INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA

ÁREA: MATEMATICAS
UNIDAD: FUNCIONES REALES
TEMA: DERIVADAS DE FUNCIONES
PROFESOR: JOHNSON CABEZAS

ASIGNATURA: CALCULO
GRADO: CICLO VI
FECHA: 5 DE OCTUBRE DE 2021
VALOR: COMPASION

EN ESTA VIDA HACE FALTA GENTE QUE COMPRENDA MAS Y QUE CRITIQUE MENOS

1.LOGROS:
* Reconoce y diferencia el concepto de derivada
* Calcula las derivadas de funciones teniendo en cuenta sus propiedades

TEMAS Y SUBTEMAS
2. DERIVADAS DE FUNCIONES
NOCIÓN DE DERIVADA DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO.

Sea una función $y = f(x)$, a partir de ella se puede definir otra función, $y' = f'(x)$ llamada "derivada de f(x), que va a jugar un papel fundamental en todo el Cálculo Infinitesimal, tal como vamos a ir viendo en éste y en posteriores temas.

Pero comencemos por la definición de derivada en un cierto punto, digamos $x = x_0$, de la función $y = f(x)$ es:

$$f'(x_0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

Suponiendo que este límite exista (en cuyo caso se dice que f es derivable en x_0). A esta cantidad h se la llama "$incremento\ de\ x$", en muchas ocasiones se la suele representar como D_x (recuerde por ejemplo en Física el concepto de "incremento de temperatura", etc.), y puede ser tanto positiva ("incremento positivo") como negativa ("decremento"). Hemos dado la definición de la derivada en un punto, es decir, $f'(x_0)$, lo cual representa un valor numérico.

EJEMPLO 1: Para la función $y = x^2$, vamos a hallar su derivada en cierto punto $x = a$. $y = a^2$,

Según la definición de arriba tendremos:

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h}$$

Observe cómo hemos sustituido en $f(a+h)$ su valor para este ejemplo, $(a+h)^2$ así como en f(a) el valor correspondiente, a^2. Finalmente tenemos que hallar el consiguiente límite que por regla general suele tener la forma indeterminada $0/0$, pero nosotros debemos operar en él para eliminar la indeterminación:

$$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{2ah + h^2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h(2a+h)}{h} =$$

$$\lim_{h\to 0} 2a + h = 2a + 0 = 2a$$

La derivada en el punto $x = a$ de la función $y = x^2$ es $y' = 2a$. Es decir, por ejemplo:

$f'(2) = 2.2 = 4,$
$f'(3) = 2.3 = 6,$
$f'(4) = 2.4 = 8,$

Para la función $y = x^2$, podemos decir que existe derivada en todos sus puntos, posteriormente se define la función derivada de $y = x^2$ como la función $y' = 2x$.

EJEMPLO 2. Aplicando la definición de derivada en un punto, hallar la derivada de la función
$f(x) = x^2 + 7x + 2$ En el punto $a = 4$

$f(a) = a^2 + 7a + 2$

$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ Entonces la derivada seria la siguiente:
$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{(a+h)^2+7(a+h)+2-(a^2+7a+2)}{h}$ La función incrementada en h
$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{a^2+2ah+h^2+7a+7h+2-a^2-7a-2}{h}$ Desarrollando el binomio

$f'(a) = \lim_{h\to 0} \frac{2ah+h^2+7h}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(2a+h+7)}{\cancel{h}}$ Cancelando h y sumando términos semejantes

$f'(a) = \lim_{h\to 0} 2a+h+7 = 2a+0+7 = 2a+7$ Evaluando el límite

$f'(a) = 2a + 7$

$f'(4) = 2(4) + 7 = 8 + 7 = 15$ Reemplazando a por 4
$f'(4) = 15$

Ejemplo 3 $f(x) = 3x - 4$, **en x=2**

$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ Entonces la derivada seria la siguiente
$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{3(x+h)-4-(3x-4)}{h}$
$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{3x+3h-4-3x+4}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{3h}{h} = \lim_{h\to 0} 3 = 3$
$f'(x) = 3$

Actividad
Hallar la derivada de las siguientes funciones
$f(x) = 4x^2 - 2x + 1$
$f(x) = 2x + 21$
$f(x) = x$-5

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+h)^2 = a^2 + 2ah + h^2$$

$3m + 5am = m(3+5a)$

$$\frac{h^{\cancel{2}}}{\cancel{h}} = h$$

factor común