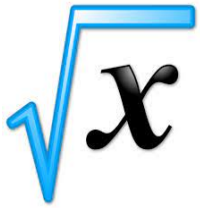
PROPÓSITO:

Reconocer y aplicar las propiedades de la potenciación y la radicación en la Simplificación de expresiones algebraicas. - Reconocer y analizar la función de los exponentes presentados en forma de fracción en la simplificación de expresiones algebraicas.

MOTIVACIÓN:

JUGUEMOS



https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/aprendo-la-radicacion-jugando-

https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/terminos-de-la-potenciacion-y-radicacion

https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/potenciacion-y-radicacion

EXPLICACIÓN:

Sigue en orden cada una de las siguientes instrucciones

PASO 1

DEL LIBRO PAGINA 24, 25 y 26:Lectura –análisis y Resumen sintético en el cuaderno

TITULO: Radicales

- 7.1 Raíz n-ésima de un número Real
- 7.2 Potencias con exponente fraccionarios
- 7.3 Radicales equivalentes
- 7.4 Reducción de radicales a índice común
- 7.5 Racionalización

PASO 2

Lea la siguiente información.

Si n es un número entero positivo, entonces la raíz n-ésima de un número real a se define como:

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ pues } b^n = a$$

Recuerde los elementos de la radicación:

Índice, Radical, Raíz, Radicando

$$\sqrt[n]{a} = n$$

Observe los siguientes ejemplos.

- $\sqrt[2]{0{,}25} = 0{,}5$ pues $0{,}5^2 = 0{,}25$
- $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{2}{3}$ pues $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

Recuerde las siguientes propiedades de la radicación:

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Lea la información y observe el procedimiento.

Lina escribió la potencia $4^{\frac{2}{3}}$ de la siguiente manera:

$$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{16}$$

- El denominador de la fracción es el índice del radical.
- El numerador de la fracción es el exponente del radicando.

PASO 3

Lea cuidadosamente en que consiste el proceso de RACIONALIZACIÓN

En matemáticas es común encontrarnos con **expresiones racionales** que contienen uno o varios radicales en el denominador. Para poder trabajar con ellas, es necesario aplicar un procedimiento llamado **racionalización**.

En la racionalización, se multiplica la expresión dada por otra que permite hallar una expresión equivalente que no contiene radicales en el denominador.

A continuación se presentan algunos casos de expresiones para racionalizar.

Tipo 1. Racionalización de fracciones con denominadores monomios que contienen raíces cuadradas.

$$\frac{c}{\sqrt{a}} \text{ se multiplica por } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

Tipo 2. Racionalización de fracciones con denominadores que contienen raíces de orden superior.

$$\frac{c}{\sqrt[n]{a}} \text{ se multiplica por } \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n-1}}}$$

Tipo 3. Racionalización de fracciones con denominadores binomios que contienen raíces cuadradas.

$$\frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \text{ se multiplica por } \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

PARA MAYOR COMPRENSION OBSERVA LOS SIGUIENTES VIDEOS

RADICACIÓN:

https://www.youtube.com/watch?v=2HachLBuoZo

https://www.youtube.com/watch?v=2HachLBuoZo

https://www.youtube.com/watch?v=duwojO7exaY&t=17s

https://www.youtube.com/watch?v=yQmn2rmM_t8

RACIONALIZACIÓN:

https://www.youtube.com/watch?v=PI2TVst7Ibs

https://www.youtube.com/watch?v=AA_nVviMMvQ

EJERCICIOS:

Observe la manera en la que se simplificó la expresión.

$4^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{4^5}$ → Se escribe la potenciación como radicación.

$= \sqrt[3]{4^3 \times 4^2}$ → Se escribe el radicando como un producto de potencias.

$= \sqrt[3]{4^3} \times \sqrt[3]{4^2}$ → Se aplica la propiedad de la radicación para separar el producto de radicales.

$= 4 \times \sqrt[3]{16}$ → Se simplifica el primer radical y se resuelve la potencia en el segundo radical.

$= 4\sqrt[3]{16}$ → Se escribe la respuesta sin usar el símbolo de multiplicación.

Recuerde que

$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a$

Observe el ejemplo que muestra cómo simplificar la expresión dada. Lea cuidadosamente las explicaciones.

$(72m^3n^5x^4)^{\frac{1}{3}} =$ → Expresión dada para simplificar.

$\sqrt[3]{72m^3n^5x^4} =$ → Se escribe la potencia como un radical de índice 3.

$\sqrt[3]{2^3 \cdot 3^2 \cdot m^3 \cdot n^3 \cdot n^2 \cdot x^3 \cdot x^1} =$ → Se descompone cada uno de los factores del radicando en potencias que tengan exponente 3. Esto se hace para poder simplificar los radicales.

$2 \cdot m \cdot n \cdot x \cdot \sqrt[3]{3^2 \cdot n^2 \cdot x^1} =$ → Se aplica la propiedad $\sqrt[m]{a^m} = a$ para sacar del radical los factores 2, m, n y x.

$2mnx\sqrt[3]{9n^2x}$ → Se escribe la respuesta de la simplificación.

Observe el proceso para escribir los dos radicales dados como radicales semejantes.

$\sqrt{75x^3a^3}$ y $\sqrt{108x^5a^3}$

Primero se simplifica $\sqrt{75x^3a^3}$

$\sqrt{75x^3a^3} = \sqrt{5^2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x \cdot a^2 \cdot a} = 5xa\sqrt{3xa}$

Luego, se simplifica $\sqrt{108x^5a^3}$

$\sqrt{108x^5a^3} = \sqrt{6^2 \cdot 3x^4 \cdot x \cdot a^2 \cdot a} = 6x^2a\sqrt{3xa}$

No olvide usar la descomposición en factores primos para calcular la raíz de los coeficientes.

Los radicales son semejantes; observe la conclusión.

$5xa\sqrt{3xa}$ y $6x^2a\sqrt{3xa}$

El índice y el radicando son iguales

OBSERVEMOS EL PROCESO DE RACIONALIZACIÓN

Ejemplo 1. Racionalice el denominador de la expresión $\frac{9}{\sqrt{7}}$

$$\frac{9}{\sqrt{7}} = \frac{9}{\sqrt{7}}\,\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{9\sqrt{7}}{\sqrt{7^2}} = \frac{9\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$

Ejemplo 2. Encuentre una expresión equivalente a $\frac{4}{11\sqrt{13}}$ que no tenga radicales en el denominador.

$$\frac{4}{11\sqrt{13}} = \frac{4}{11\sqrt{13}}\,\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{13}} = \frac{4\sqrt{13}}{11\sqrt{13}^2} = \frac{4\sqrt{13}}{11 \times 13} = \frac{4\sqrt{13}}{143}$$

Ejemplo 3. Encuentre una expresión equivalente a $\frac{12}{\sqrt[5]{8}}$ que no tenga raíz en el denominador.

$$\frac{12}{\sqrt[5]{8}} = \frac{12}{\sqrt[5]{8}}\,\frac{\sqrt[5]{8^{5-1}}}{\sqrt[5]{8^{5-1}}}$$ → Para racionalizar la expresión $\frac{c}{\sqrt[n]{a}}$ se multiplica por $\frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n-1}}}$

$$= \frac{12}{\sqrt[5]{8}}\,\frac{\sqrt[5]{8^4}}{\sqrt[5]{8^4}}$$ → Se efectúan las restas.

$$= \frac{12\sqrt[5]{8^4}}{\sqrt[5]{8^5}}$$ → Se aplican propiedades de la radicación.

$$= \frac{12\sqrt[5]{8^4}}{8}$$ → Se simplifica el radical.

$$= \frac{3\sqrt[5]{8^4}}{2}$$ → Se simplifica la expresión y se deja racionalizada.

Ejemplo 4

$$\frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{1}{(\sqrt{3}-2)}\,\frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)}$$ → Se multiplicó por la conjugada del denominador.

$$= \frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3})^2 - 2^2}$$ → Se resolvió el producto notable en el denominador.

$$= \frac{(\sqrt{3}+2)}{3-4}$$ → Se multiplicó por 1 en el numerador y se simplificó el radical en el denominador.

$$= \frac{(\sqrt{3}+2)}{-1}$$ → Se resolvieron las operaciones en el denominador.

$$= -\sqrt{3} - 2$$ → La expresión quedó racionalizada.

EVALUACIÓN:

En mi cuaderno resuelvo

La siguiente Actividad

Desarrolla en el cuaderno Los ejercicios; 1, 3, 5, 6, 7 y la tabla de la evaluación del aprendizaje de la página 27 del libro

Toma registro fotografico y compartela en Teams en la asignación correspondiente (Radicales)

BIBLIOGRAFÍA:

Quienes no tienen libro lo encontrarán en:

https://tecevolucion.files.wordpress.com/2018/01/matematicas-9-vamos-a-aprender.pdf