que resolver una ecuación cuadrática:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Como una ecuación cuadrática puede tener una, dos o ninguna solución, puede haber uno, dos o ningún punto de corte con el eje X.

Recordamos la fórmula que necesitamos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

EJEMPLO

$$f(x) = x^2 - 1$$

Calculamos los puntos de corte de la función

Los coeficientes de la ecuación son $a=1$, $b=0$ y $c=-1$.

Eje Y:

El punto de corte con el eje Y es $(0, -1)$. **POR QUE**

$X = 0$

CORTE X

EJE X:

Resolvemos la ecuación de segundo grado:

Hay dos soluciones: $x=1$ y $x=-1$.

La segunda coordenada es 0.

Por tanto, tenemos los puntos de corte

$$(1, 0), (-1, 0)$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} =$$

$$= \frac{0 \pm \sqrt{0 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{0 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{\pm 2}{2} = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$$

GRAFICO

