PROPÓSITO:

Guía 1: Factorización de expresiones algebraicas.

MOTIVACIÓN:

Frase: Cree en ti y todo será posible.

EXPLICACIÓN:

Factorizar una expresión algebraica consiste en escribirla como producto de dos o más expresiones. Un polinomio que se puede expresar como producto de factores diferentes a él se llama **polinomio compuesto.**

Factorización de polinomios cuyos términos tienen un factor común:

Cuando se resuelve el producto de un monomio por un polinomio, se aplica la propiedad distributiva, por ejemplo: $x(x^2+y) = x^3+xy$

Al factorizar se aplica el proceso inverso, es decir, **se busca un factor de cada término que sea común a todos.**

Ejemplos:

- $6a-6=6(a-1)$; el factor común en ambos términos es 6.
- $x^4y^2 - x^2y^4 = x^2y^2(x^2-y^2)$; el factor común es x^2y^2; puesto que las variables x, y son comunes en los dos términos y el **menor** exponente tanto para la x como para la y es 2.
- $9a^3bc+12a^6b=3a^3b(3c+4a^3)$; el factor común es $3a^3b$.

En algunas expresiones algebraicas **el factor común puede ser un polinomio,** miremos algunos ejemplos:

Ejemplos:

- $m(m-n)+n^2(m-n)$; tenemos dos términos separados por el signo +, y en ellos el factor común es $(m-n)$, por tanto:
$$m(m-n)+n^2(m-n)=(m-n)(m+n^2)$$
- $(x^2+1)(x+y)-(x^2+1)(x-y)$; el factor común es (x^2+1), por lo tanto:

$$\begin{aligned}(x^2+1)(x+y)-(x^2+1)(x-y) &= (x^2+1)((x+y)-(x-y))\\ &= (x^2+1)(x+y-x+y)\\ &= (x^2+1)(2y)\end{aligned}$$

FACTORIZACIÓN DE LA DIFERENCIA DE CUADRADOS:

$$\boldsymbol{a^2-b^2=(a-b)(a+b)}$$

Toda diferencia de cuadrados se descompone en dos factores, uno es la suma de las raíces cuadradas y otro es la diferencia de dichas raíces.

Ejemplos:

- $9-a^2b^4$; raíz cuadrada de 9 es 3. Raíz cuadrada de a^2b^4 es ab^2
$9-a^2b^4=(3-ab^2)(3+ab^2)$.

- $16x^2 - 25y^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$
- $1 - 100m^8 = (1 - 10m^4)(1 + 10m^4)$

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS:

Recordemos los productos notables:

$$(\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2}$$

$$(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})^2 = \boldsymbol{a^2 - 2ab + b^2}$$

Estas expresiones $\boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2}$, **y,** $\boldsymbol{a^2 - 2ab + b^2}$, se llaman **trinomios cuadrados perfectos.** En ellos se verifica que:

- El primero y tercer términos son cuadrados.
- El segundo término es el doble del producto de las raíces cuadradas del primero y tercer término y puede ser positivo o negativo
- El primer y tercer término siempre son positivos.
- Un trinomio cuadrado perfecto se factoriza como un **binomio al cuadrado**.

Ejemplos:

- $9 + 6ab + a^2b^2 = (3 + ab)^2$
- $x^6 - 2x^3y^2 + y^4 = (x^3 - y^2)^2$
- $16 - 4a^2b + a^4b^2 = (4 - b)^2$

FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS DE LA FORMA $\boldsymbol{x^{2n} + bx^n + c}$

Para factorizar un trinomio de la forma $\boldsymbol{x^2 + bx + c}$; se buscan dos números $r\ y\ s$, cuya suma sea b, y cuyo producto sea c.

$$\boldsymbol{x^2 + bx + c = (x + r)(x + s)}$$

Ejemplo:

- $x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$; observemos que se cumple: 5+2=7 y 5.2=10
- $x^2 - 8x + 15 = (x - 5)(x - 3)$; se cumple: $-5 - 3 = -8\ y\ (-5)(-3) = 15$
- $x^4 + 9x^2 + 14 = (x^2 + 7)(x^2 + 2)$;se cumple: 7+2=9 y (7)(2) =14.
- $y^6 - y^3 - 6 = (y^3 - 3)(y^3 + 2)$; se cumple: $(-3) + 2 = 1\ y\ (-3)(2) = -6$

FACTORIZACIÓN DE UN CUBO PERFECTO:

Recordemos los productos notables:

$$\boldsymbol{(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$$

$$\boldsymbol{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

las expresiones $\boldsymbol{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3, y}$, $\boldsymbol{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$; se llaman cubos perfectos.

EJERCICIOS:

Ejercicios:

- factorizar, extraer el factor común:

1. $6x - 12 =$ $\qquad$ $24a - 12ab =$
2. $14m^2n + 7mn =$ $\qquad$ $8a^3 - 6a^2 =$
3. $b^4 - b^3 =$ $\qquad$ $10x - 15x^2 =$
4. $14a - 21b + 35 =$ $\qquad$ $4m^2 - 20am =$
5. $20x - 12xy + 4xz =$ $\qquad$ $ax + bx - cx =$
6. $a(x+1) + b(x+1) =$ $\qquad$ $m(2a+b) - p(2a+b) =$
7. $x^2(p+q) + y^2(p+q) =$ $\qquad$ $(a^2+1) - b(a^2+1) =$
8. $(x+y)(n+1) - 3(n+1) =$ $\qquad$ $(a+1)(a-1) - 2a - 2 =$

- Factorizar mediante la diferencia de cuadrados:

1. $1 - b^2 =$ $\qquad$ $36x^6 - 81y^2 =$
2. $y^6 - 1 =$ $\qquad$ $x^8 - 64 =$
3. $m^4 - \frac{9}{16}n^2 =$ $\qquad$ $25x^{2n} - 9 =$
4. $\frac{36}{49}x^{4a} - \frac{1}{4}y^{2b} =$ $\qquad$ $1 - 49p^6 =$

- Factorizar los siguientes trinomios cuadrados perfectos:

1. $x^2 - 10x + 25 =$ $\qquad$ $y^6 + 6y^3 + 9 =$
2. $z^{10} + 2z^5 + 1 =$ $\qquad$ $16 - 8a^2b + a^4b^2 =$

$escriba\ el\ termino\ que\ falta\ para\ que\ se\ forme\ un\ trinomio\ cuadrado\ perfecto.$

3. $64b^2 + 48bc +$ ______ =
4. $z^2 -$ ______ $+ y^2 =$
5. $1 + 4a +$ ____ $=$

- Factorice los siguientes trinomios.

1. $x^2 - 9x + 8 =$ $\qquad$ $b^4 + b^2 - 20 =$
2. $c^2 + 13c - 30 =$ $\qquad$ $m^4 - 14m^2 + 48 =$
3. $x^6 + 7x^3 - 60 =$ $\qquad$ $m^2 + 6m - 16 =$

EVALUACIÓN:

Evaluación:

- Asistencia y participación de las actividades remotas.
- Copiar clara y ordenadamente la guía propuesta.
- Realización y presentación (remota) de los ejercicios resueltos propuestos en la guía.
- Entrega puntual de las actividades.
- Realización de la autoevaluación.

BIBLIOGRAFÍA: