

PROPÓSITO:

Reconocer y aplicar las propiedades de la potenciación y la radicación en la Simplificación de expresiones algebraicas. - Reconocer y analizar la función de los exponentes presentados en forma de fracción en la simplificación de expresiones algebraicas.

MOTIVACIÓN:

JUGUEMOS



<https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/aprendo-la-radicacion-jugando->

<https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/terminos-de-la-potenciacion-y-radicacion>

<https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/potenciacion-y-radicacion>

EXPLICACIÓN:

Sigue en orden cada una de las siguientes instrucciones

PASO 1

DEL LIBRO PAGINA 24, 25 y 26: Lectura –análisis y Resumen sintético en el cuaderno

TÍTULO: Radicales

- 7.1 Raíz n-ésima de un número Real
- 7.2 Potencias con exponente fraccionarios
- 7.3 Radicales equivalentes
- 7.4 Reducción de radicales a índice común
- 7.5 Racionalización

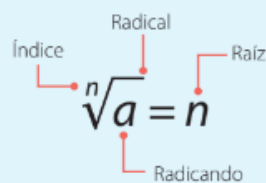
PASO 2

Lea la siguiente información.

Si n es un número entero positivo, entonces la raíz n -ésima de un número real a se define como:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ pues } b^n = a$$

Recuerde los elementos de la radicación:



$$\sqrt[n]{a} = n$$

Observe los siguientes ejemplos.

■ $\sqrt{0,25} = 0,5$ pues $0,5^2 = 0,25$

■ $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{2}{3}$ pues $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

Recuerde las siguientes propiedades de la radicación:

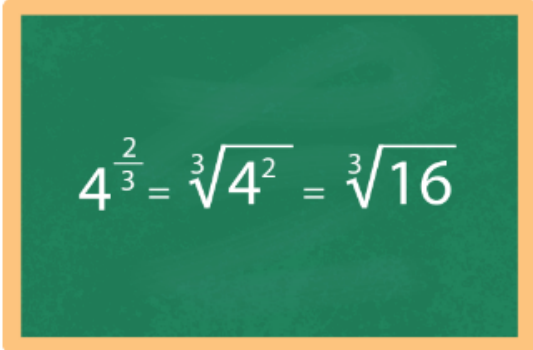
$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$



Lea la información y observe el procedimiento.

Lina escribió la potencia $4^{\frac{2}{3}}$ de la siguiente manera:



$$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{16}$$

- El denominador de la fracción es el índice del radical.
- El numerador de la fracción es el exponente del radicando.

PASO 3

Lea cuidadosamente en que consiste el proceso de RACIONALIZACIÓN

En matemáticas es común encontrarnos con **expresiones racionales** que contienen uno o varios radicales en el denominador. Para poder trabajar con ellas, es necesario aplicar un procedimiento llamado **racionalización**.

En la racionalización, se multiplica la expresión dada por otra que permite hallar una expresión equivalente que no contiene radicales en el denominador.

A continuación se presentan algunos casos de expresiones para racionalizar.

Tipo 1. Racionalización de fracciones con denominadores monomios que contienen raíces cuadradas.

$$\frac{c}{\sqrt{a}} \text{ se multiplica por } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

Tipo 2. Racionalización de fracciones con denominadores que contienen raíces de orden superior.

$$\frac{c}{\sqrt[n]{a}} \text{ se multiplica por } \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n-1}}}$$

Tipo 3. Racionalización de fracciones con denominadores binomios que contienen raíces cuadradas.

$$\frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \text{ se multiplica por } \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

PARA MAYOR COMPRENSION OBSERVA LOS SIGUIENTES VIDEOS

RADICACIÓN:

<https://www.youtube.com/watch?v=2HachLBuoZo>

<https://www.youtube.com/watch?v=2HachLBuoZo>

<https://www.youtube.com/watch?v=duwojO7exaY&t=17s>

https://www.youtube.com/watch?v=yQmn2rmM_t8

RACIONALIZACIÓN:

<https://www.youtube.com/watch?v=PI2TVst7lbs>

https://www.youtube.com/watch?v=AA_nVviMMvQ

EJERCICIOS:

Observe la manera en la que se simplificó la expresión.

$$\begin{aligned}
 4^{\frac{5}{3}} &= \sqrt[3]{4^5} \longrightarrow \text{Se escribe la potenciación como radicación.} \\
 &= \sqrt[3]{4^3 \times 4^2} \longrightarrow \text{Se escribe el radicando como un producto de potencias.} \\
 &= \sqrt[3]{4^3} \times \sqrt[3]{4^2} \longrightarrow \text{Se aplica la propiedad de la radicación para separar el producto de radicales.} \\
 &= 4 \times \sqrt[3]{16} \longrightarrow \text{Se simplifica el primer radical y se resuelve la potencia en el segundo radical.} \\
 &= 4\sqrt[3]{16} \longrightarrow \text{Se escribe la respuesta sin usar el símbolo de multiplicación.}
 \end{aligned}$$

Recuerde que

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a$$



Observe el ejemplo que muestra cómo simplificar la expresión dada. Lea cuidadosamente las explicaciones.

$$(72m^3n^5x^4)^{\frac{1}{3}} = \longrightarrow \text{Expresión dada para simplificar.}$$

$$\sqrt[3]{72m^3n^5x^4} = \longrightarrow \text{Se escribe la potencia como un radical de índice 3.}$$

$$\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2 \cdot m^3 \cdot n^3 \cdot n^2 \cdot x^3 \cdot x^1} = \longrightarrow \text{Se descompone cada uno de los factores del radicando en potencias que tengan exponente 3. Esto se hace para poder simplificar los radicales.}$$

$$2 \cdot m \cdot n \cdot x \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot n^2 \cdot x^1} = \longrightarrow \text{Se aplica la propiedad } \sqrt[m]{a^m} = a \text{ para sacar del radical los factores 2, m, n y x.}$$

$$2mnx\sqrt[3]{9n^2x} \longrightarrow \text{Se escribe la respuesta de la simplificación.}$$

Observe el proceso para escribir los dos radicales dados como radicales semejantes.

$$\sqrt{75x^3a^3} \text{ y } \sqrt{108x^5a^3}$$

$$\text{Primero se simplifica } \sqrt{75x^3a^3}$$

$$\sqrt{75x^3a^3} = \sqrt{5^2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x \cdot a^2 \cdot a} = 5xa\sqrt{3xa}$$

$$\text{Luego, se simplifica } \sqrt{108x^5a^3}$$

$$\sqrt{108x^5a^3} = \sqrt{6^2 \cdot 3x^4 \cdot x \cdot a^2 \cdot a} = 6x^2a\sqrt{3xa}$$

Los radicales son semejantes; observe la conclusión.

$$5xa\sqrt{3xa} \text{ y } 6x^2a\sqrt{3xa}$$

El índice y el radicando son iguales

No olvide usar la descomposición en factores primos para calcular la raíz de los coeficientes.



OBSERVEMOS EL PROCESO DE RACIONALIZACIÓN

Ejemplo 1. Racionalice el denominador de la expresión $\frac{9}{\sqrt{7}}$

$$\frac{9}{\sqrt{7}} = \frac{9}{\sqrt{7}} \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{9\sqrt{7}}{\sqrt{7^2}} = \frac{9\sqrt{7}}{7}$$

Ejemplo 2. Encuentre una expresión equivalente a $\frac{4}{11\sqrt{13}}$ que no tenga radicales en el denominador.

$$\frac{4}{11\sqrt{13}} = \frac{4}{11\sqrt{13}} \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{4\sqrt{13}}{11\sqrt{13^2}} = \frac{4\sqrt{13}}{11 \times 13} = \frac{4\sqrt{13}}{143}$$

Ejemplo 3. Encuentre una expresión equivalente a $\frac{12}{\sqrt[5]{8}}$ que no tenga raíz en el denominador.

$$\begin{aligned} \frac{12}{\sqrt[5]{8}} &= \frac{12}{\sqrt[5]{8}} \frac{\sqrt[5]{8^{4-1}}}{\sqrt[5]{8^{4-1}}} \longrightarrow \text{Para racionalizar la expresión } \frac{c}{\sqrt[n]{a}} \text{ se multiplica por } \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n-1}}} \\ &= \frac{12}{\sqrt[5]{8}} \frac{\sqrt[5]{8^4}}{\sqrt[5]{8^4}} \longrightarrow \text{Se efectúan las restas.} \\ &= \frac{12\sqrt[5]{8^4}}{\sqrt[5]{8^5}} \longrightarrow \text{Se aplican propiedades de la radicación.} \\ &= \frac{12\sqrt[5]{8^4}}{8} \longrightarrow \text{Se simplifica el radical.} \\ &= \frac{3\sqrt[5]{8^4}}{2} \longrightarrow \text{Se simplifica la expresión y se deja racionalizada.} \end{aligned}$$

Ejemplo 4

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}-2} &= \frac{1}{(\sqrt{3}-2)} \frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)} \longrightarrow \text{Se multiplicó por la conjugada del denominador.} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3})^2 - 2^2} \longrightarrow \text{Se resolvió el producto notable en el denominador.} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+2)}{3-4} \longrightarrow \text{Se multiplicó por 1 en el numerador y se simplificó el radical en el denominador.} \\ &= \frac{(\sqrt{3}+2)}{-1} \longrightarrow \text{Se resolvieron las operaciones en el denominador.} \\ &= -\sqrt{3}-2 \longrightarrow \text{La expresión quedó racionalizada.} \end{aligned}$$

EVALUACIÓN:

En mi cuaderno resuelvo

La siguiente Actividad



Desarrolla en el cuaderno Los ejercicios; 1, 3, 5, 6, 7 y la tabla de la evaluación del aprendizaje de la página 27 del libro

Toma registro fotográfico y compartela en Teams en la asignación correspondiente (Radicales)

BIBLIOGRAFÍA:

Quienes no tienen libro lo encontrarán en:

<https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-9-vamos-a-aprender.pdf>