

PROPÓSITO:

GUIA 4

Reconoce la estructuras conceptuales y de procedimiento relacionadas con las relaciones y las funciones entre conjuntos.

MOTIVACIÓN:

Para entender mejor el tema por favor observe con atención el siguiente vídeo:

<https://youtu.be/wOAJ2YhfSPY>

EXPLICACIÓN:

RELACIONES

Producto cartesiano:

El producto cartesiano de los conjuntos A y B es el conjunto de las parejas ordenadas de la forma (a, b) , tales que la primera componente pertenece a A y la segunda componente pertenece a B . Simbólicamente:

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, \wedge, b \in B\}$$

EJEMPLO 1

Sean $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{3, 7, 4, 6\}$; entonces:

$$A \times B = \{(1,3), (1,7), (1,4), (1,6), (2,3), (2,7), (2,4), (2,6), (3,3), (3,7), (3,4), (3,6)\}$$

En general, $A \times B \neq B \times A$, es decir, no es conmutativo.

Una representación gráfica de $A \times B$, la efectuamos de la siguiente manera:

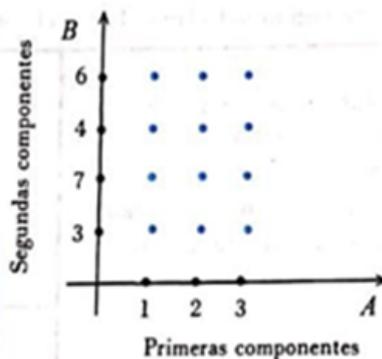


Figura 2-10

EJEMPLO 2

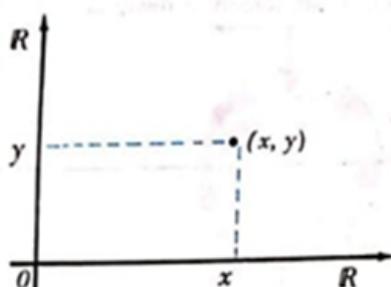


Figura 2-11

Sea \mathbb{R} el conjunto de los reales.

$\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$, es claramente un conjunto infinito de parejas ordenadas; la representación gráfica de este conjunto se conoce como el "plano cartesiano" (figura 2-11).

$(x, y) \in \mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, pues $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.

2.3.2 Relaciones entre conjuntos

Antes de definir relación consideremos el siguiente ejemplo:

Sea $A = \{3, 7, 6, 4\}$. Luego:

$$A \times A = \left\{ \begin{array}{cccc} (3,3), & (3,7), & (3,6), & (3,4) \\ (7,3), & (7,7), & (7,6), & (7,4) \\ (6,3), & (6,7), & (6,6), & (6,4) \\ (4,3), & (4,7), & (4,6), & (4,4) \end{array} \right\}$$

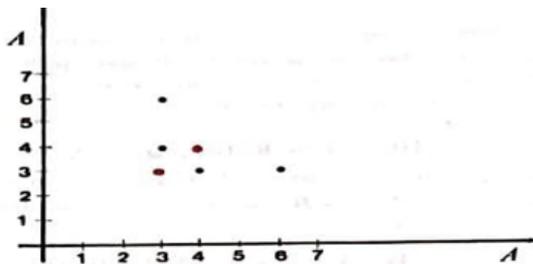


Figura 2-12

Consideremos ahora el subconjunto de $A \times A$:

$$R = \{(x, y) : x + y < 10\} = \{(3,3), (3,6), (3,4), (6,3), (4,3), (4,4)\}.$$

Decimos entonces que el conjunto R es una relación en A .

La figura 2-12, muestra las parejas que pertenecen a R y se denomina gráfico cartesiano de la relación R .

Existe otra forma de representar gráficamente una relación definida en un conjunto, y es el llamado "gráfico de flechas".

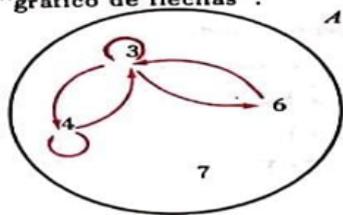


Figura 2-13

$6 \rightarrow 3$ Significa que $(6,3) \in R$.
 (3) Significa que $(3,3) \in R$.

DEFINICIÓN

Una relación en un conjunto A , es cualquier subconjunto del producto cartesiano $A \times A$. La definición anterior la podemos generalizar de la siguiente manera:

Una relación definida de un conjunto A en un conjunto B , es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

Observa que $A \times B$ es una relación ya que $A \times B \subseteq A \times B$. El conjunto $\phi \subset A \times B$ se conoce como la relación vacía.

2.3.3 Elementos de una relación

En toda relación consideramos:

1. **Dominió:** es el conjunto de las primeras componentes de las parejas que pertenecen a la relación.
2. **Rango:** es el conjunto de las segundas componentes de las parejas que pertenecen a la relación.
3. **Gráfica:** es el conjunto de puntos del plano, los cuales representan las parejas que pertenecen a la relación.

EJERCICIOS:

TALLER

Sea $A = \{1,3,4,2\}$ y $B = \{9,3,4\}$ Hallar $A \times B$ y luego hallar las siguientes relaciones definidas en $A \times B$

1. $R_1 = \{(x, y) : x + y < 6\}$ (La primera componente más la segunda componente deben ser menores que 6, la primera componente es x la segunda es y)
2. $R_2 = \{(x, y) : x + y > 8\}$ (La primera componente más la segunda componente deben ser mayores que 8, la primera componente es x la segunda es y)
3. $R_3 = \{(x, y) : x > y\}$ (La primera componente debe ser mayor que la segunda componente, la primera componente es x la segunda es y)

EVALUACIÓN:

En el espacio de tarea por favor enviar resueltos los ejercicios dejados anteriormente.

BIBLIOGRAFÍA:

Matemática practica 11. Editorial voluntad.

<http://dgenp.unam.mx/direccgral/secacad/cmatematic...>

<https://www.youtube.com/watch?v=L17xfe3HoZE>