PROPÓSITO:

Guía 1: Factorización de expresiones algebraicas.

MOTIVACIÓN:

Frase: Cree en ti y todo será posible.

EXPLICACIÓN:

Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como producto de dos o más expresiones. Un polinomio que se puede expresar como producto de factores diferentes a él se llama **polinomio compuesto.**

Factorización de polinomios cuyos términos tienen un factor común:

Cuando se resuelve el producto de un monomio por un polinomio, se aplica la propiedad distributiva, por ejemplo: $x(x^2 + y) = x^3 + xy$

Al factorizar se aplica el proceso inverso, es decir, **se busca un factor de cada término que sea común a todos.**

Ejemplos:

- $6a - 6 = 6(a - 1)$; el factor común en ambos términos es 6.
- $x^4y^2 - x^2y^4 = x^2y^2(x^2 - y^2)$; el factor común es x^2y^2; puesto que las variables x, y son comunes en los dos términos y el **menor** exponente tanto para la x como para la y es 2.
- $9a^3bc + 12a^6b = 3a^3b(3c + 4a^3)$; el factor común es $3a^3b$.

En algunas expresiones algebraicas **el factor común puede ser un polinomio,** miremos algunos ejemplos:

Ejemplos:

- $m(m - n) + n^2(m - n)$; tenemos dos términos separados por el signo +, y en ellos el factor común es $(m - n)$, por tanto:
$$m(m - n) + n^2(m - n) = (m - n)(m + n^2)$$
- $(x^2 + 1)(x + y) - (x^2 + 1)(x - y)$; el factor común es $(x^2 + 1)$, por lo tanto:

$$\begin{aligned}(x^2 + 1)(x + y) - (x^2 + 1)(x - y) &= (x^2 + 1)((x + y) - (x - y)) \\ &= (x^2 + 1)(x + y - x + y) \\ &= (x^2 + 1)(2y)\end{aligned}$$

FACTORIZACIÓN DE LA DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boldsymbol{a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)}$$

Toda diferencia de cuadrados se descompone en dos factores, uno es la suma de las raíces cuadradas y otro es la diferencia de dichas raíces.

Ejemplos:

- $9 - a^2b^4$; raíz cuadrada de 9 es 3. Raíz cuadrada de a^2b^4 *es* ab^2
$9 - a^2b^4 = (3 - ab^2)(3 + ab^2)$.

- $16x^2 - 25y^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$
- $1 - 100m^8 = (1 - 10m^4)(1 + 10m^4)$

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS:

Recordemos los productos notables:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Estas expresiones $a^2 + 2ab + b^2$, **y**, $a^2 - 2ab + b^2$, se llaman **trinomios cuadrados perfectos.** En ellos se verifica que:

- El primero y tercer términos son cuadrados.
- El segundo término es el doble del producto de las raíces cuadradas del primero y tercer término y puede ser positivo o negativo
- El primer y tercer término siempre son positivos.
- Un trinomio cuadrado perfecto se factoriza como un **binomio al cuadrado**.

Ejemplos:

- $9 + 6ab + a^2b^2 = (3 + ab)^2$
- $x^6 - 2x^3y^2 + y^4 = (x^3 - y^2)^2$
- $16 - 4a^2b + a^4b^2 = (4 - b)^2$

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS DE LA FORMA $x^{2n} + bx^n + c$

Para factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$; se buscan dos números $r\ y\ s$, cuya suma sea b, y cuyo producto sea c.

$$x^2 + bx + c = (x + r)(x + s)$$

Ejemplo:

- $x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$; observemos que se cumple: 5+2=7 y 5.2=10
- $x^2 - 8x + 15 = (x - 5)(x - 3)$; se cumple: $-5 - 3 = -8\ y\ (-5)(-3) = 15$
- $x^4 + 9x^2 + 14 = (x^2 + 7)(x^2 + 2)$;se cumple: 7+2=9 y (7)(2) =14.
- $y^6 - y^3 - 6 = (y^3 - 3)(y^3 + 2)$; se cumple: $(-3) + 2 = 1\ y\ (-3)(2) = -6$

FACTORIZACIÓN DE UN CUBO PERFECTO:

Recordemos los productos notables:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

las expresiones $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, y$, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$; se llaman cubos perfectos.

EJERCICIOS:

Ejercicios:

- factorizar, extraer el factor común:

1. $6x - 12 =$ $24a - 12ab =$
2. $14m^2n + 7mn =$ $8a^3 - 6a^2 =$
3. $b^4 - b^3 =$ $10x - 15x^2 =$
4. $14a - 21b + 35 =$ $4m^2 - 20am =$
5. $20x - 12xy + 4xz =$ $ax + bx - cx =$
6. $a(x+1) + b(x+1) =$ $m(2a+b) - p(2a+b) =$
7. $x^2(p+q) + y^2(p+q) =$ $(a^2+1) - b(a^2+1) =$
8. $(x+y)(n+1) - 3(n+1) =$ $(a+1)(a-1) - 2a - 2 =$

- Factorizar mediante la diferencia de cuadrados:

1. $1 - b^2 =$ $36x^6 - 81y^2 =$
2. $y^6 - 1 =$ $x^8 - 64 =$
3. $m^4 - \frac{9}{16}n^2 =$ $25x^{2n} - 9 =$
4. $\frac{36}{49}x^{4a} - \frac{1}{4}y^{2b} =$ $1 - 49p^6 =$

- Factorizar los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

1. $x^2 - 10x + 25 =$ $y^6 + 6y^3 + 9 =$
2. $z^{10} + 2z^5 + 1 =$ $16 - 8a^2b + a^4b^2 =$

escriba el termino que falta para que se forme un trinomio cuadrado perfecto.

3. $64b^2 + 48bc + _____ =$
4. $z^2 - _____ + y^2 =$
5. $1 + 4a + ____ =$

- Factorice los siguientes trinomios.

1. $x^2 - 9x + 8 =$ $b^4 + b^2 - 20 =$
2. $c^2 + 13c - 30 =$ $m^4 - 14m^2 + 48 =$
3. $x^6 + 7x^3 - 60 =$ $m^2 + 6m - 16 =$

EVALUACIÓN:

Evaluación:

- Asistencia y participación de las actividades remotas.
- Copiar clara y ordenadamente la guía propuesta.
- Realización y presentación (remota) de los ejercicios resueltos propuestos en la guía.
- Entrega puntual de las actividades.
- Realización de la autoevaluación.

BIBLIOGRAFÍA: