

PROPÓSITO:

GUIA 1

Reconoce las estructuras conceptuales y de procedimiento relacionadas con el calculo de derivadas.

MOTIVACIÓN:

Para entender mejor el tema por favor observe con atención el siguiente vídeo:

EXPLICACIÓN:**DERIVADA DE UNA SUMA DE MONOMIOS****EJEMPLO 1**

Calculemos la derivada de la función polinómica $q(x) = x^2 - \sqrt{3}x + 5$:

$$\begin{aligned}
 q'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{q(x+h) - q(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - \sqrt{3}(x+h) + 5 - (x^2 - \sqrt{3}x + 5)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{(x+h)^2 - x^2}{h} - \frac{\sqrt{3}(x+h) - \sqrt{3}x}{h} + \frac{5-5}{h} \right] = \\
 &= \underbrace{\lim_{h \rightarrow 0} (2x)}_{\text{Derivada de } x^2} - \underbrace{\lim_{h \rightarrow 0} (\sqrt{3})}_{\text{Derivada de } \sqrt{3}x} + \underbrace{\lim_{h \rightarrow 0} 0}_{\text{Derivada de } 5} = \boxed{2x - \sqrt{3} = q'(x)}.
 \end{aligned}$$

Derivada de x^2 Derivada de $\sqrt{3}x$ Derivada de 5 = Derivada de $q(x)$

Nótese que utilizamos la propiedad aditiva de límites.

En general, la derivada de una función polinómica o suma de monomios no semejantes, es la suma de las derivadas de sus monomios:

Si $q(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, entonces $q'(x) = a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1}$

EJEMPLO 2

Con ayuda de la fórmula anterior, calculemos la derivada de $t(y) = y^5 - \frac{y^3}{6} + \frac{\sqrt{2}}{2} y^2 - y + 6$:

SOLUCION

La derivada de cada monomio es:

$$(y^5)' = 5y^4; \left(\frac{y^3}{6}\right)' = \frac{3y^2}{6} = \frac{y^2}{2}; \left(\frac{\sqrt{2}}{2} y^2\right)' = \frac{2\sqrt{2}}{2} y = \sqrt{2} y; (y)' = 1; (6)' = 0$$

Según la fórmula: $t'(y) = 5y^4 - \frac{y^2}{2} + \sqrt{2} y - 1 + 0 = 5y^4 - \frac{y^2}{2} + \sqrt{2} y - 1$

EJEMPLO 3

Dadas las funciones polinómicas: $r(x) = -3x^2 + \frac{x}{2} - 1$ y $s(x) = \frac{3}{4}x + 2$; hallemos la derivada de la función suma $(r+s)(x) = -3x^2 + \frac{5}{4}x + 1$.

SOLUCION

Veamos dos métodos distintos:

Derivada de la suma: $(r+s)'(x) = (-3x^2 + \frac{5}{4}x + 1)' = -3(2)x + \frac{5}{4} + 0 = -6x + \frac{5}{4}$

Suma de las derivadas: $r'(x) + s'(x) = (-3(2)x + \frac{1}{2} - 0) + (\frac{3}{4} + 0) = -6x + \frac{5}{4}$

Se observa que $(r+s)'(x) = r'(x) + s'(x)$.

En general,

la derivada de una función suma es igual a la suma de las derivadas.

EJERCICIOS:**EJERCICIOS**

Con las funciones polinómicas dadas, calcula las derivadas propuestas.

$$u(x) = -5x^3 + 3x - 2; v(x) = x^4 - x^2 + \frac{x}{2} - 1; w(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{4} + x^3 - x;$$

$$y(x) = 2x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{2}$$

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|------------------|--------------|
| 1. u' | 2. v' | 3. w' | 4. y' | 5. $(u+v)'$ |
| 6. $(u-w)'$ | 7. $(u+y)'$ | 8. $(v-w)'$ | 9. $(v+y)'$ | 10. $(w-y)'$ |
| 11. $(u+v+w)'$ | 12. $(u-v+y)'$ | 13. $(v-y-w)'$ | 14. $(y-w+v-u)'$ | 15. $(u+w)'$ |

EJERCICIOS

Determina las derivadas de las siguientes funciones monómicas según las fórmulas estudiadas.

- | | | | | |
|------------------------------|------------------------------|-------------------|---------------------------|---|
| 1. $a(x) = -5$ | 2. $b(y) = \frac{3}{4}$ | 3. $c(x) = 2x$ | 4. $d(y) = -\frac{y}{2}$ | 5. $e(z) = \pi z$ |
| 6. $f(u) = u$ | 7. $g(n) = n^2$ | 8. $h(x) = 3x^2$ | 9. $i(x) = -x^3$ | 10. $j(t) = \frac{3t^2}{5}$ |
| 11. $k(s) = s^3$ | 12. $l(s) = -\frac{2}{5}s^3$ | 13. $m(y) = y^4$ | 14. $n(z) = \sqrt{2}y^4$ | 15. $o(x) = x^5$ |
| 16. $p(a) = -\frac{3a^8}{2}$ | 17. $q(b) = b^{10}$ | 18. $r(c) = -c^6$ | 19. $s(x) = -\sqrt{3}x^7$ | 20. $t(y) = \frac{\sqrt{5}}{\pi}y^{13}$ |

EVALUACIÓN:

En el espacio de tarea por favor enviar resueltos los ejercicios dejados anteriormente.

BIBLIOGRAFÍA:

Matematica practica editorail voluntad.