

PROPÓSITO:

Guía 1. Demostración de identidades trigonométricas.

MOTIVACIÓN:

Frase: Cree en ti y todo será posible.

EXPLICACIÓN:

$$6. \frac{\operatorname{sen}\theta}{1+\operatorname{cos}\theta} + \operatorname{cot}\theta = \operatorname{csc}\theta$$

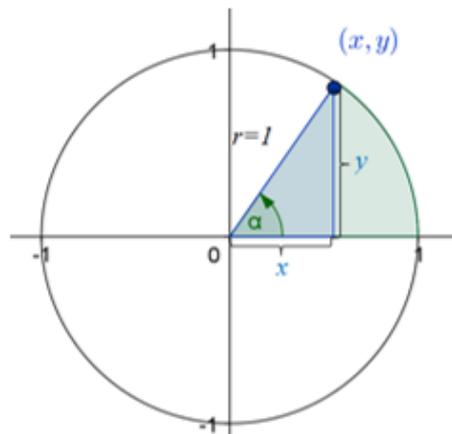
$$\frac{\operatorname{sen}\theta}{1+\operatorname{cos}\theta} + \operatorname{cot}\theta = \frac{\operatorname{sen}\theta}{1+\operatorname{cos}\theta} + \frac{\operatorname{cos}\theta}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{\operatorname{sen}^2\theta + \operatorname{cos}\theta + \operatorname{cos}^2\theta}{(1+\operatorname{cos}\theta).\operatorname{sen}\theta}$$

$$= \frac{1+\operatorname{cos}\theta}{(1+\operatorname{cos}\theta).\operatorname{sen}\theta} = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta} = \operatorname{csc}\theta$$

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS.

Una **identidad trigonométrica** es una igualdad que vincula dos funciones trigonométricas y es válida en el dominio común o descartando los puntos que anulan alguna función en caso de ser divisor.

Para obtener las identidades trigonométricas utilizamos el círculo goniométrico, que es un círculo cuyo radio vale 1.



$\operatorname{Sen} \alpha = y$; $\operatorname{Cos} \alpha = x$; aplicando el teorema de Pitágoras, tenemos:

$$y^2 + x^2 = 1; \text{reemplazando}; \quad \operatorname{Sen}^2 \alpha + \operatorname{Cos}^2 \alpha = 1$$

Identidades pitagóricas.

$$\text{➤ } \text{Sen}^2 \alpha + \text{Cos}^2 \alpha = 1$$

$$\text{➤ } \text{Sec}^2 \alpha = 1 + \text{tan}^2 \alpha$$

$$\text{➤ } \text{Csc}^2 \alpha = 1 + \text{Cot}^2 \alpha$$

Identidades inversas.

$$\text{Csc } \alpha = \frac{1}{\text{Sen} \alpha}$$

$$\text{Sec } \alpha = \frac{1}{\text{Cos} \alpha}$$

$$\text{Cot } \alpha = \frac{1}{\text{Tan} \alpha}$$

$$\text{Tan } \alpha = \frac{\text{Sen} \alpha}{\text{Cos} \alpha}$$

$$\text{Cot } \alpha = \frac{\text{Cos} \alpha}{\text{Sen} \alpha}$$

Para demostrar identidades, debemos tener en cuenta:

- Expresar todas las relaciones en función del $\text{Sen } \alpha$ y $\text{Cos } \alpha$
- Partir de un lado de la identidad para llegar al otro.
- Realizar las operaciones.

Ejemplos:

1. Demostrar que $\text{Cos} x \cdot \text{Sec} x = 1$; tenemos que $\text{Sec } \alpha = \frac{1}{\text{Cos} \alpha}$, reemplazamos:

$$\text{Cos} x \cdot \text{Sec} x = \text{Cos} x \cdot \left(\frac{1}{\text{Cos} x} \right) = \frac{\text{Cos} x}{\text{Cos} x} = 1$$

2. $\text{Sen} x \cdot \text{Sec} x = \text{Tan} x$; tenemos que $\text{Sec } \alpha = \frac{1}{\text{Cos} \alpha}$; reemplazamos:

$$\text{Sen} x \cdot \text{Sec} x = \text{Sen} x \cdot \frac{1}{\text{Cos} x} = \frac{\text{Sen} x}{\text{Cos} x} = \text{Tan} x.$$

3. $\frac{\text{Csc} x}{\text{Sec} x} = \text{Cot} x$. Tenemos que $\text{Csc } \alpha = \frac{1}{\text{Sen} \alpha}$, y $\text{Sec } \alpha = \frac{1}{\text{Cos} \alpha}$; reemplazamos:

$$\frac{\text{Csc} x}{\text{Sec} x} = \frac{\frac{1}{\text{Sen} x}}{\frac{1}{\text{Cos} x}} = \frac{\text{Cos} x}{\text{Sen} x} = \text{Cot} x.$$

4. $\text{Cot} x \cdot \text{Sec} x = \text{Csc} x$: tenemos que: $\text{Cot } \alpha = \frac{\text{Cos} \alpha}{\text{Sen} \alpha}$, y, $\text{Sec } \alpha = \frac{1}{\text{Cos} \alpha}$

$$\text{Cot} x \cdot \text{Sec} x = \frac{\text{Cos} x}{\text{Sen} x} \cdot \frac{1}{\text{Cos} x} = \frac{\text{Cos} x}{\text{Sen} x \cdot \text{Cos} x} = \frac{1}{\text{Sen} x} = \text{Csc} x$$

5. $\frac{\text{Tan} x + \text{Cos} x}{\text{Sen} x} = \text{Sec} x + \text{cot} x$;

$$\begin{aligned} \frac{\text{Tan} x}{\text{Sen} x} + \frac{\text{Cos} x}{\text{Sen} x} &= \frac{\text{Sen} x}{\text{Cos} x} + \text{Cot} x = \frac{\text{Sen} x}{\text{Sen} x \cdot \text{Cos} x} + \text{Cot} x = \frac{1}{\text{Cos} x} + \text{Cot} x \\ &= \text{Sec} x + \text{Cot} x \end{aligned}$$

EJERCICIOS:

Ejercicios:

Demostrar las siguientes identidades:

$$1. \operatorname{sen}^4\theta - \operatorname{cos}^4\theta = \operatorname{sen}^2\theta - \operatorname{cos}^2\theta$$

$$2. \frac{1+\tan\theta}{\sec\theta} = \operatorname{sen}\theta + \operatorname{cos}\theta$$

$$3. \frac{\cot\theta}{\cos\theta} + \frac{\sec\theta}{\cot\theta} = \sec^2\theta \cdot \operatorname{csc}\theta$$

$$4. \frac{\cot\theta-1}{1-\tan\theta} = \cot\theta$$

$$5. \frac{1}{\cos^2\theta} - 1 = \tan^2\theta$$

$$6. \frac{\tan\theta-\cot\theta}{\tan\theta+\cot\theta} = 1 - 2\cos^2\theta$$

$$7. \tan\theta \cdot \operatorname{sen}\theta + \operatorname{cos}\theta = \sec\theta$$

EVALUACIÓN:

Evaluación:

- Asistencia y participación de las actividades remotas.
- Copiar clara y ordenadamente la guía propuesta.
- Realización y presentación (remota) de los ejercicios resueltos propuestos en la guía.
- Entrega puntual de las actividades.
- Realización de la autoevaluación.

BIBLIOGRAFÍA: