PROPÓSITO:

GUÍA No 05

Resolver operaciones y situaciones problema en el conjunto de los números naturales.

MOTIVACIÓN:

Situaciones multiplicativas y ecuaciones

Ideas previas

Cierto número se multiplica por 3 y el resultado se divide entre 5. El cociente que resulta es 753 y el residuo 0. ¿Cuál era el número?

En enero había 3837 cuadernos en una papelería. Si esta cantidad es el triple del número de cuadernos que había en diciembre, ¿cuántos cuadernos había en diciembre?

Para responder la pregunta, podemos plantear una ecuación multiplicativa, donde la incógnita (representada por n) es el número de cuadernos que había en diciembre.

$$3 \times n = 3837$$

Resolvamos la ecuación mediante los métodos gráfico y formal.

Método gráfico

Representemos la multiplicación y el resultado en un diagrama de operador.

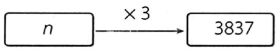


Figura 8.1

Si invertimos el proceso, dividimos 3837 entre 3, obtenemos el número que representa la n.

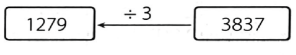


Figura 8.2

Entonces, había 1279 cuadernos en diciembre.

Método formal

Este método se basa en las siguientes dos ideas.

a. Una igualdad no cambia si se multiplica o divide por el mismo número, distinto de cero, a ambos lados de la igualdad. Por ejemplo, si $36 = 36$, entonces,

$$36 \times 2 = 36 \times 2 \quad \text{o} \quad 36 \div 9 = 36 \div 9$$
$$72 = 72 \qquad\qquad 4 = 4$$

b. Una cantidad no cambia si se multiplica y divide por el mismo número, o si se divide y multiplica por el mismo número. Por ejemplo,

$$\frac{36 \times 3}{3} = \frac{108}{3} = 36 \text{ o } \frac{36}{3} \times 3 = 12 \times 3 = 36$$

Utilicemos estas ideas para resolver la ecuación $3 \times n = 3837$.

Debemos despejar la incógnita, en otras palabras, dejarla sola a un lado de la ecuación.

$3 \times n = 3837$ Identificamos la operación aplicada a la incógnita n: una multiplicación.

$\frac{3 \times n}{3} = \frac{3837}{3}$ Realizamos la operación inversa: dividimos a lado y lado de la igualdad entre tres.

$n = 1279$ Operamos y obtenemos el resultado.

EXPLICACIÓN:

Para **resolver una ecuación multiplicativa** debemos realizar lo siguiente:

1. Identificar la operación aplicada a la variable.
2. Aplicar la operación inversa de esta operación multiplicando o dividiendo por un número, distinto de cero, a ambos lados de la igualdad.

Ejemplo 1

Manuela tiene 2 hijos a los que les compró los útiles escolares. Los del hijo menor costaron el triple del dinero que pagó por los útiles del mayor. ¿Cuánto dinero pagó por los útiles en total, si gastó $ 330 000 en los libros del hijo menor?

Solución

Observemos que nuestra incógnita es el dinero que Manuela pagó por los útiles del hijo mayor. Cuando hallemos este valor obtendremos el dinero que gastó en los útiles, porque adicionaríamos el dinero invertido en los útiles de cada hijo. Llamemos s a la cantidad de dinero pagada por los útiles del hijo mayor y planteémos la ecuación: $3 \times s = 330\,000$; resolvámosla por ambos métodos.

Método gráfico

Elaboramos un diagrama de operador con la multiplicación y el resultado.

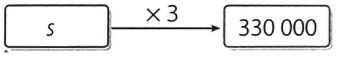


Figura 8.3

Realizamos la operación inversa y operamos.

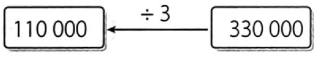


Figura 8.4

Por tanto, $s = 110\,000$.

Método formal

$3 \times s = 330\,000$ Identificamos la operación aplicada a s: una multiplicación.

$\frac{3 \times s}{3} = \frac{330\,000}{3}$ Realizamos la operación inversa: dividimos entre 3 a lado y lado de la ecuación.

$s = 110\,000$ Realizamos las operaciones.

Ambos métodos nos indican que Manuela pagó $ 110 000 por los útiles del hijo mayor y $ 330 000 por los útiles del menor. Por tanto, ella gastó $ 440 000 en total.

Ejemplo 2

Resolvamos la ecuación $\frac{x}{9} = 85$.

Solución

Método gráfico

Observemos los diagramas de la figura 8.5.

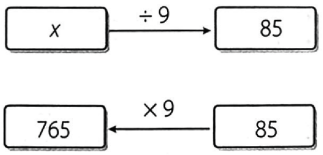


Figura 8.5

Método formal

$\frac{x}{9} = 85$ Identificamos la operación aplicada a la variable x. En este caso, una división entre 9.

$\frac{x}{9} \times 9 = 85 \times 9$ Multiplicamos por 9 a ambos lados de la igualdad.

$x = 765$ Realizamos las operaciones.

EJERCICIOS:

Algunas expresiones del lenguaje común que podemos escribir como expresiones algebraicas se presentan en la tabla 8.1.

Lenguaje común	Asignación de la variable	Expresión algebraica
El triple de un número	x representa el número	$3 \times x$
8 veces un número	y representa el número	$8 \times y$
El precio de 7 artículos iguales	n representa el precio de un artículo	$n \times 7$
La tercera parte de un número	m representa el número	$m \div 3$; $\frac{m}{3}$
El cociente de un número y 10	c representa el número	$c \div 10$; $\frac{c}{10}$
El cociente entre 10 y un número	t representa el número	$10 \div t$; $\frac{10}{t}$

Tabla 8.1

Desarrolla competencias

1. Relaciona cada frase con su expresión algebraica.

a. El producto de un número y 9 — $m \div 9$

b. El producto entre 9 y un número es 99 — $99 \div p = 9$

c. El cociente entre un número y 9 — $p \times 9 = 99$

d. El cociente entre 9 y un número — $s \times 9$

e. El cociente entre 99 y un número es 9 — $d \times 99$

$9 \div k$

2. Identifica las incógnitas en cada caso y escribe una ecuación que represente la situación.

a. El producto de 4 y un número es 29 312.

b. La cuarta parte de un número es 4520.

c. Un número multiplicado por 12 es igual a 672.

d. 12 dividido entre un número es igual a 3.

e. La edad de Sandra es cuatro veces la edad de Mario. La edad de Sandra es 60 años.

f. El precio de 6 jabones iguales es $ 9000.

3. Escribe en lenguaje común cada una de las siguientes expresiones algebraicas.

a. $10 \times m$ **b.** $9 \times p$

c. $n \times 21$ **d.** $\frac{d}{7}$

e. $r \div 32$ **f.** $\frac{9}{m}$

4. Resuelve cada ecuación por los dos métodos y compara los resultados obtenidos.

a. $7 \times x = 98$ **b.** $\frac{x}{2} = 14$

c. $13 \times p = 156$ **d.** $15 \times d = 285$

e. $\frac{z}{8} = 56$ **f.** $20 \times n = 220$

5. Resuelve las ecuaciones por el método formal. Luego, escribe cada solución según la letra que le corresponde en el cuadrado.

a. $85a = 2720$ **b.** $50b = 600$

c. $c \div 4 = 4$ **d.** $56d = 224$

e. $\frac{e}{10} = 2$ **f.** $f \div 12 = 3$

g. $\frac{g}{6} = 4$ **h.** $1372 = 49h$

i. $128 = 16i$

¿A qué es igual la suma de cada una de las filas, las columnas y las diagonales?

a	d	g
b	e	h
c	f	i

EVALUACIÓN:

Razonamiento lógico

6. Escribe los números que faltan en cada diagrama.

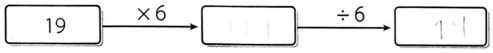
a. 224 → ×29 → 3496

b. 936 → ÷9 → 104

c. ___ → ×11 → 660

d. ___ → ÷10 → 780

e.



f.

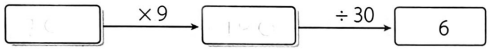


Figura 8.6

7. Una ecuación de la forma $(3 \times c) - 8 = 16$ se puede resolver por el método gráfico como se muestra en la figura 8.7.

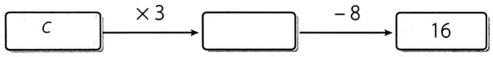


Diagrama asociado a la ecuación.

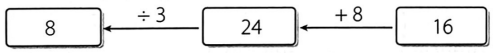


Diagrama inverso.

El valor de c es 8.

Figura 8.7

Utiliza el método anterior para resolver las siguientes ecuaciones.

a. $(2 \times x) + 12 = 20$ **b.** $(4 \times c) - 17 = 23$

c. $(6 \times p) + 38 = 110$ **d.** $(n - 6) \times 5 = 90$

Competencias en TIC

8. Halla los resultados de las siguientes operaciones usando una calculadora. Luego, encuentra el patrón para establecer los valores de a y b.

a. $1 \times 8 + 1 =$ **b.** $12 \times 8 + 2 =$

c. $23 \times 8 + 3 =$ **d.** $1234 \times 8 + 4 =$

$$a \times 8 + b = 98\,765\,432$$

Pensamiento crítico y resolución de problemas

9. Resuelve cada una de las siguientes situaciones.

a. El producto de dos números es 21 775. Si uno de los factores es 67, ¿cuál es el otro factor?

b. El quíntuplo de un número es 2280. ¿Cuál es el número?

c. El divisor en una división es 31 y el cociente es 5565. ¿Cuál puede ser el dividendo?

d. El dividendo de una división es 23 896, el cociente 412 y el residuo 0. ¿Cuál es el divisor?

10. Plantea una ecuación en cada situación y resuélvela.

a. Si Diego duplica la cantidad de dinero que tiene ahorrado, completa $ 840 000. ¿Cuánto dinero tiene Diego ahorrado?

b. La edad de un padre dividida entre 7 es igual a la edad de su hijo. Si el hijo tiene 6 años, ¿cuántos años tiene el padre?

c. El área de un rectángulo es 128 cm^2. Si el largo mide16 cm, ¿cuánto mide el ancho?

d. 135 personas asistieron a un evento, esto es la cuarta parte del número de personas invitadas. ¿Cuántas personas fueron invitadas?

Resumen

Para resolver una ecuación multiplicativa, debemos realizar lo siguiente:

1. Identificar la operación aplicada a la variable .
2. Aplicar la operación inversa de esta operación, multiplicando o dividiendo por un número, distinto de cero, a ambos lados de la igualdad.

Evaluación digital

BIBLIOGRAFÍA: