

PROPÓSITO:

GUIA 3

Reconoce la estructuras conceptuales y de procedimiento relacionadas con el calculo de limites de funciones.

MOTIVACIÓN:

Para entender mejor el tema por favor observe con atención el siguiente vídeo:

EXPLICACIÓN:

Cálculo de los límites**Propiedades de los límites**

Las propiedades de los límites de las sucesiones, conducen a propiedades similares de los límites de funciones. Estas propiedades facilitan el cálculo de los límites, reduciéndolos a funciones muy sencillas.

Si f y g son dos funciones, tales que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$, nótese que consideramos los límites de las dos funciones en el mismo valor a . Entonces:

$$1. \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 + L_2$$

$$2. \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 - L_2$$

$$3. \lim_{x \rightarrow a} [nf(x)] = n \lim_{x \rightarrow a} f(x) = nL_1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \cdot L_2$$

$$5. \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2}, \text{ siempre que } L_2 \neq 0$$

$$6. \lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^k = (\lim_{x \rightarrow a} [f(x)])^k = (L_1)^k, \text{ donde } k \in \mathbb{R}$$

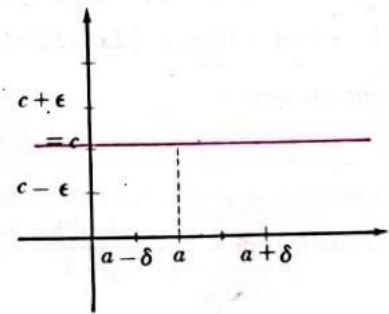
Límite de una función constante

En el ejemplo 1 de la sección 4.2, discutimos el límite de la función $f(x) = 3$, cuando x tendía a 1, y observamos que $\lim_{x \rightarrow 1} 3 = 3$. Vamos ahora a

formalizar esta idea:

Si f es la función constante definida por $f(x) = c$, entonces su límite en cualquier punto a es c .

$$\lim_{x \rightarrow a} c = c$$



EJEMPLO

Calcular $\lim_{x \rightarrow ?} 9$; como $f(x) = 9$, tenemos que $\lim_{x \rightarrow ?} 9 = 9$.

4.4.3 Límite de la función idéntica

El límite de la función idéntica, $f(x) = x$, en cualquier punto a es a .

$$\lim_{x \rightarrow a} x = a$$

DEMOSTRACION

Sea $\epsilon > 0$ cualquier número positivo.

$|f(x) - a| < \epsilon$ equivale a $|x - a| < \epsilon$, entonces al tomar $\delta = \epsilon$ se cumple la afirmación.

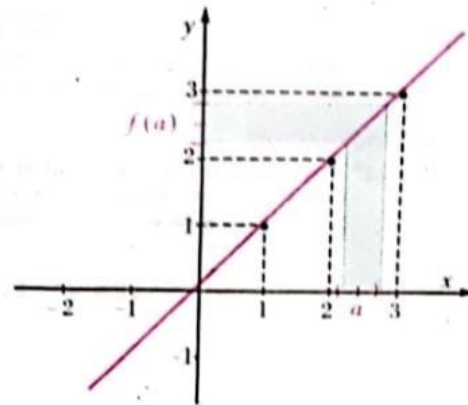


Figura 4-6

EJEMPLOS

$$\lim_{x \rightarrow 2} x = 2; \quad \lim_{x \rightarrow \pi} x = \pi; \quad \lim_{x \rightarrow 0} x = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -3} x = -3.$$

4.4.4 Límite de la función lineal: $f(x) = mx + b$

El límite de la función lineal $f(x) = mx + b$, cuando x tiende a " a " es: $f(a) = ma + b$.
Simbólicamente: $\lim_{x \rightarrow a} (mx + b) = ma + b = f(a)$.

DEMOSTRACION

Aplicando las propiedades 1 y 3 del límite de funciones tenemos:

$$\lim_{x \rightarrow a} (mx + b) = \lim_{x \rightarrow a} mx + \lim_{x \rightarrow a} b = m \lim_{x \rightarrow a} x + \lim_{x \rightarrow a} b = ma + b = f(a)$$

EJEMPLOS

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 7) = 2(3) - 7 = -1; \quad \lim_{x \rightarrow 2} (3x + 1) = 3(2) + 1 = 7; \quad \lim_{x \rightarrow 6} (4x - 11) = 4(6) - 11 = 13$$

4.4.5 Límite de la función cuadrática

El límite de la función $f(x) = x^2$, en cualquier punto a es a^2 .

DEMOSTRACION

Al aplicar la propiedad del límite de un producto de funciones y el límite de la función idéntica tenemos:

$$\lim_{x \rightarrow a} x^2 = \lim_{x \rightarrow a} (x \cdot x) = \lim_{x \rightarrow a} x \cdot \lim_{x \rightarrow a} x = a \cdot a = a^2$$

EJEMPLO

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x - 24}{x^2 - 2x + 7} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 5x - 24)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x + 7)} = \frac{0}{10} = 0$$

EJEMPLO

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 4)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4)} = \frac{8}{0} \quad (\text{no existe})$$

EJEMPLO

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 5} (2x^2 - 3)}{\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 - 1)} = \frac{47}{24}$$

EJERCICIOS:**EJERCICIOS**

Calcula los siguientes límites:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - x + 4)$

6. $\lim_{x \rightarrow -2} (5x^2 - 7x + 8)$

11. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{\sqrt{x^2 - 2}}$

2. $\lim_{x \rightarrow -3} (2x^3 - x)$

7. $\lim_{x \rightarrow -1} (2x^3 + 2x^2 - 3x + 1)$

12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1}}{x^2 - 2x + 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 36)(x - 7)$

8. $\lim_{x \rightarrow -2} (5x^2 - 2x + 6)$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x^2 - 2x + 7}}{\sqrt{x^2 + 7}}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} (x + 4)(x - 5)$

9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 3x + 4}$

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{x^2 - 1}$

10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^3 - 27}}{x + 3}$

EVALUACIÓN:

En el espacio de tarea por favor enviar resueltos los ejercicios dejados anteriormente.

BIBLIOGRAFÍA:

Matematica practica editorail voluntad.

[https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/calculo-limites/#:~:text=Para%20calcular%20el%20límite%20de,a%20la%20diferencia%20de%20cuadrados\).&text=Esta%20función%20no%20es%20definida%20en%20x%3D2.&text=El%20valor%20de%20este%20límite%20es%204%2F3.](https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/calculo-limites/#:~:text=Para%20calcular%20el%20límite%20de,a%20la%20diferencia%20de%20cuadrados).&text=Esta%20función%20no%20es%20definida%20en%20x%3D2.&text=El%20valor%20de%20este%20límite%20es%204%2F3.)