PROPÓSITO:

GUÍA 09

Identificar conceptos y procesos de saberes básicos con números fraccionarios y decimales, y los aplica en la solución de ejercicios y situaciones problema

MOTIVACIÓN:

Significados de la fracción

Ideas previas

El contenido de cinco botellas de jugo de un litro se reparte en partes iguales entre 15 niños. ¿Qué parte le corresponde a cada uno?

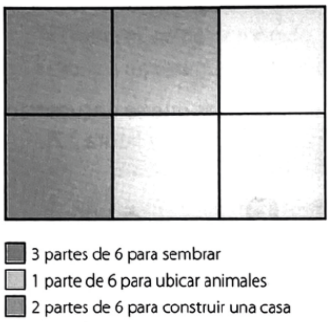


Figura 20.1

Carlos quiere dividir su finca, que es un terreno rectangular, en seis parcelas iguales, de tal forma que tres sean para sembrar, una para ubicar a los animales y las dos que quedan para construir una casa.

Podemos representar cada parte con una **fracción**. Para ello, tomamos el terreno como la unidad y las parcelas empleadas para cada caso como partes de dicha unidad. Observemos.

- Dividimos el terreno es seis partes iguales: $1 = \frac{6}{6}$ (seis sextos: seis partes iguales de seis).
- Tomamos tres partes del terreno para sembrar: $\frac{3}{6}$ (tres sextos).
- Ubicamos los animales en una de las seis partes del terreno: $\frac{1}{6}$ (un sexto).
- Dejamos dos partes de seis para construir la casa: $\frac{2}{6}$ (dos sextos).

Ejemplo 1

A Pedro le corresponde llevar los jugos para sus compañeros en el paseo de final de año. Decide comprar 24 jugos, repartir los $\frac{7}{8}$ del total y dejar el resto para él. ¿Cuántos jugos le quedan a Pedro?

Solución

Repartimos los 24 jugos en 8 grupos con igual número de jugos: corresponden 3 jugos por grupo. Luego, tomamos 7 grupos de los 8, es decir, los $\frac{7}{8}$ que corresponden a 21 jugos. Entonces, a Pedro le quedarán 3 jugos que representan $\frac{1}{8}$ del total de jugos.

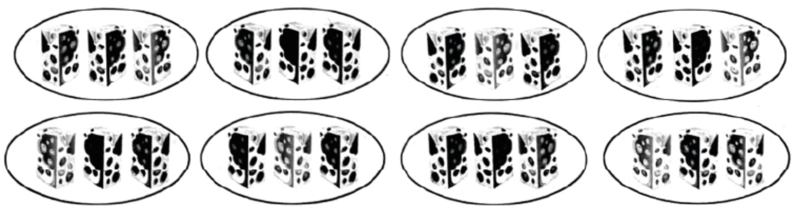


Figura 20.2

La **fracción** $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$ describe la relación entre las partes en que se ha divido la unidad o todo y el número de partes que se toman. El número a es el **numerador** e indica el número de partes que se toman y el número b es el **denominador** e indica la partes iguales en que se divide el todo o la unidad.

Algunas veces usamos las fracciones para representar la **comparación entre dos cantidades.**

Ejemplo 2

La familia López está conformada por 5 personas de las cuales 2 usan gafas. ¿Qué fracción del número total de integrantes de la familia representa a los que usan gafas? ¿Qué fracción representa a los que no usan gafas?

Solución

Como hay 2 personas que usan gafas de un total de 5, la fracción del número de integrantes de la familia que usan gafas es $\frac{2}{5}$. El numerador de la fracción indica el número de personas que usan gafas y el denominador el número total de personas de la familia. La fracción que corresponde a la cantidad de personas que no usan gafas es $\frac{3}{5}$.

Ejemplo 3

Utilicemos fracciones para expresar las siguientes situaciones.

a. Veinte de cada 100 conductores son infractores.

b. Tres de cada diez lanzamientos son anotaciones.

Solución

a. La fracción que describe la situación es $\frac{20}{100}$ y podemos leerla de la siguiente manera: 20 es a 100.

b. La fracción es $\frac{3}{10}$ y podemos leerla así: 3 es a 10.

En las situaciones anteriores, utilizamos las fracciones para **comparar el todo con la parte**.

> Las fracciones se utilizan para **comparar** las partes con el todo o unidad.

Ejemplo 4

La escuela de patinaje Las panteras cuenta con 12 integrantes en total en el nivel avanzado: 7 niñas y 5 niños.

Podemos comparar la cantidad de niñas con la cantidad de niños usando cualquiera de las expresiones que se presentan a continuación:

- Por cada 7 niñas, hay 5 niños.
- La cantidad de niñas es a la de niños como 7 es a 5.
- La cantidad de niñas es siete quintos $\left(\frac{7}{5}\right)$ de la cantidad de niños.

Si comparamos la cantidad de niños con la cantidad de niñas decimos lo siguiente:

- Por cada 5 niños hay 7 niñas.
- La cantidad de niños es a la de niñas como 5 es a 7.
- La cantidad de niños es cinco séptimos $\left(\frac{5}{7}\right)$ de la de niñas.

> Las fracciones permiten comparar cantidades de la misma magnitud.
> En este caso, la fracción se denomina **razón**.

EXPLICACIÓN:

Para recordar

En las fracciones, entendidas como cocientes, el numerador es el dividendo y el denominador es el divisor.

Ejemplo 5

Para la fiesta de cumpleaños de Francisca, se compraron 100 galletas y 10 litros de helado para repartir por igual entre 50 invitados. ¿Qué parte de cada comestible le corresponde a un invitado?

Solución

Para dar respuesta a la pregunta, dividimos el total de cada producto entre el número de invitados. Entonces, a cada invitado le corresponde lo siguiente:

Galletas: $100 \div 50 = \frac{100 \text{ galletas}}{50 \text{ invitados}} = 2$ galletas por persona.

Helado: $10 \div 50 = \frac{10 \text{ litros helado}}{50 \text{ invitados}} = \frac{1}{5}$ de litro de helado.

El **cociente** entre dos cantidades también puede expresarse utilizando fracciones.

Figura 20.4

Ejemplo 6

Cuando fotocopiamos un documento como un carné y la imagen queda reducida a la mitad, estamos aplicando el operador $\frac{1}{2}$. En este caso, decimos que la fracción $\frac{1}{2}$ actúa como **reductora**.

Ejemplo 7

Un rectángulo tiene 6 cm de largo y 4 cm de ancho. Dibujémoslo $\frac{3}{2}$ veces más grande que el original.

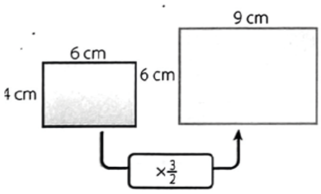


Figura 20.5

Solución

Un medio $\left(\frac{1}{2}\right)$ de 6 es 3. Tres medios $\left(\frac{3}{2}\right)$ de 6 es 3 veces 3, es decir, 9.

Un medio $\left(\frac{1}{2}\right)$ de 4 es 2. Tres medios $\left(\frac{3}{2}\right)$ de 4 es 3 veces 2, es decir, 6.

Por tanto, las dimensiones del nuevo rectángulo serán 9 cm de largo y 6 cm de ancho.

La fracción $\frac{3}{2}$ actúa como **ampliadora**.

Observa que también podemos hallar los $\frac{3}{2}$ de 6 y de 4 de la siguiente manera:

$\frac{3}{2} \times 6 = (3 \times 6) \div 2 = 18 \div 2 = 9$ $\quad \frac{3}{2} \times 4 = (3 \times 4) \div 2 = 12 \div 2 = 6$

Para hallar la parte de un número visto como la unidad, podemos realizar dos procesos:

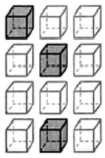
- Dividir el número entre el denominador de la fracción que representa la parte y multiplicar el resultado por el numerador de la fracción.
- Multiplicar el número por el numerador de la fracción que representa la parte y dividir el resultado entre el denominador de la fracción.

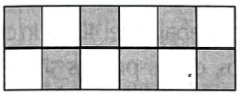
Las fracciones también las empleamos como **transformadores** denominados **operadores**, los cuales reducen o amplían cantidades.

Desarrolla competencias

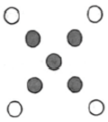
1. Escribe en cada caso las fracciones que representan la parte coloreada y la no coloreada.

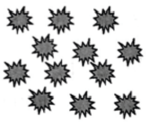
a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

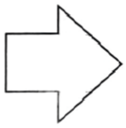
g. 

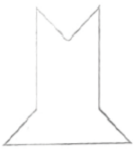
h. 

Figura 20.6

2. Divide cada figura en partes iguales y colorea la fracción indicada.

a. $\frac{5}{6}$ 

b. $\frac{6}{8}$ 

c. $\frac{1}{2}$ 

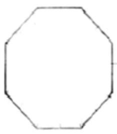
d. $\frac{11}{16}$ 

Figura 20.7

Trabajo colaborativo

3. Discute con un compañero por qué en la figura 20.8 la parte coloreada es $\frac{15}{36}$.

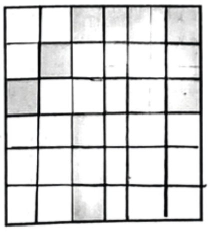


Figura 20.8

Entretenimiento

4. Divide cada una de las figuras *X* y *Y* en dos partes iguales. Colorea $\frac{1}{2}$ de la superficie de cada figura.

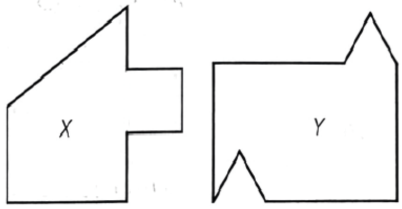


Figura 20.9

5. Escribe una situación que se represente con cada una de las fracciones dadas.

a. $\frac{3}{7}$ b. $\frac{5}{9}$ c. $\frac{1}{6}$ d. $\frac{5}{3}$

6. Utiliza en cada caso una fracción para hacer la comparación.
   a. La familia Durán consta de 3 mujeres por cada 2 hombres.
   b. Asisten a la fiesta de Nico 2 adultos por cada niño.
   c. El número de cartas que tiene Juan es a la cantidad de cartas que tiene César como 10 es a 15.
   d. La altura de María (medida en cm) es a la altura de Arnulfo como 1 es a 3.
   e. Un ramo tiene cinco rosas, de las cuales tres son blancas y dos amarillas.

7. Responde la pregunta en cada caso.
   a. Darío reparte 4 litros de jugo en partes iguales entre sus 5 invitados. ¿Qué cantidad de jugo le corresponde a cada invitado?
   b. Se quieren repartir equitativamente 3 chocolatinas entre 5 amigos. ¿Qué parte de las chocolatinas le corresponde a cada uno?
   c. La tía de Juan distribuye en partes iguales 25 m de cinta en 7 adornos florales. ¿Cuántos centímetros de cinta le corresponde a cada adorno?
   d. Un profesor de educación física reparte en partes iguales 56 canicas entre 7 niños. ¿Qué parte del total de canicas le corresponde a cada niño?

EJERCICIOS:

8. Completa la tabla 20.1.

	Se le aplica el operador:	El resultado es:
28	$\frac{2}{7}$	
45	$\frac{8}{9}$	
26	$\frac{1}{13}$	
	$\frac{1}{10}$	80
	$\frac{2}{9}$	120
240	$\frac{3}{8}$	

Tabla 20.1

9. Explica por qué no tiene sentido que el denominador de una fracción sea cero. ¿El segundo componente de una razón puede ser cero?

Pensamiento crítico y resolución de problemas

10. Martha compró la quinta parte de 20 quesos que había en una salsamentaría. ¿Cuántos quesos llevó Martha?

11. ¿Cuántos cuartos tiene una hora?¿Cuántos minutos tiene un cuarto de hora? Si se dice que falta un cuarto de hora para las cinco, ¿qué hora es?

12. 30 de 90 personas en un grupo son mujeres. ¿Qué parte del número de personas son hombres?

13. Susana tiene que empacar 280 pocillos en cajas y solo empaca $\frac{1}{7}$ del total. ¿Cuántos le faltan?

14. En un mapa, la longitud de la vía Bogotá – Cali es 48 cm. Si la distancia real es 504 km, ¿cuántos kilómetros representa cada centímetro en el mapa?

15. En un almacén, están con rebajas del 40%. Un cliente compra tres artículos, cuyos precios sin rebaja son $ 15 000, $ 95 000 y $ 65 000. ¿Cuánto debe pagar en total si le otorgan el descuento?

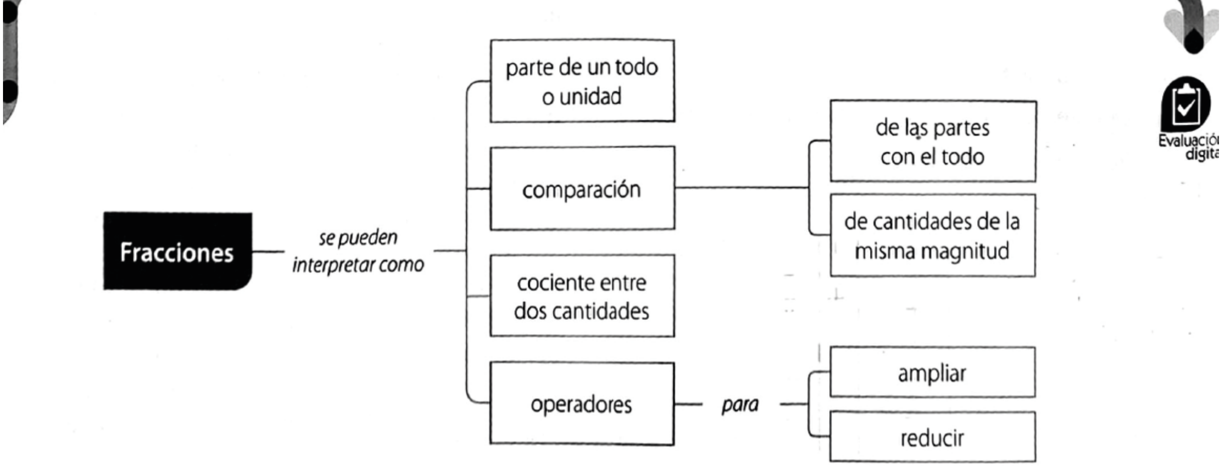
16. Marcela ha recorrido 450 km para ir de una ciudad a otra. Para llegar a una ciudad intermedia recorrió $\frac{5}{9}$ del recorrido total. ¿A qué distancia está la ciudad intermedia con respecto al sitio de partida?

17. Valentina debe realizar 25 ejercicios de matemáticas y le faltan por hacer $\frac{3}{5}$ del total. ¿Cuántos ejercicios ha hecho Valentina?

18. Miguel tiene $\frac{3}{7}$ de la edad de su papá, que tiene 49 años. ¿Cuántos años tiene Miguel?

19. María gastó $\frac{2}{9}$ en verduras de los $ 54 000 que le costó el mercado total. ¿Cuánto costó el resto?

Resumen



Números fraccionarios

Clases de fracciones y fracciones equivalentes

Ideas previas

Juanita quiere representar gráficamente la fracción nueve quintos, usando como unidad un rectángulo dividido en 5 partes iguales. ¿Cuántos quintos puede representar en un solo rectángulo?¿Cuántos rectángulos debe utilizar para representar nueve quintos?

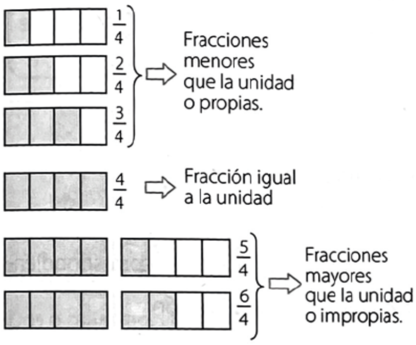


Figura 21.1

Clases de fracciones

Una fracción puede ser menor, igual o mayor que la unidad. Dicho orden clasifica las fracciones en **propias**, **iguales a la unidad** e **impropias**, tal y como observamos en la figura 21.1.

Una **fracción propia** tiene el numerador menor que el denominador. Este tipo de fracción representa una cantidad menor que la unidad.

Una **fracción impropia** tiene el numerador mayor que el denominador. Este tipo de fracción representa una cantidad mayor que la unidad.

Una fracción **igual a la unidad** tiene el numerador y el denominador iguales. Este tipo de fracción representa una unidad.

Ejemplo 1

Completemos cada fracción escribiendo aquellos números que pueden ir en el numerador para que la fracción sea propia.

a. $\frac{\square}{4}$ **b.** $\frac{\square}{15}$ **c.** $\frac{\square}{32}$

Solución

En una fracción propia el numerador es menor que el denominador. Entonces, para cada caso, tenemos lo siguiente:

a. Los números que pueden ir en el numerador son 1, 2 y 3.
b. Los números que pueden ir son naturales mayores que 0 y menores que 15.
c. Los números que pueden ir son los naturales mayores que 0 y menores que 32.

Ejemplo 2

Clasifiquemos las siguientes fracciones.

a. $\frac{7}{8}$ **b.** $\frac{31}{3}$ **c.** $\frac{16}{16}$

Solución

a. Fracción propia: el numerador es menor que el denominador.
b. Fracción impropia: el numerador es mayor que el denominador.
c. Fracción igual a la unidad: el numerador es igual al denorminador.

EVALUACIÓN:

Desarrolla competencias

1. Represента cada fracción e indica si es propia, impropia o igual a la unidad.

   a. $\frac{7}{5}$ b. $\frac{5}{11}$ c. $\frac{3}{10}$

   d. $\frac{11}{2}$ e. $\frac{6}{6}$ f. $\frac{5}{4}$

2. Determina un número mixto y una fracción impropia que represente la parte coloreada de cada figura.

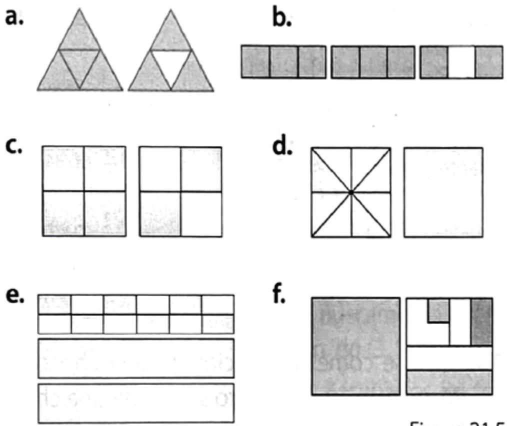


Figura 21.5

3. Escribe cada número mixto como fracción.

   a. $6\frac{7}{10}$ b. $4\frac{2}{7}$ c. $1\frac{6}{13}$ d. $3\frac{5}{9}$

4. Escribe el número mixto que le corresponde a cada fracción.

   a. $\frac{9}{2}$ b. $\frac{17}{4}$ c. $\frac{69}{7}$ d. $\frac{83}{10}$

Razonamiento lógico

5. Adriana usa la sustracción para expresar una fracción impropia como número mixto. Analiza el método y explícalo.

$$\frac{12}{5} \rightarrow \begin{array}{r} 12 \\ -5 \\ \hline 7 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \\ -5 \\ \hline 2 \end{array} \rightarrow 2\frac{2}{5}$$

$$\frac{10}{3} \rightarrow \begin{array}{r} 10 \\ -3 \\ \hline 7 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \\ -3 \\ \hline 4 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 4 \\ -3 \\ \hline 1 \end{array} \rightarrow 3\frac{1}{3}$$

6. Determina y escribe tres fracciones equivalentes a la fracción que representa la región coloreada de cada una de las siguientes figuras.

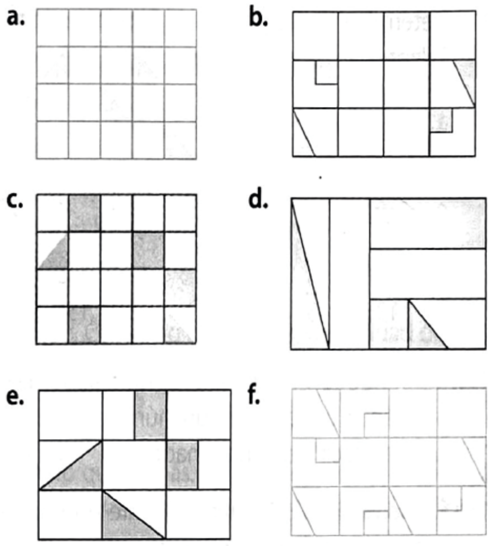


Figura 21.6

7. Complifica cada fracción por los números indicados.

   a. $\frac{11}{5}$; 3, 8 y 12 b. $\frac{23}{17}$; 4, 7 y 15

   c. $\frac{101}{21}$; 2, 5 y 13 d. $\frac{75}{230}$; 5, 10 y 16

8. Simplifica las siguientes fracciones hasta obtener una irreducible.

   a. $\frac{15}{12}$ b. $\frac{40}{100}$ c. $\frac{106}{740}$

   d. $\frac{64}{128}$ e. $\frac{33}{99}$ f. $\frac{125}{225}$

9. Escribe cuatro fracciones equivalentes a cada una de las fracciones dadas.

   a. $\frac{3}{6}$ b. $\frac{27}{54}$ c. $\frac{1}{17}$ d. $\frac{25}{60}$

10. Completa los cuadros para convertir cada pareja en fracciones equivalentes.

   a. $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$ b. $\frac{48}{63} = \frac{16}{21}$

   c. $\frac{121}{11} = \frac{11}{1}$ d. $\frac{7}{5} = \frac{45}{25}$

   e. $\frac{25}{25} = \frac{100}{100}$ f. $\frac{15}{4} = \frac{5}{12}$

   g. $\frac{14}{21} = \frac{7}{14}$ h. $\frac{2}{2} = \frac{3}{3}$

Desarrolla competencias

1. Ubica las siguientes fracciones en la recta numérica y escríbelas en orden de menor a mayor.

   a. $\frac{3}{11}$ y $\frac{7}{9}$ **b.** $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}$ y $\frac{9}{16}$

   c. $\frac{5}{7}, \frac{3}{5}, \frac{3}{2}$ y $\frac{6}{2}$ **d.** $1\frac{3}{7}, 1\frac{1}{14}$ y $3\frac{1}{5}$

2. Escribe en cada caso una fracción que cumpla las características indicadas.

   a. Que esté entre 0 y $\frac{1}{2}$.

   b. Que sea impropia y mayor que 4.

   c. Que sea propia y menor que 2.

   d. Que tenga el mismo denominador que $\frac{11}{9}$, pero que sea una fracción mayor.

   e. Que tenga un denominador diferente a $\frac{3}{7}$, pero que sea una fracción menor.

   f. Que esté entre $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{9}$.

   g. Que esté entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{4}$.

Razonamiento lógico

3. Encuentra cinco fracciones cuya ubicación corresponda al punto *A* y cinco, al punto *B*.

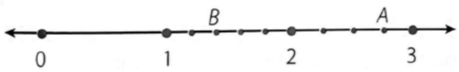


Figura 22.5

4. Escribe los símbolos >, < o = según corresponda.

   a. $\frac{5}{8} \square \frac{9}{13}$ **b.** $\frac{45}{100} \square \frac{7}{9}$

   c. $4\frac{1}{2} \square 3\frac{2}{3}$ **d.** $5\frac{1}{3} \square 5\frac{2}{3}$

   e. $8\frac{5}{6} \square 8\frac{9}{13}$ **f.** $\frac{36}{5} \square \frac{78}{9}$

5. Escribe un número que cumpla la relación indicada en las siguientes fracciones.

   a. $\frac{9}{7} \geq \frac{\square}{5} \geq \frac{2}{\square} \geq \frac{1}{7}$

   b. $\frac{6}{7} \leq \frac{\square}{6} \leq \frac{7}{\square} \leq \frac{\square}{14}$

   c. $\frac{7}{8} \geq \frac{\square}{4} \geq \frac{1}{\square} \geq 0$

   d. $\frac{15}{2} \geq \frac{\square}{3} \geq \frac{8}{\square} \geq \frac{2}{\square}$

   e. $1 \leq \frac{\square}{5} \leq \frac{4}{\square} \leq \frac{\square}{10}$

Pensamiento crítico y resolución de problemas

6. Un grupo de amigos tiene igual número de cajas de galletas para vender. Al final del día, Javier vende $\frac{5}{16}$ del número total de sus cajas; Mario, $\frac{7}{12}$; Francisco, $\frac{11}{24}$; y Samuel, $\frac{5}{8}$. ¿Quién vendió más?

7. Nancy alcanzó a recorrer $\frac{6}{7}$ y José $\frac{3}{4}$ de la pista en una competencia de atletismo. ¿Quién realizó el mayor recorrido?

8. David y Sonia deben leer un libro de historia. David ha leído $\frac{7}{10}$ y Sonia $\frac{4}{5}$ del número total de páginas. ¿A quién le faltan menos páginas por leer?

Resumen

Existen por lo menos dos métodos para ordenar dos o más fracciones:

1. Hallando fracciones equivalentes con el mínimo común múltiplo de los denominadores.
2. Ubicando las fracciones en la recta numérica. Al representar dos fracciones sobre la recta numérica, la fracción menor queda ubicada a la izquierda de la mayor.

Evaluación digital

BIBLIOGRAFÍA: