PROPÓSITO:

GUÍA 11

Conceptualizar, leer, escribir, clasificar, establecer relaciones entre fracciones y su representación gráfica y en recta numérica a través de ejercicios.

MOTIVACIÓN:

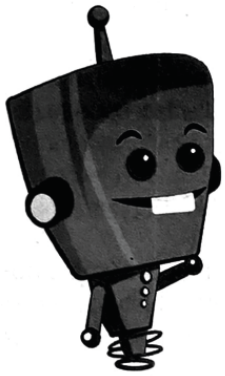
Fracción como comparación

Para comparar dos números podemos utilizar una razón. En este caso, a cada razón le podemos asociar una **fracción**.

Ejemplo

En grado quinto por cada 5 hombres hay 6 mujeres.

1. Hallemos cada razón:
   - **a.** de hombres a mujeres
   - **b.** de mujeres a hombres
   - **c.** de hombres al total de estudiantes
2. Si en total son 33 estudiantes en quinto, ¿cuántos hombres y cuántas mujeres hay?



Solución

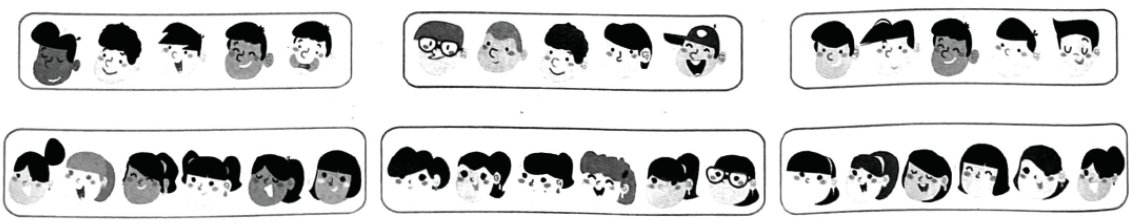
1. **a.** La razón por cada 5 hombres hay 6 mujeres la expresamos como: 5 a 6. Como 5 es menor que 6, entonces hay menos hombres que mujeres. Es decir, $\frac{5}{6}$ del número de mujeres son hombres.
   - **b.** La razón de mujeres a hombres es de 6 a 5. Como 6 es mayor que 5, hay más mujeres que hombres. Es decir, $\frac{6}{5}$ del número de hombres son mujeres.
   - **c.** Como por cada 5 hombres hay 6 mujeres, quiere decir que por cada 11 estudiantes hay 5 hombres. Luego la razón de hombres al número total de estudiantes es de 5 a 11, es decir, $\frac{5}{11}$ del total de estudiantes son hombres.
2. Como 5 de cada 11 estudiantes son hombres, entonces 10 de cada 22 son hombres y 15 de cada 33 son hombres, es decir, hay 15 hombres.

   Como hay 15 hombres, entonces hay: 33 – 15 = 18 mujeres.

   La razón de hombres a mujeres es 15 a 18.

   En el dibujo vemos que si hay 15 hombres y 18 mujeres, por cada grupo de 5 hombres hay un grupo de 6 mujeres.

   Entonces la razón 15 a 18 es equivalente a la razón 5 a 6.



EXPLICACIÓN:

Desarrolla competencias

1. En una biblioteca, de cada 9 diccionarios que hay 6 son de español, 2 de inglés y 1 de francés. Halla cada una de las siguientes razones.
   a. Razón de diccionarios de inglés a diccionarios de español
   b. Razón de diccionarios de español a diccionarios de francés
   c. Razón de diccionarios de francés a diccionarios de inglés
   d. Razón de diccionarios de inglés al total de diccionarios
   e. Razón de diccionarios que no sean de español al total de diccionarios

2. En el ejercicio anterior, si hay 36 diccionarios en la biblioteca, ¿cuántos de cada clase hay?

3. Ayer en un almacén, por cada 3 pagos con tarjeta de crédito se hicieron 4 pagos en efectivo.
   a. ¿Hubo más pagos en efectivo o con tarjeta de crédito? Explica.
   b. ¿Cuál es la razón de pagos en efectivo al número total de pagos?
   c. ¿Cuál es la razón de pagos con tarjeta de crédito al número total de pagos?

4. En un canasto hay manzanas y bananos. Por cada 3 bananos hay 7 manzanas.



   a. ¿Qué hay más, manzanas o bananos? Explica.
   b. ¿Cuál es la razón del número de manzanas al número total de frutas?
   c. Si hay 20 frutas, ¿cuántas manzanas y cuántos bananos hay?

5. a. Dibuja un triángulo rectángulo de manera que la razón de las longitudes de los lados que forman el ángulo recto sea de 1 a 2.
   b. En el dibujo que hiciste, ¿cuánto miden los lados que forman el ángulo recto?
   c. Compara tu dibujo con el de un compañero. ¿Tienen las mismas medidas? ¿Los dos cumplen la condición dada en el literal a.?

Razonamiento lógico

Competencias de pensamiento crítico y resolución de problemas

Pensamiento crítico

6. Si en un triángulo rectángulo la razón de las longitudes de los lados que forman el ángulo recto es 1 a 3 y el lado más corto mide 18 cm, ¿cuánto mide el lado más largo? Explica cómo hallaste la respuesta.

7. Se sabe que 5 baldosas blancas pesan lo mismo que 9 amarillas. ¿Qué tipo de baldosa tiene un mayor peso, una blanca o una amarilla?

   Para hacer una obra se compraron cajas de baldosas blancas y cajas de baldosas amarillas. Cada caja de las blancas tiene 15 baldosas. Las cajas de las amarillas no dicen cuántas traen. Si una caja de baldosas blancas pesa lo mismo que una caja de baldosas amarillas,
   a. ¿cuál caja tiene más baldosas?
   b. ¿cuántas baldosas amarillas tiene cada caja?

Fracción como operador

Cuando hallamos una **fracción de un número** estamos utilizando la fracción como un **operador** que actúa sobre el número. El resultado es mayor o menor que el número inicial si la fracción es mayor o menor que 1, respectivamente.

Ejemplo

a. Dos novenos de los 18 marcadores de una caja son rojos. ¿Cuántos marcadores rojos hay?

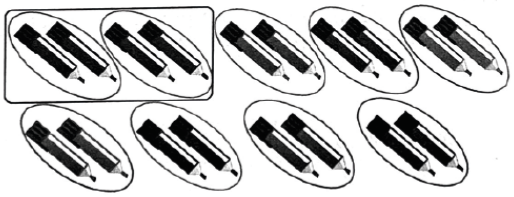
b. En una carrera de atletismo Arturo empleó 28 minutos y Enrique empleó $\frac{5}{4}$ de ese tiempo. ¿Cuánto tiempo empleó Enrique?

EJERCICIOS:

Solución

a. Hallamos $\frac{2}{9}$ de 18.

Un noveno de 18 significa que dividimos 18 en 9 partes iguales, es decir, $\frac{1}{9}$ de 18 es 2, luego $\frac{2}{9}$ de 18 es 4. En la caja hay 4 marcadores rojos. Verificamos hallando la fracción de marcadores que son rojos, es decir, $\frac{4}{18}$ que es equivalente a $\frac{2}{9}$. Como $\frac{2}{9}$ es menor que 1, entonces $\frac{2}{9}$ de 18 es menor que 18.



b. Como $\frac{5}{4}$ es mayor que 1, entonces Enrique empleó más de 28 minutos. Hallamos primero un cuarto de 28 que es 7, entonces cinco cuartos de 28 es $7 \times 5 = 35$.

Por tanto, Enrique empleó 35 minutos.

Verificamos la respuesta hallando qué fracción de 28 es 35.

$\frac{35}{28}$ es equivalente a $\frac{5}{4}$, lo cual coincide con la información del problema.

7 minutos
7 minutos
7 minutos
7 minutos

28 minutos

7 minutos
7 minutos
7 minutos
7 minutos
7 minutos

35 minutos

Desarrolla competencias

1. Halla cada fracción.

a. $\frac{1}{3}$ de 39 b. $\frac{1}{9}$ de 63

c. $\frac{1}{4}$ de 80 d. $\frac{1}{5}$ de 75

2. Halla $\frac{1}{8}$ de 120. Luego utiliza el resultado para hallar cada una de las siguientes fracciones.

a. $\frac{3}{8}$ de 120 b. $\frac{5}{8}$ de 120

c. $\frac{9}{8}$ de 120 d. $\frac{7}{8}$ de 120

3. Halla cada fracción.

a. $\frac{2}{5}$ de 205 b. $\frac{8}{5}$ de 125

c. $\frac{5}{6}$ de 312 d. $\frac{5}{3}$ de 561

e. $\frac{2}{3}$ de 78 f. $\frac{3}{4}$ de 92

4. En cada caso, sin resolver la operación, determina si el resultado es mayor o menor que 210. Justifica tu respuesta.

a. $\frac{2}{3}$ de 210 b. $\frac{6}{5}$ de 210

c. $\frac{1}{2}$ de 210 d. $\frac{11}{7}$ de 210

5. Halla cada fracción de 210 del ejercicio anterior. ¿Confirman estos resultados tus respuestas en ese ejercicio?

6. ¿Al hallar $\frac{3}{3}$ de 141 obtenemos un número menor o un número mayor que 141? Explica.

No

7. Responde las siguientes preguntas, donde ❖, ✪ y ❑ representan números naturales.

a. La mitad de ❖ es 8. ¿Qué número representa ❖?

b. La quinta parte de ✪ es 6. ¿Cuánto vale ✪?

c. $\frac{3}{7}$ de ❑ es 168. ¿Cuánto es $\frac{1}{7}$ de ❑? ¿Qué número es ❑?

8. a. Utiliza un dibujo para representar la fracción $\frac{2}{3}$.

b. Colorea la mitad de $\frac{2}{3}$. ¿Qué fracción de la unidad representa la parte que acabas de colorear?

c. ¿Cuánto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$?

9. Utiliza dibujos para hallar las siguientes fracciones.

a. $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ b. $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$

c. $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$ d. $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{3}$

10. Las dos terceras partes de la mitad de la cuarta parte de un número es 55. ¿Cuál es el número?



EVALUACIÓN:

Fracciones equivalentes. Complificación y simplificación

Dos o más **fracciones son equivalentes** si representan la misma parte del todo o unidad.

La complificación y la simplificación son dos maneras de hallar fracciones equivalentes.

- **Complificar** una fracción significa multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por el mismo número natural diferente de cero.
- **Simplificar** una fracción significa dividir el numerador y el denominador por un mismo número natural, diferente de cero, que sea divisor de los dos términos. Una fracción está escrita en su forma más simple o totalmente simplificada cuando el único divisor común del numerador y el denominador es 1.

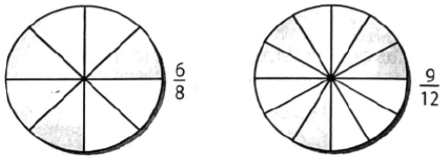
Ejemplo

a. Determinemos si $\frac{6}{8}$ y $\frac{9}{12}$ son fracciones equivalentes.

b. Hallemos dos fracciones equivalentes a $\frac{6}{42}$, una usando simplificación y otra, complificación.

Solución

a. Podemos comparar las fracciones representándolas con un dibujo.



Vemos que $\frac{6}{8}$ y $\frac{9}{12}$ representan la misma parte de una unidad, entonces son equivalentes y escribimos $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$.

Otra manera de determinar si dos fracciones son equivalentes es escribiéndolas en su forma más simple. Simplificamos $\frac{6}{8}$ por 2 y obtenemos $\frac{3}{4}$, que está totalmente simplificada porque el único divisor común de 3 y 4 es 1.

Al simplificar $\frac{9}{12}$ por 3 también obtenemos $\frac{3}{4}$.

Entonces $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$.

b. Para simplificar fracciones necesitamos dividir el numerador y el denominador por el mismo número que sea divisor de los dos, en este caso, un divisor común de 6 y 42 es 3.

$$\frac{6}{42} = \frac{6 \div 3}{42 \div 3} = \frac{2}{14}.$$

Para complificar podemos escoger cualquier número natural diferente de cero, por ejemplo, 9 y tenemos:

$$\frac{6}{42} = \frac{6 \times 9}{42 \times 9} = \frac{54}{378}.$$

Las fracciones $\frac{6}{42}$, $\frac{2}{14}$ y $\frac{54}{378}$ son equivalentes y escribimos:

$$\frac{6}{42} = \frac{2}{14} = \frac{54}{378}.$$

1 Escribe cómo se lee cada una de estas fracciones:

$\frac{7}{8}$ → ..... $\frac{3}{10}$ → .....

$\frac{4}{5}$ → ..... $\frac{6}{9}$ → .....

2 Completa la tabla.

FIGURA	PARTE COLOREADA	PARTE SIN COLOREAR
	$\frac{3}{8}$ → Tres octavos	$\frac{5}{8}$ →
		
		

BIBLIOGRAFÍA:

Desarrolla competencias

1. Utiliza dibujos para determinar si las dos fracciones son equivalentes.
   a. $\frac{6}{15}$ y $\frac{2}{5}$ b. $\frac{2}{6}$ y $\frac{3}{9}$
   c. $\frac{3}{12}$ y $\frac{1}{4}$ d. $\frac{2}{9}$ y $\frac{1}{3}$

2. Escribe cada fracción en su forma más simple.
   a. $\frac{15}{21}$ b. $\frac{30}{54}$
   c. $\frac{144}{180}$ d. $\frac{14}{28}$

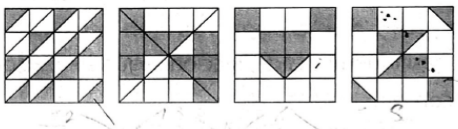
3. Determina si las dos fracciones son equivalentes escribiéndolas en su forma más simple.
   a. $\frac{12}{24}$ y $\frac{19}{38}$ b. $\frac{45}{270}$ y $\frac{13}{78}$
   c. $\frac{81}{216}$ y $\frac{25}{55}$ d. $\frac{18}{72}$ y $\frac{20}{90}$

4. En cada caso halla dos fracciones equivalentes a la fracción dada complificando por dos números distintos.
   a. $\frac{4}{11}$ b. $\frac{8}{5}$
   c. $\frac{3}{10}$ d. $\frac{9}{17}$

5. a. Halla dos fracciones equivalentes a $\frac{4}{6}$, una complificando y otra simplificando.
   b. ¿Cuál de las tres fracciones del literal a. es mayor? Explica.

6. Luis dice que $\frac{2}{6}$ es menor que $\frac{7}{21}$ porque 2 es menor que 7 y 6 es menor que 21. ¿Tiene razón? Explica.

7. Determina en cuáles de los siguientes dibujos las regiones azules representan fracciones equivalentes.



8. a. Determina si $\frac{10}{15}$ y $\frac{14}{21}$ son fracciones equivalentes.
   b. ¿Es posible complificar $\frac{10}{15}$ por un número natural para obtener $\frac{14}{21}$?
   c. ¿$\frac{6}{42}$ y $\frac{5}{35}$ son fracciones equivalentes?

Competencias de pensamiento crítico y resolución de problemas

9. a. Alexander dice que $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{6}$ no son fracciones equivalentes porque no es posible complificar $\frac{2}{4}$ para obtener $\frac{3}{6}$. ¿Tiene razón? Explica.
   b. ¿Siempre que dos fracciones son equivalentes es posible obtener una de ellas a partir de la otra simplificando o complificando? Justifica tu respuesta.
   c. ¿Siempre que complificamos o simplificamos una fracción obtenemos una fracción equivalente? Justifica tu respuesta.

10. Milton y Valeria tienen hojas de diferente tamaño. Cada uno dobla su hoja en cuatro partes iguales y recorta una de ellas. ¿Podemos decir que los dos recortaron la misma cantidad de papel porque ambas corresponden a un cuarto de sus hojas? Explica.

7 Escribe.

a) Tres fracciones equivalentes a $\frac{2}{3}$ multiplicando numerador y denominador por un mismo número.

$$\frac{2}{3} = \square = \square = \square$$

b) Una fracción equivalente a $\frac{18}{15}$ dividiendo numerador y denominador entre un mismo número.

$$\frac{18}{15} = \square$$