PROPÓSITO:

GUIA 1

Reconoce las estructuras conceptuales y de procedimiento relacionadas con el calculo de derivadas.

MOTIVACIÓN:

Para entender mejor el tema por favor observe con atención el siguiente vídeo:

EXPLICACIÓN:

DERIVADA DE UNA SUMA DE MONOMIOS

EJEMPLO 1

Calculemos la derivada de la función polinómica $\boxed{q(x) = x^2 - \sqrt{3}\,x + 5}$:

$$q'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{q(x+h) - q(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)^2 - \sqrt{3}\,(x+h) + 5 - (x^2 - \sqrt{3}\,x + 5)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \left[\frac{(x+h)^2 - x^2}{h} - \frac{\sqrt{3}\,(x+h) - \sqrt{3}\,x}{h} + \frac{5-5}{h} \right] =$$

$$\underbrace{\lim_{h \to 0} (2x)}_{\text{Derivada de } x^2} - \underbrace{\lim_{h \to 0} (\sqrt{3})}_{\text{Derivada de } \sqrt{3}x} + \underbrace{\lim_{h \to 0} 0}_{\text{Derivada de } 5} = \boxed{2x - \sqrt{3} = q'(x)}.$$

Derivada de $q(x)$

Nótese que utilizamos la propiedad aditiva de límites.

En general, *la derivada de una* función polinómica o *suma de monomios* no semejantes, *es la suma de las derivadas de sus monomios:*

Si $q(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$, entonces $q'(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \ldots + n a_n x^{n-1}$

EJEMPLO 2

Con ayuda de la fórmula anterior, calculemos la derivada de $\boxed{t(y) = y^5 - \frac{y^3}{6} + \frac{\sqrt{2}}{2} y^2 - y + 6}$:

SOLUCION

La derivada de cada monomio es:

$$(y^5)' = 5y^4;\ \left(\frac{y^3}{6}\right)' = \frac{3y^2}{6} = \frac{y^2}{2};\ \left(\frac{\sqrt{2}}{2} y^2\right)' = \frac{2\sqrt{2}}{2} y = \sqrt{2}\, y;\ (y)' = 1;\ (6)' = 0$$

Según la fórmula: $t'(y) = 5y^4 - \frac{y^2}{2} + \sqrt{2}\, y - 1 + 0 = \boxed{5y^4 - \frac{y^2}{2} + \sqrt{2}\, y - 1}$

EJEMPLO 3

Dadas las funciones polinómicas: $r(x) = -3x^2 + \frac{x}{2} - 1$ y $s(x) = \frac{3}{4} x + 2$; hallemos la derivada de la función suma $(r+s)(x) = -3x^2 + \frac{5}{4} x + 1$.

SOLUCION

Veamos dos métodos distintos:

Derivada de la suma: $(r+s)'(x) = (-3x^2 + \frac{5}{4} x + 1)' = -3\,(2)\,x + \frac{5}{4} + 0 = \boxed{-6x + \frac{5}{4}}$.

Suma de las derivadas: $r'(x) + s'(x) = \left(-3\,(2)\,x + \frac{1}{2} - 0\right) + \left(\frac{3}{4} + 0\right) = \boxed{-6x + \frac{5}{4}}$.

Se observa que $(r+s)'(x) = \boxed{r'(x) + s'(x)}$.

En general, *la derivada de una función suma es igual a la suma de las derivadas.*

EJERCICIOS:

EJERCICIOS

Con las funciones polinómicas dadas, calcula las derivadas propuestas.

$$u(x) = -5x^3 + 3x - 2;\ v(x) = x^4 - x^2 + \frac{x}{2} - 1;\ w(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + x^3 - x;$$

$$y(x) = 2x^2 + \frac{3}{4} x - \frac{5}{2}$$

1. u' 2. v' 3. w' 4. y' 5. $(u+v)'$
6. $(u-w)'$ 7. $(u+y)'$ 8. $(v-w)'$ 9. $(v+y)'$ 10. $(w-y)'$
11. $(u+v+w)'$ 12. $(u-v+y)'$ 13. $(v-y-w)'$ 14. $(y-w+v-u)'$ 15. $(u+w)'$

EJERCICIOS

Determina las derivadas de las siguientes funciones monómicas según las fórmulas estudiadas.

1. $a(x) = -5$ 2. $b(y) = \frac{3}{4}$ 3. $c(x) = 2x$ 4. $d(y) = -\frac{y}{2}$ 5. $e(z) = \pi z$
6. $f(u) = u$ 7. $g(n) = n^2$ 8. $h(x) = 3x^2$ 9. $i(x) = -x^3$ 10. $j(t) = \frac{3t^2}{5}$
11. $k(s) = s^3$ 12. $l(s) = -\frac{2}{5} s^3$ 13. $m(y) = y^4$ 14. $n(z) = \sqrt{2}\, y^4$ 15. $o(x) = x^5$
16. $p(a) = -\frac{3a^8}{2}$ 17. $q(b) = b^{10}$ 18. $r(c) = -c^6$ 19. $s(x) = -\sqrt{3}\, x^7$ 20. $t(y) = \frac{\sqrt{5}}{\pi} y^{13}$

EVALUACIÓN:

En el espacio de tarea por favor enviar resueltos los ejercicios dejados anteriormente.

BIBLIOGRAFÍA:

Matematica practica editorail voluntad.