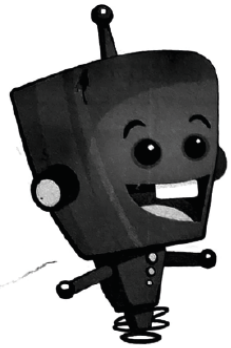
PROPÓSITO:

GUÍA 09

Hallar los múltiplos y/o divisores de un número, aplicando los criterios de divisibilidad en la solucio?n de ejercicios y situaciones problema.

MOTIVACIÓN:

Múltiplos y divisores



Los **múltiplos** de un número natural son los productos de ese número por cada uno de los números naturales.

Los **divisores** de un número natural son aquellos números que lo dividen exactamente, es decir, que al resolver la división el residuo es cero.

Para un número natural mayor que 0 el conjunto de sus múltiplos es infinito y el conjunto de sus divisores es finito.

Ejemplo

Hallemos los conjuntos de los múltiplos y de los divisores de 35.

Solución



Múltiplos	Divisores
Los múltiplos de 35 se obtienen al multiplicar 35 por cada uno de los números naturales. Múltiplos de 35 = {0, 35, 70, 105, 140, 175, 210, 245, …}. Los tres puntos indican que el conjunto es infinito y que la lista de elementos continúa siguiendo la misma secuencia.	Cuando dividimos a 35 por un número natural y el residuo es 0, el producto del cociente y el divisor es 35. Buscamos dos números cuyo producto sea 35 y ambos serán divisores de 35. Como $35 = 1 \times 35$, $35 = 5 \times 7$, y no hay más parejas de números naturales cuyo producto sea 35, entonces el conjunto de los divisores de 35 es {1, 5, 7, 35}. Este es un conjunto finito.

Desarrolla competencias

1. Halla el conjunto de múltiplos de los siguientes números naturales.

a. 28
b. 14
c. 33
d. 12
e. 120
f. 21
g. 45
h. 13
i. 61
j. 30
k. 11
l. 50

2. Halla el conjunto de divisores de los siguientes números naturales.

a. 50
b. 28
c. 49
d. 45
e. 30
f. 72
g. 21
h. 51
i. 42
j. 37
k. 48
l. 52

EXPLICACIÓN:

3. a. Escribe el conjunto de los múltiplos de 0 y el conjunto de los divisores de 0. Cada uno de los conjuntos anteriores, ¿es finito o infinito?

b. Explica por qué cuando se dice que para un número natural el conjunto de sus múltiplos es infinito y el conjunto de sus divisores es finito, es necesario aclarar que el número natural debe ser mayor que 0.

4. a. ¿Cuál es el conjunto de los múltiplos de 1?

b. ¿Cuál es el conjunto de los divisores de 1?

c. De acuerdo con el número de elementos, ¿qué tipo de conjunto es el de los divisores de 1?

5. a. $G = \{0, 21, 42, 63, 84, 105, 126\ldots\}$ es el conjunto de múltiplos de un número natural. ¿Cuál es este número?

b. $K = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$ es el conjunto de divisores de un número natural. ¿Cuál es este número?

6. a. Escribe un divisor de 20. ¿Es 20 múltiplo de ese número?

b. Escribe un múltiplo de 8. ¿Es 8 divisor de ese número?

c. Explica la relación entre múltiplos y divisores.

7. Un **número perfecto** es un número natural que es igual a la suma de todos sus divisores menores que el mismo número.
Por ejemplo, 6 es un número perfecto porque los divisores de 6 menores que 6 son 1, 2 y 3 y su suma es 6.

a. ¿Es 10 un número perfecto? ¿Por qué?

b. Halla un número perfecto entre 20 y 30.

8. El símbolo ✪ representa un número natural. Uno de los divisores de ✪ es 9 y uno de sus múltiplos es 72. ¿Qué número puede ser ✪?



9. a. Escribe por extensión el conjunto B = {múltiplos de 6 menores que 50}. ¿Cuál es el residuo al dividir cada uno de los elementos del conjunto B entre 6?

b. Forma el conjunto C adicionando 1 a cada elemento de B. ¿Cuál es el residuo al dividir cada uno de los elementos del conjunto C entre 6?

c. Forma el conjunto D adicionando 2 a cada elemento de B. ¿Cuál es el residuo al dividir cada uno de los elementos del conjunto B entre 6?

Competencias de pensamiento crítico y resolución de problemas

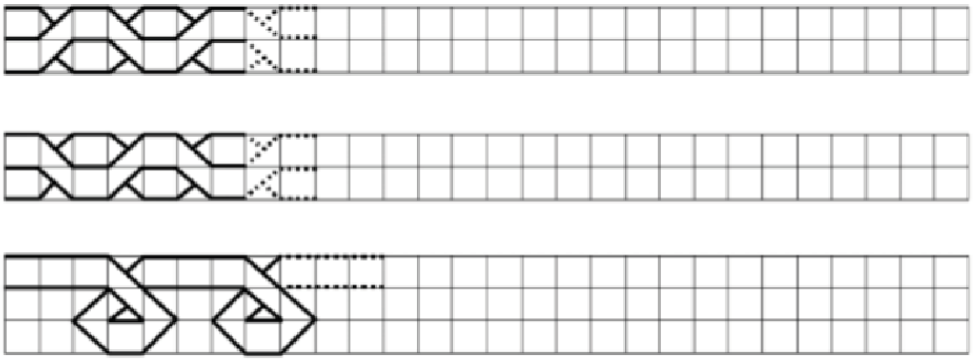


10. a. Lorena escribió un número natural, lo multiplicó por 8 y al resultado le adicionó 3. Luego dividió el número que obtuvo entre 8.
¿Cuál fue el residuo de esta división?

b. Luego, Lorena escribió otro número natural, lo multiplicó por 7, al resultado le adicionó 9 y luego dividió por 7.
¿Cuál fue el residuo?

11. Diego tiene una colección de carritos. Cuando completó 25 se puso como meta llegar a 100 carritos, pero aun no tiene ni 50. Si Diego organiza sus carritos en grupos de 5 le sobran 2. ¿Puede organizar sus carritos en grupos de 6 sin que le sobren? Justifica tu respuesta.

Continúa cada cenefa hasta el final y, después, coloréala.



EJERCICIOS:

Criterios de divisibilidad por 2, 3, 6 y 5



Un **criterio de divisibilidad** es una regla que nos sirve para determinar si un número es divisor de otro sin necesidad de realizar la división.

- Un número es **divisible por 2** si la cifra de las unidades es 0, 2, 4, 6 u 8.
- Un número es **divisible por 3** si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3.
- Un número es **divisible por 6** si es divisible por 2 y por 3.
- Un número es **divisible por 5** si la cifra de las unidades es 0 o 5.

Ejemplo

Determinemos si el número 197 380 es divisible por 2, 3, 5 o 6.



Solución

Para saber si 2, 3, 5 o 6 son divisores de 197 380 no necesitamos resolver las cuatro divisiones para ver si el residuo es cero. Vamos a usar los criterios de divisibilidad por estos números.

- Como la cifra de las unidades de 197 380 es 0, entonces es divisible por 2 y por 5.
- Para saber si 197 380 es divisible por 3, hallamos la suma de sus cifras:
  $1 + 9 + 7 + 3 + 8 + 0 = 28$.
  Como 28 no es un múltiplo de 3, entonces 197 380 no es divisible por 3.
- Como 197 380 no es divisible por 3, entonces no es divisible por 6.

Desarrolla competencias

1. Completa los espacios en blanco para expresar de otras tres maneras que 45 es divisible por 9.

a. ____ es múltiplo de ____.

b. ____ es divisor de ____.

c. El residuo al dividir ____ entre ____ es ____.

2. Utiliza los criterios de divisibilidad para determinar si los siguientes números son divisibles por 2, 3, 5 o 6. Justifica tus respuestas.

a. 65 376 538
b. 76 215
c. 345 321
d. 507 672
e. 876 325
f. 987 450
g. 9 753 674
h. 6 456 263

3. Rodea según la clave. Después, contesta.

rojo → múltiplos de 2 | azul → múltiplos de 3 | verde → múltiplos de 5

1	4	22	25	35	9	6	10	11	15	21	14	49	12	8	60

- ¿Qué número es divisible por 2, 3 y 5 a la vez? _____

4. Piensa y escribe un número menor que 50 que es múltiplo de 2, 3 y 5 a la vez.

_____

EVALUACIÓN:

3. En cada caso escribe un número que sea divisible por los números dados.

a. 2 b. 3
c. 5 d. 6
e. 2 y 3 f. 2 y 5
g. 5 y 6 h. 2, 5 y 6

4. Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica tus respuestas.

a. Todos los números que son divisibles por 6 también son divisibles por 3.
b. Todos los números que son divisibles por 3 también son divisibles por 6.
c. Es imposible que un número sea divisible por 2 y por 5.
d. Es posible que un número sea divisible por 5 pero que no sea divisible por 2 ni por 3.
e. Es posible que un número sea divisible por 6 pero que no sea divisible por 2 ni por 3.
f. Todos los números divisibles por 3 y 5, también son divisibles por 6.
g. Algunos números son divisibles por 2, 3, 5 y 6.
h. Algunos números no son divisibles por 2, 3, 5 ni 6.

5. Reúnete con un compañero y comparen las respuestas que dieron a la pregunta anterior. Utilicen las siguientes pautas como orientación.



- ¿Están de acuerdo?
- En las preguntas donde ambos respondieron *verdadero* o ambos *falso*, ¿también dieron la misma justificación?
- En las preguntas donde uno respondió *verdadero* y el otro *falso*, discutan las justificaciones que cada uno dio y lleguen a un acuerdo, si es posible.

Si no logran llegar a un acuerdo, cada uno escriba por qué no considera correcta la justificación de su compañero, pero sí considera correcta la suya.

- Presenten ante el resto del curso las conclusiones obtenidas.

6. Cada cifra de un número de cuatro dígitos se reemplazó por una letra para representar el número así: ABCD. Sabemos que el número ABCD es divisible por 30.
¿Es el número ABC de tres cifras divisible por 3? ¿Por qué?



Competencias de pensamiento crítico y resolución de problemas



7. Explica por qué ninguna de las siguientes afirmaciones es correcta.

a. Un número es divisible por 2 si la suma de sus cifras es un múltiplo de 2.
b. Un número es divisible por 3 si termina en 3.
c. Un número es divisible por 5 si la suma de sus cifras es múltiplo de 5.
d. Un número es divisible por 6 si termina en 6.

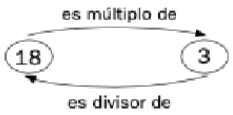
8. En una floristería hay menos de 200 flores. La suma de las cifras del número de flores es 18.

a. ¿Cuántas flores pueden tener?
b. Si se pueden hacer ramos de 6 flores sin que sobre ninguna, ¿cuántas flores tienen?

2. Observa. Después, completa.

$6 \times 3 = 18$

$18 : 6 = 3$



12	7	3
56	21	8
20		5

- 12 es múltiplo de 3 y 3 es divisor de 12.
- _____ es múltiplo de _____ y _____ es divisor de _____.
- _____ es múltiplo de _____ y _____ es divisor de _____.
- _____ es múltiplo de _____ y _____ es divisor de _____.

BIBLIOGRAFÍA: