

**PROPÓSITO:**

**Guía 1.** Determinación de los valores de relaciones trigonométricas para ángulos notables.

**MOTIVACIÓN:**

**Frase:** La motivación es lo que te pone en marcha, el hábito es lo que hace que sigas. Jim Rium.

**EXPLICACIÓN:****Valores de las relaciones trigonométricas para ángulos de 30°, 45° y 60°:**

Llamamos ángulos notables a los ángulos de 30°, 45° y 60°, o en su equivalente en radianes  $\frac{\pi}{6}$ ;  $\frac{\pi}{4}$ ;  $\frac{\pi}{3}$ , respectivamente.

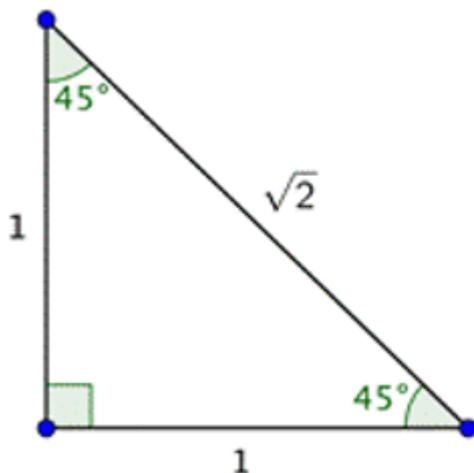
Para obtener los valores exactos de las funciones trigonométricas de estos ángulos, se adoptan 2 triángulos que por conveniencia y facilidad tiene las siguientes dimensiones.

**1) Para funciones de 45°**, se considera un triángulo rectángulo isósceles, cuyos catetos convenientemente miden 1, así:

**NOTA:** La hipotenusa se obtiene aplicando teorema de Pitágoras.

$$h^2 = a^2 + b^2; \quad h^2 = 1^2 + 1^2 = 2; \quad h = \sqrt{2}$$

-Calculando las relaciones trigonométricas para un ángulo de 45°.



$$\operatorname{sen} 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} * \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{cos} 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

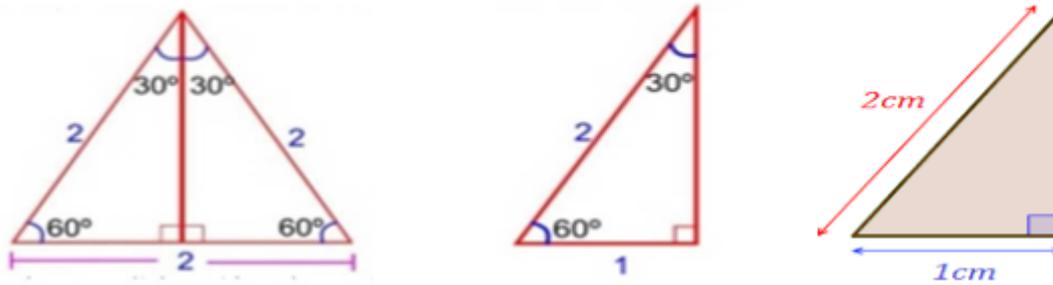
$$\operatorname{tan} 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$

$$\operatorname{cot} 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$

$$\operatorname{sec} 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{csc} 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

**2) Para calcular los valores de las funciones de 30° y 60°**, se considera un triángulo equilátero de lado 2. Recordemos que un triángulo equilátero todos los lados son iguales y por tanto sus ángulos también son iguales a 60°. Se procede como sigue:



Se traza una altura, la cual por la simetría del triángulo equilátero es una **bisectriz**, es decir parte a la mitad el ángulo de  $60^\circ$  y además intercepta con la mitad de la base. Por Pitágoras se determina que el valor de la altura (h), es:

$$h^2 = 2^2 - 1^2 = 4 - 1 = 3; \quad h = \sqrt{3}$$

Podemos calcular el valor de las relaciones trigonométricas para el ángulo  $30^\circ$

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{cos} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{cos} 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cot 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

$$\sec 30^\circ = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\operatorname{csc} 30^\circ = \frac{2}{1} = 2$$

En resumen, tenemos que:

Razón	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$
$\operatorname{sen} \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
$\operatorname{cos} \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0
$\sec \alpha$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	2	-	-1	-
$\operatorname{csc} \alpha$	-	2	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1	-	-1

Ejemplo:

Calcular el valor de la expresión:  $\frac{\text{sen}^2 45 + \text{sen}^2 60}{\text{tan}^2 60}$

Para ello reemplazamos el valor de cada relación trigonométrica y efectuamos las operaciones.

$$\frac{\text{sen}^2 45 + \text{sen}^2 60}{\text{tan}^2 60} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\frac{2}{4} + \frac{3}{4}}{3} = \frac{\frac{5}{4}}{3} = \frac{5}{12}$$

## EJERCICIOS:

### Ejercicios:

1. Terminar de calcular el valor de las R.T. para el ángulo de  $60^\circ$
2. Calcular el valor de las siguientes expresiones:
  - 2.1.  $\text{sen } 30^\circ + 2 \cos 45^\circ$
  - 2.2.  $\frac{\cos 30^\circ}{\text{sen } 60^\circ} + 4 \tan 30^\circ$
  - 2.3.  $\tan 180^\circ + 4 \text{sen } 60^\circ + 5 \cos 30^\circ$
  - 2.4.  $6 \cos 45^\circ + 2 \text{sen } 45^\circ + 4 \tan 45^\circ$
  - 2.5.  $\frac{1}{3} \tan 45^\circ + \cos 60^\circ + \text{sen } 30^\circ$
  - 2.6.  $\frac{-4 \cos 30^\circ + \text{csc } 60^\circ}{\sec 30^\circ}$
  - 2.7.  $\text{sen } 90^\circ - \cos 180^\circ + \text{sen } 30^\circ$

## EVALUACIÓN:

El estudiante debe presentar en forma ordenada, puntual y bien desarrollada la guía. Debe evidenciar su asistencia a los encuentros virtuales programados y presentar la evaluación objetiva del tema.

## BIBLIOGRAFÍA: