INSTITUCION TECNICA EMPRESARIAL
MIGUEL DE CERVANTES SAAVEDRA
JORNADA MAÑANA, TARDE, NOCTURNA Y SABATINA
NIVELES PREESCOLAR, PRIMARIA, BÁSICA Y MEDIA ACADÉMICA

ÁREA: MATEMATICAS — **ASIGNATURA:** CALCULO
UNIDAD: FUNCIONES REALES — **GRADO:** CICLO VI
TEMA: LIMITES DE FUNCIONES REALES — **FECHA:** 21 DE SEPTIEMBRE DE 2021
PROFESOR: JOHNSON CABEZAS — **VALOR**: COMPASION

EN ESTA VIDA HACE FALTA GENTE QUE COMPRENDA MAS Y QUE CRITIQUE MENOS

1.LOGROS:
* Reconoce y diferencia los tipos de límite
* Calcula límites teniendo en cuenta las propiedades de los límites y operaciones

TEMAS Y SUBTEMAS
1. LÍMITES INDETERMINADOS: en el estudio de los límites de funciones frecuentemente aparecen expresiones indeterminadas debido a que al reemplazar la variable por el valor a que tiende dan estos resultados:
$0/0;\ (0*\infty);\ (\infty-\infty);\ 0^0;\ \infty^0;\ \frac{\infty}{\infty}$.
Los límites indeterminados (o **indeterminaciones**) no indican que el límite no exista, sino que no se puede anticipar el resultado. Se tendrán que hacer operaciones adicionales para eliminar la indeterminación y averiguar entonces el valor del límite (en el caso de que exista). Ese valor puede ser un número finito.
2. PASOS PARA EVALUAR LÍMITES INDETERMINADOS
En primer lugar, hay que destacar que no sabemos si el límite será determinado o indeterminado y en el caso de que sea indeterminado, no sabemos de qué indeterminación se tratará. Por tanto, el primer paso para resolver cualquier límite es sustituir la x por el número al que tienda y ver qué resultado obtenemos.
Supongamos que después de sustituir y operar llegamos al resultado $0/0$, que es una indeterminación.
A partir de este punto, para resolver las indeterminaciones del tipo cero entre cero hay que seguir el siguiente procedimiento:
a. Se descomponen en factores los polinomios del numerador y del denominador.
b. Sustituimos los polinomios en el límite por su descomposición en factores.
c. Se eliminan los factores que se repitan en el numerador y en el denominador. De esta forma se elimina la indeterminación
d. Se vuelve a sustituir la x por el número al que tienda, llegando a una solución determinada.
La mayor dificultad de este procedimiento radica en la descomposición de los polinomios en factores, por lo que debes tener muy claro cómo descomponer polinomios, así como dominar los productos notables, cómo sacar factor común
3. PARA RECORDAR CASOS DE FACTORIZACION

FÓRMULAS ESPECIALES DE FACTORIZACIÓN

Fórmula	Nombre
1. $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$	Diferencia de cuadrados
2. $A^2 + 2AB + B^2 = (A+B)^2$	Cuadrado perfecto
3. $A^2 - 2AB + B^2 = (A-B)^2$	Cuadrado perfecto
4. $A^3 - B^3 = (A-B)(A^2+AB+B^2)$	Diferencia de cubos
5. $A^3 + B^3 = (A+B)(A^2-AB+B^2)$	Suma de cubos

TRINOMIO DE LA FORMA $\boldsymbol{x^2} + \mathrm{x} - 12$

$x^2 + 3x + 2$
- Se extrae la raíz cuadrada del termino cuadrático y el resultado se coloca en ambos factores

$x^2 + 3x + 2 = (x \quad)(x \quad)$
- Se coloca el signo de segundo término + en el primer factor

$x^2 + 3x + 2 = (x + \quad)(x \quad)$
- Se realiza la multiplicación de los signos del segundo y tercer término (+)(+)= + y el resultado se coloca en el segundo factor

$x^2 + 3x + 2 = (x + \quad)(x + \quad)$

TRINOMIO DE LA FORMA $a\boldsymbol{x^2} + \mathrm{bx} + \mathrm{c}$

Factorizar: $2x^2 - 5x - 3$

$$2x^2 - 5x - 3 = \frac{2\,(2x^2 - 5x - 3)}{2}$$
$$= \frac{4x^2 - 5\,(2x) - 6}{2}$$
$$= \frac{(2x-6)(2x+1)}{2}$$
$$= \frac{2\,(x-3)(2x+1)}{2}$$
$$= (x-3)(2x+1)$$

Ejemplos:

1. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{2^2-4}{2-2}=\frac{4-4}{2-2}=\frac{0}{0}$ si reemplazamos a x por 2 resulta una expresión indeterminada $0/0$

En este caso recurrimos a un proceso matemático llamado factorización, para expresar la función de otra forma de tal manera que la indeterminada desaparezca. Procedemos así:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{(x+2)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}}=\lim_{x\to 2}(x+2)=2+2=4$$

2. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{x^2-5x+6}=\frac{3^2+3-12}{3^2-5(3)+6}=\frac{9+3-12}{9-15+6}=\frac{0}{0}$ factorizamos el trinomio

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to 3}\frac{(x+4)\cancel{(x-3)}}{(x-2)\cancel{(x-3)}}=\lim_{x\to 3}\frac{(x+4)}{(x-2)}=\frac{(3+4)}{(3-2)}=\frac{7}{1}=7$$ Cancelamos factores iguales

3. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt[2]{x^2+3}-2}=\frac{1-1}{\sqrt[2]{1+3}-2}=\frac{0}{\sqrt[2]{4}-2}=\frac{0}{2-2}=\frac{0}{0}$ para evitar la indeterminada multiplicamos por la conjugada del denominador

$$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{(\sqrt[2]{x^2+3}-2)}*\frac{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{(\sqrt[2]{x^2+3}-2)}*\frac{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(x^2+3)-4}=\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(x+1)\cancel{(x-1)}}=\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(x+1)}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(x+1)}=\frac{(\sqrt[2]{1+3}+2)}{(1+1)}=\frac{2+2}{2}=2$$

ACTIVIDAD:

Encuentre los siguientes límites

a. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}$ b. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$ c. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2-5x}{x^4+2x}$ d. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x^2-5x+4}$

e. $\lim\limits_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}$ f. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2-\sqrt{x+2}}{x-2}$ g. $\lim\limits_{x\to 6}\frac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$ h. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}$

i. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x^2-9}$ j. $\lim\limits_{x\to -3}\frac{x^2+4x+3}{x+3}$

EJEMPLO RESUELTO DE COJUGADA

$$\frac{(x-1)}{(\sqrt[2]{x^2+3}-2)}*\frac{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}=\frac{(x-1)(\sqrt[2]{x^2+3}+2)}{(\cancel{\sqrt[2]{}}x^2+3)^{\cancel{2}}+2\cancel{\sqrt[2]{x^2+3}}-2\cancel{\sqrt[2]{x^2+3}}-4}$$

$$x^2-1=(x+1)(x-1)$$